

интегральное соотношение для толщины диффузионного пограничного слоя, приводящее к известному правильному выражению для Nu_0 , только если пренебречь поправками порядка R .

Поступила 13 X 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Головин А. М., Натяганов В. Л. Магнитогидродинамическое обтекание капли при малых числах Рейнольдса и Гартмана. Изв. АН СССР, МЖГ, 1978, № 6.
2. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.
3. Acrivos A., Taylor T. D. Heat and mass transfer from single spheres in Stokes flow. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 4.
4. Головин А. М., Иванов М. Ф. Движение пузыря в вязкой жидкости. ПМТФ, 1971, № 1.
5. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С., Чалюк А. Т. Диффузия к капле при больших числах Пекле и конечных числах Рейнольдса. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 2.
6. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. Диффузия к твердой сферической частице в потоке вязкой жидкости при конечных числах Рейнольдса. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 6.
7. Аксельруд Г. А. Массообмен тел сферической формы с потоком жидкости. Инж.-физ. ж., 1970, т. 19, № 1.
8. Волощук В. М., Стужнева Л. В. Диффузионный поток на сферу при малых и средних числах Рейнольдса. Приближение диффузионного пограничного слоя. ПМТФ, 1970, № 2.

УДК 533.6.011.6:532.526.2

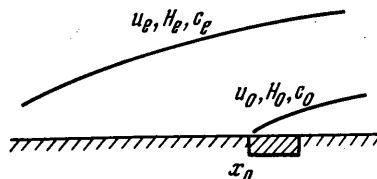
К ТЕОРИИ КАТАЛИТИЧЕСКОГО КАЛОРИМЕТРА

В. Л. БЕСПАЛОВ, В. Г. ВОРОНКИН

(Москва)

Приведено аналитическое решение задачи о теплообмене каталитического калориметра, установленного на пластине, причем каталитические свойства пластины и калориметра различны. Решение получено в предположении химически замороженного течения бинарной смеси в пограничном слое с помощью метода средних массовых величин [1].

1. Под каталитическим калориметром понимается калориметр, поверхность которого обладает способностью каталитической рекомбинации атомов, характери-



Фиг. 1

зуемой константой скорости каталитической рекомбинации K_w . Такого рода калориметр можно использовать как датчик теплового потока [2]. В общем случае каталитические свойства калориметра и поверхности, на которой он установлен, различны, и задача сводится к исследованию влияния разрыва граничных условий на теплообмен. Некоторые задачи теплообмена с разрывными граничными условиями рассмотрены в [3, 4].

С математической точки зрения постановка таких задач следующая: в некотором сечении $x=x_0$, где заданы профили параметров пограничного слоя $u(x_0, \psi)$, $H(x_0, \psi)$, $c(x_0, \psi)$ — скорость, замороженная энтальпия и атомарная концентрация соответственно, происходит резкое изменение граничных условий на стенке и при $x > x_0$ начинает развиваться внутренний пограничный слой (см. фиг. 1). Здесь ψ — расход газа или функция тока в пограничном слое.

Весьма удобным инженерным методом решения подобных задач является метод

среднемассовых величин, существо которого заключается в том, что расчет, например, теплового потока к стенке за точкой разрыва граничных условий можно проводить по локально-автомодельным соотношениям, используя в качестве параметров на внешней границе внутреннего, развивающегося при $x > x_0$ пограничного слоя среднемассовые значения

$$(1.1) \quad u_0 = \frac{1}{\psi_\delta} \int_0^{\psi_\delta} u \, d\psi, \quad H_0 = \frac{1}{\psi_\delta} \int_0^{\psi_\delta} H \, d\psi, \quad c_0 = \frac{1}{\psi_\delta} \int_0^{\psi_\delta} c \, d\psi$$

где ψ_δ — расход через внутренний пограничный слой.

Далее рассматривается случай, когда каталитический калориметр малой протяженности установлен на плоской пластине, обтекаемой потоком диссоциированного газа с концентрацией атомов c_e . Константы скорости каталитической рекомбинации атомов на поверхности пластины K_{w1} и калориметра K_{w2} в общем случае различны. Газ в пограничном слое считается нереагирующей бинарной смесью атомов и молекул.

В случае плоской пластины расход ψ_δ через внутренний пограничный слой следующим образом связан с функцией Блазиуса f основного пограничного слоя [1]:

$$\psi_\delta = \left(\int_{x_0}^x (\rho\mu)_0 u_0 \, dx \right)^{1/2} \quad \varphi_\delta = \sqrt{\rho_e \mu_e u_e x_0} f \quad (\varphi_\delta \approx 3.3)$$

Найдем связь между u_0 и координатой $x - x_0$. Для этого воспользуемся разложением f' при малых f

$$\frac{u}{u_e} = f' = (2f_w'')^{1/2} f^{1/2} + O(f^2), \quad f_w'' = 0.332$$

$$\begin{aligned} \frac{u_0}{u_e} &= \frac{1}{\psi_\delta} \int_0^{\psi_\delta} f' \, d\psi = \frac{2}{3} (2f_w'')^{1/2} \varphi_\delta^{1/2} \times \\ &\times \left[\int_{x_0}^x (\rho\mu)_0 u_0 \, dx \right]^{1/4} / [(\rho\mu)_e u_e x_0]^{1/4} \end{aligned}$$

Возводя это выражение в четвертую степень, дифференцируя и интегрируя при $\rho\mu = \text{const}$, получим

$$(1.2) \quad \left(\frac{u_0}{u_e} \right)^3 = \alpha \frac{x - x_0}{x_0}, \quad \alpha = 3 \left(\frac{2}{3} \right)^4 (f_w'' \varphi_\delta)^2 \approx 0.71$$

Зная u_0 , можно определить распределение концентрации атомарной компоненты c_w/c_0 на поверхности калориметра. Для этого необходимо воспользоваться известным локально-автомодельным решением для диффузионного пограничного слоя на каталитически активной пластине

$$(1.3) \quad \frac{c_w}{c_e} = \Phi(x, K_{w1}), \quad \Phi = \left(1 + \frac{Sc^{2/3}}{0.47} \frac{\rho_w K_w \sqrt{2x}}{\sqrt{\rho_e \mu_e u_e}} \right)^{-1}$$

В соответствии с методом среднемассовых величин на основании (1.3) для определения c_w/c_0 на поверхности калориметра получаем следующее выражение:

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \frac{c_w}{c_0} &= \Phi_0(x - x_0, K_{w2}), \quad \Phi_0 = \left(1 + \frac{Sc^{2/3}}{0.47} \frac{\rho_w K_w \sqrt{2(x - x_0)}}{\sqrt{\rho_0 \mu_0 u_0}} \right)^{-1} = \\ &= \left[1 + \frac{Sc^{2/3}}{0.47 \alpha^{1/3}} \frac{\rho_w K_w \sqrt{2x_0}}{\sqrt{\rho_e \mu_e u_e}} \left(\frac{x}{x_0} - 1 \right)^{1/2} \right]^{-1} \end{aligned}$$

Значение атомарной концентрации на внешней границе внутреннего пограничного слоя c_0 определим не из (1.1), а из условия, что при одинаковых каталитических свойствах пластины и калориметра $K_{w1}=K_{w2}$ величины c_w , рассчитанные для области калориметра по (1.3) и (1.4) совпадают. Тогда получим $c_0=c_e\Phi(x, K_{w1})/\Phi_0(x-x_0, K_{w1})$. При этом распределение атомарной концентрации вдоль поверхности калориметра представим в виде

$$(1.5) \quad c_w = c_e \frac{\Phi(x, K_{w1})}{\Phi_0(x-x_0, K_{w1})} \Phi_0(x-x_0, K_{w2})$$

Тепловой поток к каталитически активной пластине, находящейся в потоке диссоциированного газа, представляется суммой конвективной q_c и диффузионной q_r частей. Диффузионная часть обусловлена каталитической рекомбинацией атомов на стенке.

Конвективная часть теплового потока выражается соотношением

$$(1.6) \quad q_c = 0.47 \text{Pr}^{-2/3} \sqrt{\frac{\rho_e \mu_e u_e}{2x}} H_e (t_{aw} - t_w)$$

$$t_{aw} = 1 - (1 - \sqrt{\text{Pr}}) \frac{u_e^2}{2H_e}, \quad t_w = \frac{c_p T_w}{H_e}, \quad H_e = H_{00} - c_e h^\circ$$

Здесь H_{00} — полная энтальпия набегающего потока, h° — теплота диссоциации молекул, T_w — температура стенки. Поскольку разрыв в температуре стенки не рассматривается, то этим соотношением можно пользоваться и в области калориметра.

Диффузионная часть теплового потока определяется выражением $q_r = \rho_w K_w h^\circ c_w$, в котором для расчета теплового потока на пластине до калориметра надо использовать K_{w1} и значения c_w , определенные соотношением (1.3), а для области калориметра — соответственно K_{w2} и соотношение (1.5).

Поскольку калориметрический датчик регистрирует усредненный тепловой поток, важно знать

$$(1.7) \quad \langle q_r \rangle = \frac{1}{a} \int_{x_0}^{x_0+a} q_r(x) dx$$

где a — длина датчика.

Интегрируя (1.7) при условии, что в области калориметра малой протяженности $x \approx x_0$, т. е. полагая в (1.5) $\Phi(x, K_{w1}) \approx \Phi(x_0, K_{w1}) = \text{const}$, получим

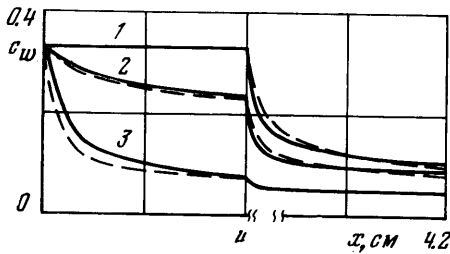
$$(1.8) \quad \langle q_r \rangle = \frac{3c_e h^\circ \rho_w K_{w2} \Phi(x_0, K_{w1})}{z^3} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{3} \frac{K_{w1}}{K_{w2}} z^3 + \left(1 - \frac{K_{w1}}{K_{w2}} \right) \left[\frac{1}{2} z^2 - z + \ln(1+z) \right] \right\}$$

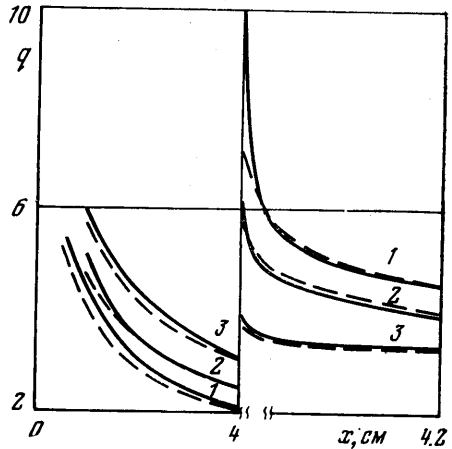
$$z = \frac{Sc^{2/3}}{0.47\alpha^{1/6}} \frac{\rho_w K_{w2} \sqrt{2x_0}}{\sqrt{\rho_e \mu_e u_e}} \left(\frac{a}{x_0} \right)^{1/6}$$

Отметим, что в рамках метода среднemasовых величин не представляет труда распространить полученное решение на случай, когда основной пограничный слой неравновесный, а внутренний пограничный слой в области калориметра малых размеров замороженный. Отличие будет заключаться только в том, что величина c_0 , определяемая по (1.1) с использованием профиля концентрации во внешнем пограничном слое перед калориметром, не будет, вообще говоря, выражаться аналитически.

2. Рассмотрим обтекание диссоциированным потоком азота пластины протяженностью $x_0=4$ см с установленным на ней калориметром длиной $a=2$ мм. Скорость потока $u_e=6160$ м/сек, температура $T_e=5800^\circ$ К, давление 0.056 атм. Массовая концентрация атома азота $c_e=0.33$, температура поверхности 300° К. Константа скорости каталитической рекомбинации атомов азота на поверхности калориметра $K_{w2}=13$ м/сек (соответствует платине), каталитическая активность поверхности пластины варьировалась в расчетах: $K_{w1}=0, 1, 7$ м/сек.



Фиг. 2



Фиг. 3

Распределения концентрации атомов и теплового потока (в $\text{вт}/\text{м}^2$) на пластине и калориметре показаны на Фиг. 2 и 3. Масштаб по оси абсцисс при $x > x_0$ увеличен в 20 раз. Сплошными линиями показаны результаты расчетов по предложенной методике, штриховыми изображены результаты численного расчета по программе [5]. Цифрами 1, 2, 3 обозначены кривые, соответствующие значениям $K_{\text{wt}} = 0, 1, 7 \text{ м/сек}$ соответственно. Приемлемое совпадение результатов приближенного аналитического решения и численных расчетов свидетельствует о высокой эффективности метода средних массовых величин и применимости полученных конечных формул на практике.

Концентрация атомов на поверхности калориметра, обладающего более высокой, чем пластина, каталитической активностью, становится меньше, а тепловой поток, обусловленный каталитической рекомбинацией на поверхности, становится больше, чем на пластине без разрыва каталитичности. Конвективная составляющая теплового потока на калориметре рассчитывается по (1.6) и резких изменений не испытывает.

Анализ результатов показывает, что тепловой поток к поверхности каталитического калориметра сильно зависит от каталитических свойств пластины, находящейся перед ним. Это свойство калориметра использовано в способе определения каталитической активности материалов [2].

Поступила 1 IX 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Лунев В. В. Метод средних массовых величин для пограничного слоя во внешнем потоке с поперечной неоднородностью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.
2. Язлаков Ю. В., Воронкин В. Г., Беспалов В. Л. Способ определения каталитической активности материалов. Авт. свид. № 442400, опубл. 5.09.74, Класс G01, n, 25/00.
3. Землянский Б. А., Маринин В. П. К теории калориметра на проницаемой поверхности. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 5.
4. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М., «Машиностроение», 1972.
5. Воронкин В. Г., Гераскина Л. К. Неравновесный ламинарный пограничный слой диссоциирующего воздуха на осесимметричных телах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 3.

УДК 533.6.011.8

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В СИЛЬНО РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

О. Г. ФРИДЛЕНДЕР

(Москва)

Рассматривается плоская задача теплопередачи в разреженном газе. Изучается немонотонное изменение потока тепла между пластинами при понижении температуры одной из них. Указывается на парадокс, возникающий в этой задаче при описании взаимодействия молекул газа с поверхностью с помощью коэффициентов аккомодации.