

ОБРАЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ ВИХРЕВЫХ ШНУРОВ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

В. А. ВЛАДИМИРОВ, В. Ф. ТАРАСОВ

(Новосибирск)

Вихревым шнуром или линейным вихрем с точки зрения экспериментального наблюдения следует называть вихрь соответствующего вида, в котором завихренность значительно больше, чем в окружающей жидкости. Существует большое количество способов получения вихревых шнуров [1-3]. Наиболее известным и простым из них является введение стока в закрученную жидкость. Такой вихрь наблюдается при вытекании воды из ванны.

Менее известны ситуации, в которых можно получить одновременно несколько параллельных линейных вихрей. Этому вопросу посвящена работа [4], результаты которой с некоторыми видоизменениями повторены в [5]. Авторы этих работ использовали сложную установку. Эксперименты проводились в воздухе. Как было выяснено [6], образование системы вихрей в [4, 5] происходило в результате развития неустойчивости сдвиговых слоев в закрученном потоке. Такая неустойчивость изучалась ранее как экспериментально [7, 8], так и теоретически [9-13].

В настоящей работе излагается описание и исследование явления образования системы вихревых шнуров над стоковым отверстием в дне сосуда с вращающейся жидкостью. Эффект наблюдается при глубинах воды в сосуде, сравнимых с диаметром отверстия. При помощи прямых наблюдений показано, что эта система вихрей образуется также в результате развития неустойчивости сдвиговых слоев. Предложен простой способ экспериментального моделирования такой неустойчивости, отличающийся от [7, 8]. Сразу отметим, что приводимые данные экспериментов носят в основном качественный характер. Это связано как с зависимостью наблюдаемых картин от геометрических параметров установки и начальных данных, так и с простотой используемых методов наблюдения. По этой причине в работе рассматривается простейшая математическая модель этого явления, основанная на исследовании устойчивости течения идеальной жидкости, грубо аппроксимирующего течение в опытах. При этом основным вопросом является выяснение причин, вследствие которых в разных условиях образуется различное количество вихревых шнуров. Обсуждается возможность моделирования с помощью проведенных опытов таких атмосферных явлений, как система смерчей и ураган. Рассматриваемое явление представляет интерес также в качестве иллюстрации двумерности возмущений гидродинамических полей в закрученных потоках.

1. Постановка и результаты эксперимента. Для получения системы вихревых шнуров использовалась установка, изображенная на фиг. 1. Закрученный поток жидкости вытекает из цилиндрического сосуда 1 через отверстие O в центре дна этого сосуда в сосуд 2. Последний представляет собой прямоугольную банку, из которой вода отводится при помощи шланга 3. Расход Q задается высотой столба жидкости и диаметром отверстия 4. Типичный эксперимент выглядел следующим образом. Жидкости в сосуде 1 задавалось начальное вращение, близкое к твердотельному, с угловой скоростью Ω , после чего открывалось отверстие 4. В течение времени вытекания наблюдалась система вихрей, образующихся над отверстием O .

Большинство опытов было проведено на установке со следующими параметрами: $D=50$ см, $d=8$ см, $l=15$ см, $h=30$ см. От опыта к опыту Q , Ω , H_0 менялись в следующих интервалах: $Q=80-1500$ см³/сек, $\Omega=1/15-1/150$ об/сек, $H_0=1-20$ см. Через H_0 и H обозначены соответственно начальная и текущая высота жидкости в сосуде 1.

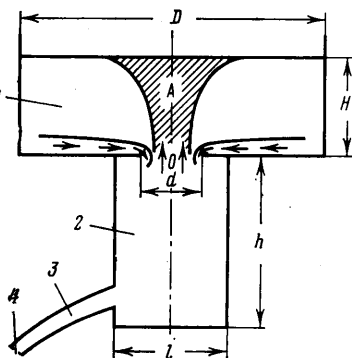
Величины Q и Ω во время одного опыта оставались практически постоянными. Постоянство Ω связано с большим временем «спиндауна» (процесса затухания вращения) [12] в сосуде 1, а также с особенностями этого процесса, о которых будет сказано ниже. Постоянство Q обусловлено тем, что высота столба жидкости между поверхностью воды и отверстием 4 (фиг. 1) велика по сравнению с H .

Наблюдение за потоком осуществлялось, во-первых, с помощью введенной в поток краски (фиг. 2), во-вторых, при помощи частиц алюминиевой пудры, нанесенных на свободную поверхность (фиг. 3), в-третьих, благодаря искривлению свободной поверхности жидкости, на которой образуются характерные воронки (фиг. 4). Форма профиля скорости около отверстия O наблюдалась с помощью метода водородных пузырьков.

Наблюдаемые течения в зависимости от расхода Q можно разделить на два режима. Первый наблюдается при достаточно больших расходах $Q > Q_0$. Характерной особенностью этого течения является то, что после включения стока сначала образуется один вихревой шнур (фиг. 2, а), который затем в зависимости от обстоятельств может распасться на два или большее количество шнуров. Во втором режиме ($Q < Q_0$) после включения стока наблюдается образование сразу нескольких вихрей, причем эти вихри значительно менее интенсивны, чем в первом режиме. Различия между двумя режимами течения и физический смысл величины критического расхода Q_0 будут выяснены ниже. Но в основном будет рассмотрен только первый режим, в котором все явления выражены значительно ярче, чем во втором.

На фиг. 2 представлены последовательные стадии развития процесса, наблюдаемого при достаточно больших H_0 ($H_0 > d$). По мере вытекания жидкости первоначально образуется один вихревой шнур (фиг. 2, а), который затем становится неустойчивым и распадается на два параллельных шнура, вращающихся восторуж оси симметрии течения (фиг. 2, б), затем образуется система из трех вихрей (фиг. 2, в) и т. д. При малых H число шнуров иногда достигает десятка. Размер поперечного сечения каждого из образующихся вихревых шнуров много меньше диаметра стокowego отверстия d на всех этапах эволюции течения.

Общей ситуацией для течений вращающихся жидкостей над покоящейся горизонтальной твердой поверхностью является наличие в придонном пограничном слое интенсивных сходящихся к центру радиальных потоков. Их причиной является существование радиального центробежного градиента давления во внешнем потоке. Однако в рассматриваемом течении в отличие от «спиндауна» [12] в обычном сосуде со сплошным дном поток из пограничного слоя не возвращается в основное течение, а через отверстие O вытекает в нижний сосуд 2 (фиг. 1). С этим связано, в частности, упомянутое постоянство Ω за время опыта. Такое поведение жидкости в пограничном слое, обусловленное тем, что она имеет больший момент, чем жидкость в сосуде 2, подтверждают как опыты с вносимой в нее краской, так и профиль вертикальной составляющей скорости над отверстием O , полученный методом водородных пузырьков. Этот же профиль показывает, что в центральной части отверстия O наблюдается восходящий возвратный поток (фиг. 1). Необходимость существования такого потока наиболее ярко демонстрирует опыт с $Q=0$ (отверстие 4 закрыто). При этом жидкость из придонного пограничного слоя в сосуде 1 все так же вытесняется в сосуд 2, но в силу конечности последнего возникает возвратный поток из сосуда 2 в сосуд 1 по центральной части отверстия O . Поступающая в этом потоке жидкость, поскольку она слабо закручена, постепенно заполняет заштрихованную на фиг. 1 цилиндри-



Фиг. 1

ческую область A вокруг оси симметрии в верхнем сосуде. Такой характер течения связан с действием «архимедовых» центробежных сил и подтверждается визуализацией возвратного потока при помощи краски.

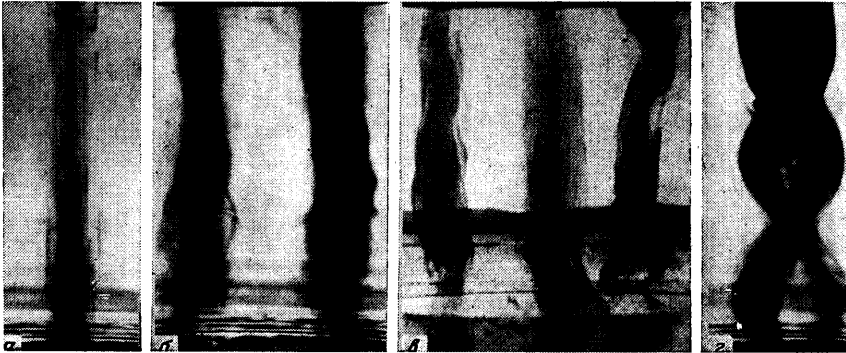
Как показали опыты, возвратный поток играет решающую роль в динамике вихревых шнуров над отверстием O . Так, в случае отсутствия сосуда 2 возвратный поток образоваться не может и на всех этапах эволюции течения наблюдаем один вихревой шнур. С возвратным потоком связано существование двух режимов течения, описанных в предыдущем пункте. Тут достаточно сказать, что Q_0 представляет собой количество жидкости, поступающей в единицу времени из сосуда 1 в сосуд 2 через пограничный слой. Поэтому при $Q < Q_0$ после включения стока возвратный поток будет продолжать существовать (его интенсивность $Q_0 - Q$) и образовывать область типа области A на фиг. 1. Ясно, что при этом концентрации течения в один шнур происходить не будет, а будут наблюдаться явления, порождаемые неустойчивостью течения вблизи границ области A . В эксперименте при этом наблюдается образование сразу нескольких довольно слабых вихревых шнуров вблизи этих границ. Возникающая при этом картина течения аналогична изображенной на фиг. 2, в. Такая система шнуров наблюдается при достаточно больших Ω даже при $Q = 0$, однако возникающие здесь вихри весьма слабы.

При $Q > Q_0$ возвратный поток после включения стока O исчезает и наблюдается формирование одного концентрированного линейного вихря (фиг. 2, а). Хорошее представление о сущности протекающих дальше процессов дают последовательные снимки такого течения для случая малых H_0 ($H_0 < d$) (фиг. 3, а, б, в). В этих опытах для визуализации течения использовалась алюминиевая пудра. На фиг. 3, а показан концентрированный вихрь, образовавшийся через некоторое время после включения стока O . На определенном этапе концентрации этого вихря, когда возникающий в нем центробежный градиент давления достигает критической величины, происходит вовлечение (засасывание) в центральную часть вихря покоящейся воды из нижнего сосуда 2. При этом вблизи оси симметрии течения образуется зона покоящейся воды, имеющая вид кругового цилиндра. Эта зона имеет весьма резкие границы (фиг. 3, б). На фиг. 3, в видна волна неустойчивости, развивающаяся вблизи этой границы. После опрокидывания этой волны образуются наблюдаемые вихревые шнуры. Этот процесс уже существенно нелинеен и количество образовавшихся вихревых шнуров, как правило, меньше количества максимумов первичной волны неустойчивости.

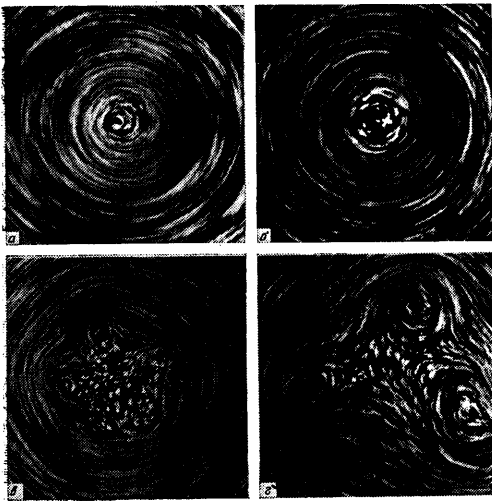
Таким образом, видим, что если даже вначале возвратного течения не было, на определенной стадии концентрации шнура оно появляется. Образованная этим потоком застойная зона определяет динамику дальнейшего процесса.

В случае больших H_0 идет аналогичный процесс развития неустойчивостей, однако он имеет здесь более сложный трехмерный характер. Введение в поток краски позволило наблюдать этот процесс, приводящий в этом случае к распаду одного вихревого шнура на два (фиг. 2, г). Неустойчивость здесь развивается с нижнего конца вихревого шнура, находящегося в сосуде 2 в виде характерного «расплетения». Вид вихревого шнура при этом аналогичен виду витой веревки с расплетенным нижним концом. По мере уменьшения H узел распространяется вверх, достигает отверстия O , а затем начинает подниматься в сосуде 1 (фиг. 2, г). Когда H станет порядка d , шнур «расплетается» окончательно и наблюдается уже упомянутая картина двух параллельных линейных вихрей (фиг. 2, б).

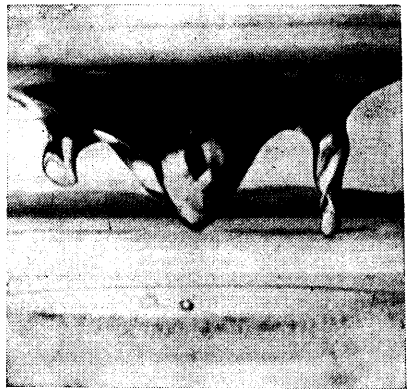
О зависимости наблюдаемой картины от основных параметров можно сказать следующее: при любом заданном H_0 течение проходит соответ-



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

ствующие этапы развития раньше (при больших значениях H) при увеличении Ω , уменьшении Q , увеличении d . Качественное понимание всех этих тенденций несложно, поскольку определяющий вид течения возвратный поток, очевидно, усиливается при увеличении Ω , уменьшении Q , увеличении d .

Как было уже сказано, количество вихревых шнуров растет по мере вытекания жидкости (уменьшении H). При этом радиус R окружности, по которой система шнуров вращается вокруг общего центра, также растет, но на всех этапах $2R < d$. Жидкость, находящаяся внутри этой окружности, если количество вихрей больше двух, практически не вращается, что доказывают, например, опыты с использованием алюминиевой пудры (фиг. 3, г).

Таким образом, образование системы вихрей происходит в результате развития неустойчивостей потока вблизи границы застойной зоны. Эта неустойчивость появляется вследствие существующего там значительного сдвига поля скорости. В случае закрученных потоков она моделировалась в [6, 7]. Другим способом ее моделирования является следующий простой опыт. Начально покоящийся цилиндрический сосуд с водой приводится во вращение вокруг оси симметрии с постоянной угловой скоростью. Около

стенки образуется слой закрученной жидкости (фиг. 5, а). Затем сосуд резко останавливается. Спустя некоторое время в потоке развивается волна неустойчивости, которая после опрокидывания образует систему вихревых шнуров (фиг. 5, б, в). Для визуализации потока, как и на фиг. 3, использована алюминиевая пудра. Полученные таким образом вихревые шнуры неконцентрированные и нестационарные.

2. Математическая модель. В качестве течения, устойчивость которого будем исследовать, примем линейный вихрь. Это осесимметричное течение, в котором вектор завихренности имеет единственную ненулевую осевую составляющую Ω . Оправданием этого приближения являются экспериментальные данные, которые показывают, что величины остальных



Фиг. 5

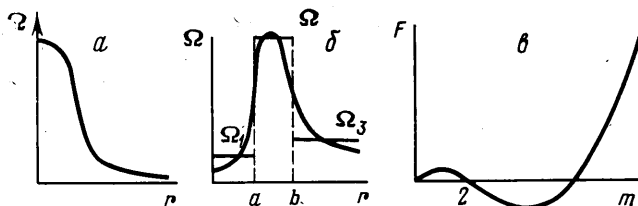
компонент скорости в стоковом вихре почти везде малы по сравнению с азимутальной составляющей. Кроме того, ограничимся рассмотрением в рамках модели идеальной жидкости. Последнее связано с «невязким» характером неустойчивости сдвигового течения. Со «сдвиговой» неустойчивостью в закрученных потоках может конкурировать «центробежная» неустойчивость. Однако последняя существенно трехмерна и поэтому не может вызывать наблюдаемых явлений. Под двумерностью течений мы везде понимаем независимость поля скорости от высоты. Сдвиговая неустойчивость линейного вихря относительно двумерных возмущений рассмотрена в работах [9, 13]. Необходимым условием появления такой неустойчивости является требование $d\Omega/dr \neq 0$ хотя бы в одной точке r_0 внутри потока ($r_0 \neq 0$).

Рассмотрим теперь, какой вид имеет функция $\Omega(r)$ в основном эксперименте, описанном в п. 1. Сначала наблюдается один стоковый вихрь с характерным профилем $\Omega(r)$, изображенным на фиг. 6, а. После возникновения возвратного потока в центральную часть ядра вихря вовлекается слабо закрученная жидкость из нижнего сосуда. При этом профиль $\Omega(r)$ принимает вид, изображенный на фиг. 6, б. Этот профиль уже удовлетворяет упомянутому выше необходимому условию существования двумерной неустойчивости. Определение конкретного вида такого профиля является сложной задачей. Поэтому ограничимся исследованием упрощенного ступенчатого профиля (фиг. 6, б), имея в виду получение только качественного согласия с экспериментом. Рассматриваем устойчивость относительно возмущений, имеющих вид нормальных волн (пропорциональный $e^{im\varphi}$, где φ — угловая переменная). В частном случае $\Omega_1 = \Omega_3 = 0$, $\Omega_2 \neq 0$ необходимым и достаточным условием неустойчивости, согласно [9], является требование

$$F(m) = [m(1-x) - 2]^2 - 4x^m < 0; \quad x = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

Вид функции $F(m)$ изображен на фиг. 6, ϵ , хотя в действительности, конечно, имеют смысл только целые m . Видно, что $F(m) < 0$ при $2 < m < M(x)$, где $M(x)$ — монотонно растущая функция от x ($M(x) > 2$). При $x \rightarrow 0$, $M \rightarrow 2$; при $x = 1/4$, $M = 3$; при $x \rightarrow 1$, $M \rightarrow \infty$. Основной результат, который хотелось бы здесь подчеркнуть, состоит в том, что по мере роста x от нуля последовательно становятся неустойчивыми все большие моды m . Так, при $x < 1/4$ все моды устойчивы, при x , немного превосходящем $1/4$, неустойчива только мода $m=3$, затем, при достижении некоторого критического значения x , становится неустойчивой также мода $m=4$ и т. д. При $x \rightarrow 1$ получаем тангенциальный разрыв, для которого неустойчивы все моды с $m > 2$.

В рассмотренном частном случае мода $m=2$ не бывает неустойчивой, однако это ограничение не является принципиальным. Для того чтобы вна-



Фиг. 6

чае (при малых x) становилась неустойчивой мода $m=2$, достаточно задать $\Omega_2 = \epsilon \Omega$ с $0 < \epsilon < 1$. Как нетрудно проверить, такое течение неустойчиво относительно возмущения с $m=2$ при $1/2(1 - \sqrt{1-\epsilon}) < x < 1/2(1 + \sqrt{1-\epsilon})$. При малых ϵ это дает условие $\epsilon/4 < x < 1 - \epsilon/4$.

Рассмотрение устойчивости потока, соответствующего фиг. 5, может быть проведено аналогично.

3. Сравнение теории с экспериментом. Отмеченный процесс последовательного появления неустойчивостей при росте x соответствует экспериментально наблюдаемой ситуации (п. 1). Величина x определяется, как уже было сказано, процессом вовлечения невращающейся жидкости из нижнего сосуда в ядро вихревого шнура. При этом x растет от нуля до некоторой критической величины x_0 , после чего начинают доминировать эффекты неустойчивости. Значение x_0 определяется сложными нестационарными процессами. Заметим, что величина возвратного потока определяется полем центробежных сил у отверстия O . Поэтому она не зависит (или слабо зависит) от высоты H . При фиксированной величине возвратного потока величина x , очевидно, растет с уменьшением H_0 . Отсюда, согласно результатам п. 2, следует, что при прочих равных условиях количество образовавшихся вихревых шнуров должно расти с уменьшением H_0 . Последнее находится в согласии с наблюдениями в п. 1.

Приведенная теория в п. 2 непосредственно применима только к распаду начального осесимметричного профиля $\Omega(r)$. Поэтому ее применение к объяснению последовательности наблюдаемых картин (два, три шнура и т. д.) при уменьшении H может быть принята только как качественно согласующаяся с экспериментом гипотеза. Действительно, в этом случае следовало бы исследовать на устойчивость неосесимметричный профиль Ω . В то же время опыты показывают, что радиус, на котором вращается система шнуров, растет по мере уменьшения H . Одновременно растет также количество шнуров. Можно предположить, что этот процесс связан с увеличением некоторой величины типа x для неосесимметричного профиля.

Остановимся теперь на вопросе распада одного шнура на два (фиг. 2, а, б), который происходит через «расплетение» (фиг. 2, г). Этому распаду посвящена работа [6]. Как отмечалось в п. 2, гармоника $m=2$ для случая $\Omega_1=\Omega_2=0$ не бывает неустойчивой. Для объяснения существования состояния с двумя вихрями автор [6] ввел также неустойчивость сдвиговых слоев, связанных с осевой составляющей скорости. При этом распад первичного вихря на два уже не может быть двумерным, а развивается в виде трехмерной спиральной неустойчивости. Настоящие наблюдения (фиг. 2, г) можно рассматривать как подтверждение этой точки зрения, тем более что градиенты вертикальной составляющей скорости вблизи ядра первичного вихря действительно могут быть значительными. Последнее связано со сложным характером потока, при котором к восходящему потоку в центре шнура может примыкать нисходящий поток в прилегающей области, связанный со стоковым движением. Такая структура потока связана со свойствами малых возмущений в закрученных потоках, которые можно трактовать как «гироскопическую упругость» [13, 14]. Соответствующий результат о поведении малых возмущений в твердотельно вращающейся жидкости известен под названием теоремы Тейлора — Праудмена [12].

Можно предположить другое объяснение этого распада, основанное на факте, приведенном в конце п. 2 ($\Omega_2=\varepsilon\Omega$). Трехмерность распада в этом случае может быть связана с зависимостью профиля $\Omega(r)$ от высоты. Эта зависимость обусловлена тем, что жидкость в возвратном потоке по мере подъема закручивается. Однако вид неустойчивости в этом случае трудно предсказать заранее, поэтому объяснение [6] более предпочтительно. В то же время окончательного объяснения механизма распада одного шнура на два пока нет.

Картины распада в остальных случаях двумерные, и для их качественного объяснения достаточно изложенной в п. 2 модели. В то же время трехмерность потока важна в следующем отношении. Концентрация вихревых шнуров происходит вследствие растяжения вихревых линий стоковым движением. Опыты показывают, что ядра вихревых шнуров являются районами наиболее интенсивного стокового движения (не считая пограничных слоев на стенках сосуда). Вследствие такого стокового движения и возможна визуализация вихревых шнуров при помощи краски (фиг. 2).

4. Обсуждение результатов. Новое в настоящей работе — это, во-первых, само явление и его экспериментальное исследование; во-вторых, выяснение механизма образования вихревых шнуров и их интенсификации. Оказывается, что рассмотренные процессы родственны явлениям, представленным в [4]. В смысле типа неустойчивости они оказались аналогичным явлениям, наблюдавшимся в [7, 8]. Картину потока в [7, 8] также можно рассматривать как систему вихревых шнуров, однако в силу ряда причин они не бывают концентрированными. В этом смысле их можно сравнивать с опытом, представленным на фиг. 5.

В опытах данной работы привлекает простота получения рассматриваемых явлений и наблюдения за ними. Картины потока при различных H получаются непосредственно, в то время как в [4, 5] это потребовало бы переделки установки. Вихревые шнуры в описываемых опытах более концентрированные в силу того, что они нигде не замыкаются на твердые поверхности.

Опыты [4, 5] и этой работы могут оказаться полезными с точки зрения моделирования таких атмосферных явлений, как «глаз» урагана или система смерчей [4, 5, 15]. Возможность моделирования такими опытами структуры потока вблизи «глаза» урагана отмечается в [4]. В частности, в рамках этих опытов становится понятным появление двух глаз в одном урагане. Сдвиговая неустойчивость на границе глаза может порождать систему

вихрей типа описанной в п. 1. Однако сведениями о наличии таких вихрей в урагане авторы не располагают. Относительно системы смерчей, часто наблюдаемой в природе [^{15, 6}], следует сказать, что она действительно может порождаться неустойчивостью типа рассмотренной. В то же время вопрос о механизме интенсификации таких смерчей остается открытым.

Особенностью приведенных в этой работе опытов является двумерный характер течений. Этот факт является одним из проявлений упомянутых выше свойств «гироскопической упругости» потоков. В работе [⁹] высказано предположение о том, что в сдвиговых слоях течений с круговыми линиями тока в случае отсутствия «центробежной» неустойчивости наиболее неустойчивыми являются двумерные возмущения. Проведенные опыты могут рассматриваться как аргумент в пользу этой гипотезы. В то же время осторожность в выводах по этому вопросу диктуется результатами [¹³].

В заключение авторы благодарят Б. А. Луговцова и Д. Г. Ахметова за внимание к работе и полезные обсуждения.

Поступила 18 IV 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Wan C. A., Chang C. C. Measurement of the velocity field in a simulated tornado-like vortex using a three-dimensional velocity probe. *J. Atmos. Sci.*, 1972, vol. 29, No. 1.
2. Turner J. S. The constraints imposed on tornado-like vortices by the top and bottom boundary conditions. *J. Fluid Mech.*, 1966, vol. 25, pt 2.
3. Владимиров В. А. Формирование вихревых шнуров из восходящих потоков над испаряющейся жидкостью. Докл. АН СССР, 1977, т. 236, № 2.
4. Ward N. B. The exploration of certain features of tornado dynamics using a laboratory model. *J. Atmos. Sci.*, 1972, vol. 29, N 6.
5. Church C. R., Snow J. T., Agee E. M. Tornado vortex simulation at Purdue university. *Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 1977, vol. 58, No. 9.
6. Rotunno R. A note on the stability of a cylindrical vortex sheet. *J. Fluid Mech.* 1978, vol. 87, pt 4.
7. Weske J. R., Rankin T. M. Generation of secondary motions in the field of a vortex. *Phys. Fluids*, 1963, vol. 6, No. 10.
8. Hide R., Titman C. W. Detached shear layers in a rotating fluid. *J. Fluid Mech.*, 1967, vol. 29, pt 2.
9. Michalke A., Timme A. On the inviscid instability of certain two-dimensional vortex-type flows. *J. Fluid Mech.*, 1967, vol. 29, pt 4.
10. Busse F. H. Shear flow instabilities in rotating systems. *J. Fluid Mech.*, 1968, vol. 33, pt 3.
11. Siegmund W. L. Evolution of unstable shear layers in a rotating fluid. *J. Fluid mech.*, 1974, vol. 64, pt. 2.
12. Greenspan H. P. The theory of rotating fluids. Cambridge, University Press, 1968 (Рус. перев.: Гринспен Х. Теория вращающихся жидкостей. Л., Гидрометеиздат, 1975).
13. Владимиров В. А. Устойчивость течения типа смерча. В сб. Нестационарные проблемы механики. Динамика сплошной среды, вып. 37. Новосибирск, Изд-во Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1978.
14. Во Хонг Ань, Тверской Б. А. О влиянии вращения на турбулизацию плоских потоков. Докл. АН СССР, 1965, т. 161, № 5, стр. 1030–1032.
15. Наливкин Д. В. Ураганы, бури, смерчи. Л., «Наука», 1969.