УДК 533.601.155

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВДУВА НА ТЕЧЕНИЕ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ВЯЗКОМ УДАРНОМ СЛОЕ ВБЛИЗИ ЛИНИИ ТОРМОЖЕНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

Э. А. ГЕРШБЕЙН, А. Ф. КОЛЕСНИКОВ

(Москва)

В рамках локально-автомодельного приближения уравнений Навье – Стокса исследуется осесимметричное течение однородного газа в гиперзвуковом ударном слое, включающем в себя область перехода через скачок уплотнения. Граничные условия, учитывающие вдув газа, задаются на поверхности тела и в невозмущенном потоке. Получено численное решение задачи в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса и параметра вдува. Приводятся зависимости от параметра вдува, обычно используемого в теории пограничного слоя, коэффициентов трения и теплообмена на поверхности тела, отнесенных к их значениям, полученным при параметре вдува, равном нулю, и показано, что они универсальны и совпадают с аналогичными зависимостями, полученными из решения уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя с модифицированными соотношениями Ренкина – Гюгонио на ударной волне и из решения уравнений пограничного слоя.

Ранее исследование влияния вдува на параметры течения и теплообмен в вязком ударном слое проводилось в рамках теории гиперзвукового ударного слоя с обычными или обобщенными соотношениями Ренкина – Гюгонио на ударной волне (см., например, [1–4]). В [5] исследование вдува в сверхзвуковой поток проводилось в рамках полных уравнений Навье – Стокса с обычными соотношениями Ренкина – Гюгонио на ударной волне.

1. Рассмотрим обтекание гладкого затупленного осесимметричного тела гиперзвуковым потоком разреженного однородного газа, предполагая, что число Кнудсена мало и для расчета течения в возмущенной области применимы уравнения Навье – Стокса. Будем предполагать, что с поверхности тела, имеющего постоянную температуру, осуществляется равномерно распределенный по поверхности вдув, причем вдуваемый газ и газ набегающего потока имеют одинаковые свойства.

Представим решение уравнений Навье – Стокса, записанных в системе координат, нормально связанных с поверхностью тела, вблизи линии торможения в виде рядов по продольной координате и, используя локально-автомодельное приближение [6], достаточно точное для гладких тел [7, 8], получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для первых членов разложения, которую запишем в безразмерном виде, преобразовав к переменной Дородницына

$$\eta=(1+\nu)\int_1^r \rho r^\nu\,dr \tag{1.1}$$

$$(lf''+ff')'=f'^2+\frac{1}{1+\nu}f'(f'-v)+\frac{2}{1+\nu}\frac{P_2}{\rho} \tag{1.2}$$

$$\left(\frac{4}{3}l\frac{f}{\psi}\psi''\right)'=\rho^2\psi\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}T-v^2\right)\psi''-\frac{f}{\psi}(f'-v)\psi'-\frac{\gamma-1}{\gamma}\rho T'\psi$$

$$\left\{\frac{l}{\sigma}\left[H'+\left(\frac{4}{3}\sigma-1\right)\left(\frac{v^2}{2}\right)'\right]+fH\right\}'=f'H$$

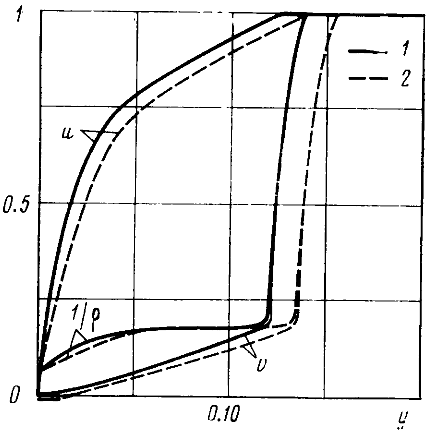
$$P_2'=-P_0'+\frac{f'(f'-v)}{(1+\nu)\psi},\qquad P_0=\frac{\gamma-1}{\gamma}\rho T$$

$$v=\frac{f}{\psi}\psi',\qquad \rho=\frac{1}{\psi'},\qquad r=\psi^{1/(1+\nu)},\qquad u=f'$$

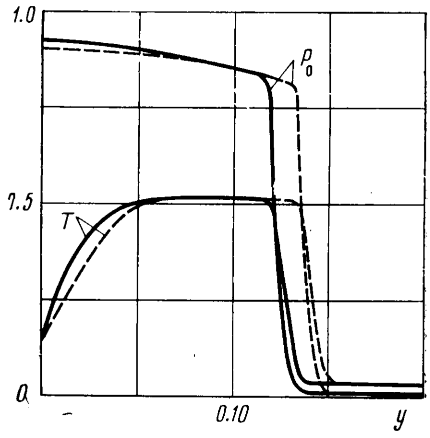
$$\mu=[(\gamma-1)M_\infty{}^2T]^\omega,\qquad h=\int_0^T c_p\,dT,\qquad r=1+y$$

$$l=\frac{1+\nu}{\mathrm{Re}_\infty}\mu\rho r^{1+2\nu},\qquad H=h+\frac{v^2}{2},\qquad 2P_2=\frac{1}{x}\frac{\partial P}{\partial x}$$

Здесь и далее xR, yR — координаты, отсчитываемые вдоль поверхности тела и по нормали к ней; $xV_\infty u$, $-V_\infty v$ — составляющие вектора скорости; $V_\infty^2 h$, $\rho_\infty\rho$, T_*T, $\rho_\infty V_\infty^2 P$, $c_{p\infty}c_p$, $\mu_\infty\mu$, λ — соответственно энтальпия, плотность, температура, давление, теплоемкость, коэффициенты сдвиговой вязкости и теплопроводности; R — радиус кривизны поверхности в критической точке, индексы ∞ и w относятся к размерным величинам в набегающем потоке и к величинам на поверхности тела; $\nu=0$ для плоских, $\nu=1$ для осесимметричных течений; штрих обозначает дифференцирование по переменной η; $T_*=(\gamma-1)M_\infty^2T_\infty$, $\mathrm{Re}_\infty=\rho_\infty V_\infty R/\mu_\infty$, $\sigma=\mu c_p/\lambda$, $f_w=-\rho_w v_w/\rho_\infty V_\infty$.



Фиг. 1



Фиг. 2

При написании уравнений опущены некоторые члены малого порядка. Граничные условия для уравнений (1.2) имеют вид

$$f=f_w,\quad f'=0,\quad \psi=1,\quad h=h_w\quad (\eta=0) \tag{1.3}$$

$$f'\to1,\quad \psi'\to1,\quad \psi\to f,\quad h\to1/(\gamma-1)M_\infty^2,\quad P_2\to0\quad (\eta\to\infty) \tag{1.4}$$

Уравнения (1.2) имеют особые точки [9–11], одна из которых соответствует набегающему потоку на бесконечности, вторая — критической точке потока, которая находится на поверхности тела в случае непроницаемой стенки [9, 10] или внутри потока при наличии вдува [11].

2. Задача (1.2) – (1.4) решалась на ЭВМ с использованием конечно-разностной схемы [12] с точностью аппроксимации $O(\Delta\eta^4)$. Конечно-разностные уравнения решались поочередно в порядке написания (1.2) методом прогонки с итерациями в силу нелинейности уравнений. При линеаризации и задании начальных профилей учитывался характер особых точек. При численном решении задачи второе граничное условие для функции ψ на бесконечности ($\psi\to f$) переносилось на поверхность тела путем однократного интегрирования уравнения импульсов в проекции на нормаль от некоторой точки η^*, расположенной в невозмущенном потоке, до поверхности тела. Новое граничное условие имеет вид

$$\frac{4}{3}\frac{1+\nu}{\mathrm{Re}_\infty}\mu_w f_w\psi_w''-\left[\left(1+\frac{1}{\gamma M_\infty^2}\right)f(\eta^*)-\right.$$

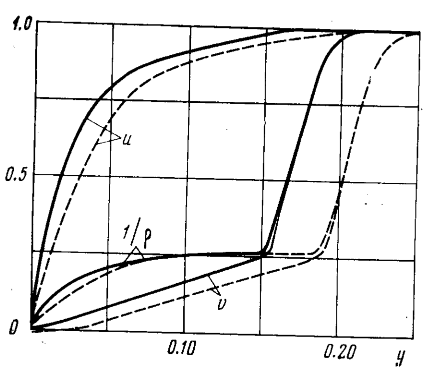
$$\left.-\int\limits_0^{\eta^*}\left(f'v+\frac{\gamma-1}{\gamma}T\right)d\eta\right]\psi_w'+f_w^2\psi_w'^2+\frac{\gamma-1}{\gamma}T_w=0$$

Четвертое уравнение системы (1.2) интегрировалось от внешней границы расчетной области с той же точностью $O(\Delta\eta^4)$.

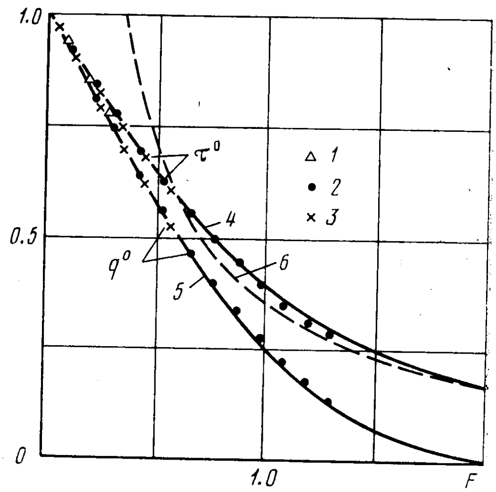
В численных расчетах варьировались параметры Re_∞, f_w, γ, T_w/T_0 (T_0 — температура торможения) в следующих пределах: $\mathrm{Re}_\infty=10\div2500$; $-f_w=0\div0.3$; $\gamma=1.4$, $5/3$;

$T_w/T_0=0.03$, 0.3. Числа M_∞, σ, ω принимали значения: $M_\infty=10$, $\sigma=0.75$, $\omega=0.5$. Теплоемкость газа считалась постоянной.

Некоторые результаты расчета приведены на фиг. 1–5. На фиг. 1–3 представлены характерные профили газодинамических параметров поперек ударного слоя около непроницаемой поверхности – кривые *1*, и при наличии вдува – кривые *2*. Фиг. 1, 2 соответствуют течению с параметрами $\mathrm{Re}_\infty=1100$, $\gamma=1.4$, $T_w/T_0=0.3$, $-f_w=0$, 0.1. На фиг. 3 приведены некоторые результаты, полученные для случая сильно охлажденной поверхности при $\mathrm{Re}_\infty=700$, $\gamma=5/3$; $-f_w=0$, 0.2, $T_w/T_0=0.03$.



Фиг. 3



Фиг. 4

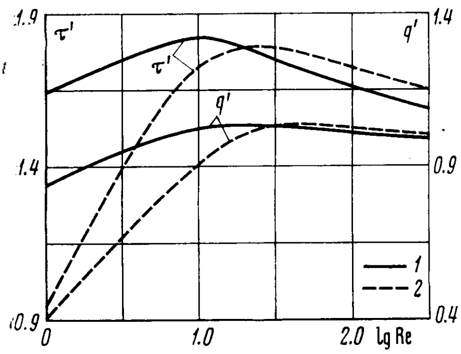
Анализ результатов расчета показывает, что при малых числах Рейнольдса влияние вдува с удельными расходами $-f_w\leqslant 0.1$ на характер течения в ударном слое, тепловые потоки и коэффициент трения на поверхности тела невелико. С увеличением числа Рейнольдса при фиксированном расходе влияние вдува усиливается – увеличивается отход ударной волны, давление и плотность на теле уменьшаются. В приведенных здесь решениях давление в слое вдува практически не меняется.

Для характеристики интенсивности вдува по его влиянию на параметры течения введем параметр вдува, обычно рассматриваемый в теории ламинарного пограничного слоя (см., например, [13])

$$F=-f_w\sqrt{\frac{\mathrm{Re}}{1+\nu}}\left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)^{1/4}(-2P_{2w})_{f_w=0}^{-1/4}, \tag{2.1}$$

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho_\infty V_\infty R}{\mu(T_0)}$$

Данный параметр используется также в теории гиперзвукового вязкого ударного слоя на проницаемой поверхности с граничными условиями, задаваемыми на ударной волне [1, 14]. На фиг. 4 приведены в зависимости от параметра F коэффициент трения и тепловой поток на поверхности тела, отнесенные к их значениям, полученным при $F=0$, τ^0 и q^0. Точкам *1* соответствуют параметры $\mathrm{Re}_\infty=100$, $\gamma=1.4$, точкам *2* – $\mathrm{Re}_\infty=700$, $\gamma=5/3$, точкам *3* – $\mathrm{Re}_\infty=1100$, $\gamma=1.4$. Температурный фактор во всех данных расчетах $T_w/T_0=0.3$. Кривыми *4* и *5* показаны зависимости τ^0 и q^0, полученные из решения уравнений пограничного слоя, кривая *6* соответствует расчету по асимптотической формуле для трения при больших значениях параметра вдува [13]. Как видно из фиг. 4, все рассчитанные точки близки к кривым, полученным из решения уравнений пограничного слоя. Следует отметить, что кривые, полученные из решения уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя [1], которые



Фиг. 5

здесь не приводятся, чтобы не загромождать фигуру, также практически совпадают с данными кривыми.

Таким образом, полученные здесь зависимости относительных величин коэффициента трения и теплового потока от параметра вдува F являются универсальными (при фиксированном температурном факторе) в широком диапазоне чисел Рейнольдса – от малых и умеренных до больших. При этом асимптотическое решение дает значения коэффициента трения, близкие к точным, полученным из решения уравнений Навье – Стокса в локально-автомодельном приближении, при $F \gtrsim 1.5$ (для $T_w/T_0=0.3$).

На фиг. 5 приведены зависимости безразмерных значений коэффициента трения $\tau'=\mu(du/dy)\sqrt{\mathrm{Re}}/\mathrm{Re}_\infty$ и теплового потока $q'=(dT/dy)\sqrt{\mathrm{Re}}/\sigma\mathrm{Re}_\infty$ на поверхности тела от числа Рейнольдса Re – кривые *1* ($\gamma=1.4$, $T_w/T_0=0.3$). Отметим, что при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} \gtrsim 20$ коэффициент трения и тепловой поток, полученные при решении «усеченных» уравнений Навье – Стокса (1.2), удовлетворительно согласуются с результатами работы [15], в которой решались уравнения гиперзвукового вязкого ударного слоя с модифицированными условиями Ренкина – Гюгонио на ударной волне (кривые *2*).

Поступила 4 IX 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гершбейн Э. А., Тирский Г. А.* Течение вязкого теплопроводного многокомпонентного газа в ударном слое в окрестности притупления при интенсивных вдувах. Науч. тр. Ин-та механ. МГУ, 1970, № 1.
2. *Анкудинов А. Л.* Расчет вязкого гиперзвукового ударного слоя с подводом массы при умеренно малых числах Рейнольдса. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
3. *Kang S. W.* Hypersonic low-Reynolds-number flow over a blunt body with mass injection. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 8.
4. *Брыкина И. Г.* Интегрирование уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя методом последовательных приближений. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18, № 1.
5. *Емельянова З. М., Павлов Б. М.* Применение полных уравнений Навье-Стокса к расчету вдува с поверхности затупленного тела при сверхзвуковом обтекании. В сб. «Численные методы в аэродинамике», вып. 2, М., Изд-во МГУ, 1977.
6. *Као.* Гиперзвуковое вязкое течение вблизи критической линии тока затупленного тела, ч. 1, 2. Ракетная техника и космонавтика, 1964, т. 2, № 11.
7. *Li C. P.* Hypersonic nonequilibrium flow past a sphere at low Reynolds numbers. AIAA paper, 1974, No. 173.
8. *Афонина Н. Е., Громов В. Г., Савинов К. Г., Шкадова В. П.* Неравновесное обтекание затупленного конуса сверхзвуковым потоком углекислого газа. Отчет Ин-та механ. МГУ, 1976, № 1813.
9. *Левинский Е., Иосихара Х.* Обтекание сферы гиперзвуковым потоком разреженного газа. В сб. «Исследование гиперзвуковых течений». М., «Мир», 1964.
10. *Архипов В. Н., Поленов А. Н.* Обтекание сферы гиперзвуковым потоком вязкого релаксирующего газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.
11. *Гершбейн Э. А., Колесников А. Ф.* Численное решение уравнений Навье – Стокса в окрестности притупления тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа при наличии вдува. В сб. «Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува». М., Изд-во МГУ, 1979.
12. *Петухов И. В.* Численный расчет двумерных течений в пограничном слое. В сб. «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы». М., «Наука», 1964.
13. *Гершбейн Э. А.* Ламинарный многокомпонентный пограничный слой при больших вдувах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 1.
14. *Гершбейн Э. А.* Теория гиперзвукового вязкого ударного слоя при больших числах Рейнольдса и при сильном вдуве инородных газов. ПММ, 1974, т. 38, № 6.
15. *Анкудинов А. Л.* Вязкий ударный слой около параболоида вращения. Тр. ЦАГИ, 1973, № 1448.