сложно подобрать их диаметры и плотность таким образом, чтобы расход жидкости по высоте менялся в соответствии с требуемым автомодельным законом. Для изменения в определенных пределах потока вихря и, в частности, его знака можно воспользоваться тем обстоятельством, что величина и знак завихренности, порождаемой на входе в среду, зависят от угла входа. Таким образом, поток вихря в принципе можно варьировать, меняя наклон входных сечений пористых вставок, которые следует расположить в отверстиях трубы.

Поступила 18 VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вайсман А. М., Гольдштик М. А.* Динамическая модель движения жидкости в пористой среде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1978, № 6.
2. *Голубинский А. А., Сычев В. В.* Об одном автомодельном решении уравнений Навье – Стокса. Уч. зап. ЦАГИ, 1976, т. 7, № 6.
3. *Гольдштик М. А.* Одно парадоксальное решение уравнений Навье – Стокса. ПММ, 1960, т. 24, вып. 4.

УДК 532.546

ЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА О РАЗЛОЖЕНИИ ГИДРАТОВ ГАЗА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Н. Н. ВЕРИГИН, И. Л. ХАБИБУЛЛИН, Г. А. ХАЛИКОВ

(Москва, Уфа)

Получены автомодельные решения линеаризованных уравнений фильтрации газа в областях с подвижной границей раздела, описывающих разложение газовых гидратов при понижении давления.

При определенных термодинамических условиях компоненты природного газа в соединении с водой образуют так называемые газовые гидраты – твердые кристаллические соединения. В [1] показано, что ряд крупных газовых месторождений Крайнего Севера содержит газ в виде гидратов. Гидраты образуются и при эксплуатации газовых месторождений, в которых газ находится в условиях, близких к равновесным для гидратообразования [2]. Эффективная разработка подобных газогидратных и газовых месторождений предполагает перевод газа из твердого связанного состояния в свободное. Одним из методов разложения газовых гидратов является снижение давления в пористой среде ниже давления разложения при данной температуре [1].

В данной работе рассматривается линейная одномерная задача о разложении гидратов газа понижением давления в полубесконечном пласте. Большинство газогидратных месторождений характеризуются небольшими значениями пластового давления (меньше ста атмосфер) и температуры (263–285° К). Поэтому в первом приближении изменением температуры за счет дроссельного эффекта и зависимостью плотности газа от температуры можно пренебречь и рассматривать задачу в баротропном приближении.

Пусть в начальный момент времени в пористой среде находится газ в двухфазном состоянии при давлении p_e и температуре T; при этом часть пор $m\beta$ занята гидратом, а часть $m(1-\beta)$ – свободным газом, здесь m – пористость, β – гидратонасыщенность пор. Заметим, что такая ситуация соответствует случаю недостатка воды в пласте для связывания свободного газа в гидрат. Если в некоторый момент времени давление в галерее (при $x=0$) мгновенно снижается до определенного значения $p_\Gamma<p_p<p_e$, где $p_p(T)$ – давление разложения гидрата при данной температуре, то в пласте образуются две области фильтрации газа с разными свойствами, разделенные подвижной границей разложения гидрата $l(t)$. При разложении гидрата выделяются газ и вода, но, как показано ниже, в некоторых случаях можно считать, что на подвижной границе с координатой $l(t)$ вода присоединяется к породе пласта и потому ее фазовая проницаемость равна нулю. При этом несколько уменьшаются пористость и фазовая проницаемость газа в первой области. Фильтрация газа происходит в направлении к галерее, а поверхность $l(t)$ движется в обратном направлении.

Распределение давления в пласте описывается уравнениями

$$\frac{2m_n\mu}{k_n}\frac{\partial p_n}{\partial t}=\frac{\partial^2 p_n^2}{\partial x^2}\qquad (n=1,2) \tag{1}$$

Здесь μ – вязкость, k_n – фазовые проницаемости газа, p_n – давление, индекс $n=1$ относится к области $0<x<l(t)$, а индекс $n=2$ – к области $l(t)<x<\infty$, $m_1=m(1-\sigma)$, $m_2=m(1-\beta)$, σ – водонасыщенность пор.

В соответствии со сказанным выполняются следующие краевые условия:

$$p_1(0,\ t)=p_Г,\qquad p_2(x,0)=p_2(\infty,\ t)=p_e \tag{2}$$

На поверхности разложения гидрата имеет место условие непрерывности давления

$$p_1(l,\ t)=p_2(l,\ t)\equiv p_p(T) \tag{3}$$

где давление разложения гидрата $p_p(T)$ при постоянной пластовой температуре T определяется согласно соотношению фазового перехода гидрата в газ [1]:

$$\lg p_p=a[(T-T_0)+b(T-T_0)^2]+c$$

Здесь $T_0=273°$ K, a, b и c – эмпирические постоянные, зависящие от состава гидрата.

Для единственности решения задачи необходимо еще условие баланса массы газа на границе $l(t)$. Это условие получим по методике работы [3]. Уравнение баланса массы газа в первой области имеет вид

$$m(1-\sigma)\int_0^{l(t)}\rho_1(x,t)\,dx = m\beta\varepsilon\rho_3 l(t)+ \tag{4}$$

$$+\int_0^t\rho_1(0,t)v_1(0,t)\,dt-\int_0^t\rho_2(l,t)\left[v_2(l,t)-m(1-\beta)\frac{dl}{dt}\right]dt$$

Здесь ρ_3 – плотность гидрата, $\rho_{1,2}$ – плотности газа, v_1 и v_2 – скорости его фильтрации в зонах 1, 2, ε – масса газа в единице массы гидрата, определяемая по формуле [2]

$$\varepsilon=M/(LN+M)$$

где M – молекулярный вес газа-гидратообразователя, N – молекулярный вес воды, L — постояннная, зависящая от состава гидрата, численно равная числу молекул воды, связанных в гидрате с одной молекулой газа.

В уравнении (4) первый член в правой части соответствует массе газа, выделяемой при разложении гидрата, а последние два — разности массовых потоков газа на границах области. При этом в выражении потока массы через подвижную границу $l(t)$ учитывается относительное движение газа через нее. Дифференцируя (4) по времени (с учетом того, что верхний предел интегрирования выражения в левой части зависит от времени) и используя уравнение неразрывности газа в первой области

$$m(1-\sigma)\partial\rho_1/\partial t=-\partial(\rho_1 v_1)/\partial x$$

после несложных преобразований имеем

$$\rho_1 v_1-\rho_2 v_2=-[\beta\varepsilon\rho_3-(1-\sigma)\rho_1+(1-\beta)\rho_2]m\,dl/dt$$

Из условия (3) и уравнения состояния газа следует

$$\rho_1(l,\ t)=\rho_2(l,\ t)\equiv\rho(l,\ t)=\rho_0 p_p T_0/p_0 Tz$$

Тогда уравнение (4) примет вид

$$v_1(l,t)-v_2(l,t)=-\left[\beta\varepsilon\frac{\rho_3 p_0 T}{\rho_0 p_p T_0}z-(\beta-\sigma)\right]m\frac{dl}{dt} \tag{5}$$

Таким образом, на поверхности $l(t)$ благодаря наличию источника массы и скачкообразному изменению пористости скорость фильтрации газа терпит разрыв. В случае, когда пласт первоначально полностью насыщен гидратом ($\beta=1$, $v_2=0$) и не учитывается выделение воды из гидрата ($\sigma=0$), соотношение (5) совпадает с условием, полученным в [2]. Выписанное в работах [1, 4] балансовое условие следует из (5), если пренебречь относительностью движения поверхности $l(t)$ и потока газа, т. е. принять $\sigma=0$, $\varepsilon=1$.

Нетрудно заметить, что задача (1)–(5) является гидродинамическим аналогом задачи Стефана и имеет автомодельное решение. Для решения задачи можно использовать линеаризацию уравнений по квадрату давления [5]. Как известно, такая линеаризация не приводит к ощутимой погрешности [6]. Решение линеаризованной задачи (1)–(5), следуя [5, 7, 8], можно выписать в виде

$$p_1^2=p_г^2+(p_p^2-p_г^2)\frac{\operatorname{erf}\lambda_1}{\operatorname{erf}\alpha_1} \tag{6}$$

$$p_2^2=p_e^2+(p_p^2-p_e^2)\frac{\operatorname{erfc}\lambda_2}{\operatorname{erfc}\alpha_2} \tag{7}$$

$$l(t)=\sqrt{\gamma t} \tag{8}$$

$$\lambda_n=\frac{x}{\sqrt{2\varkappa_n t}},\qquad \alpha_n=\sqrt{\frac{\gamma}{4\varkappa_n}}\qquad (n=1,2)$$

$$\gamma=\frac{l^2(t)}{t}=\mathrm{const},\qquad \varkappa_1\approx\frac{k_1p_г}{m(1-\sigma)\mu}$$

$$\varkappa_2\approx\frac{k_2p_e}{m(1-\beta)\mu}$$

Здесь $\operatorname{erf}\xi$ – интеграл вероятностей, $\operatorname{erfc}\xi=1-\operatorname{erf}\xi$.

Подставляя (6)–(8) в (5), получаем трансцендентное уравнение для определения параметра γ:

$$F(\gamma)=k_1\frac{p_p^2-p_г^2}{\sqrt{\pi\varkappa_1}}\frac{\exp(-\alpha_1^2)}{\operatorname{erf}\alpha_1}-k_2\frac{p_e^2-p_p^2}{\sqrt{\pi\varkappa_2}}\frac{\exp(-\alpha_2^2)}{\operatorname{erfc}\alpha_2}= \tag{9}$$

$$=\left[\beta\varepsilon\frac{\rho_з}{\rho_0}p_0\frac{T_p}{T_0}z-(\beta-\sigma)p_p\right]m\mu\sqrt{\gamma}$$

Анализ уравнения (9) показывает, что

$$F(0)=\infty,\qquad \lim_{\gamma\to\infty}F(\gamma)=-\infty,\qquad \frac{dF}{d\gamma}<0$$

Отсюда следует, что уравнение (9) и исходная краевая задача имеют единственное решение.

Дебит газа на единицу длины галереи определяется формулой

$$Q=\frac{k_1}{\mu}\frac{\partial p_1(0,t)}{\partial x}h$$

где h – мощность пласта.

Подставляя (6) в это выражение, имеем

$$Q=\frac{k_1h}{\mu}\frac{p_p^2-p_г^2}{p_г}\frac{1}{\operatorname{erf}\alpha_1}\frac{1}{2\sqrt{\pi\varkappa_1 t}} \tag{10}$$

Как и следовало ожидать, дебит газа со временем падает и зависит от фильтрационных свойств как первой, так и второй области.

В выражения (6)–(10) входит неизвестная величина σ – водонасыщенность в области разложившегося гидрата. Для ее определения составим условие баланса массы воды: $m\beta(1-\varepsilon)\rho_з l(t)=m\rho_b\sigma l(t)$, из которого следует, что

$$\sigma=\beta(1-\varepsilon)\frac{\rho_з}{\rho_b} \tag{11}$$

где ρ_b – плотность воды.

Таким образом, водонасыщенность пласта определяется насыщенностью и составом гидрата. В формуле (11) плотность воды можно считать постоянной, поскольку газогидратные месторождения характеризуются сравнительно низкими пластовыми давлением и температурой.

Таким образом, выражения (6)–(11) позволяют определить основные характеристики разложения газогидратов при понижении давления.

Из (11) следует, что при выполнении условия

$$\beta > \frac{\sigma_0 \rho_b}{(1-\varepsilon)\rho_з}$$

где σ_0 – значение водонасыщенности, при котором начинается фильтрация воды, гидродинамическую картину в первой области необходимо описывать уравнениями двухфазной фильтрации. Если принять, что $\sigma_0=0.2$, то для параметров реальных газогидратных месторождений, указанных ниже, оказывается, что модель однофазной фильтрации соответствует действительности при $\beta<0.3$. Это относится к области положительных температур. Следует ожидать, что в области отрицательных температур полученные решения остаются в силе во всем интервале $0<\beta\leq 1$, поскольку при этом выделяющаяся из гидрата вода переходит в лед. Тогда под σ следует подразумевать льдонасыщенность пласта.

Приведем пример расчета, который проводился при следующих значениях гидродинамических параметров: $m=0.2$, $k_2=k=10^{-14}$ *м*^{2}, $p_Г=40$ *атм*, $p_p=50$ *атм*, $p_0=60$ *атм*.

Рассматривался случай разложения гидрата метана, для которого [1]: $\rho_з=800$ *кг/м*^{3}, $\rho_0=0{,}717$ *кг/м*^{3}, $\mu=1.3\cdot 10^{-5}$ *н·сек/м*^{2}, $a=0.0417$, $b=1.415$, $c=0.01$, $M=16$, $N=18$, $L=6$.

При расчете, согласно кривым фазового равновесия метана, принималось значение $z=0.88$, которое с большой точностью справедливо для рассматриваемого диапазона давлений и температур. Фазовая проницаемость газа в первой области при наличии неподвижной воды определялась из соотношения [8]

$$k_1=k[(0.9-\sigma)/0.9]^{3.5}(1+3\sigma), \quad (\sigma<0.2) \tag{12}$$

где k – проницаемость пласта в отсутствие воды, а σ определяется согласно (11).

Допустим, что насыщенность гидрата $\beta=0.2$. Тогда из (11) и (12) следует, что $\sigma=0.139$, $k_1=0.79\cdot 10^{-14}$ *м*^{2}.

Решая трансцендентное уравнение (9), имеем $\gamma=0.0187$ *м*^{2}*/сек*. Зная параметр γ, по приведенным выше формулам можно определить основные характеристики процесса: распределение давления в газе, движение поверхности разложения гидрата и дебит газа. Так, ниже приведены положения поверхности разложения гидрата и мгновенный дебит газа на единицу поперечного сечения пласта в разные моменты времени:

t, *сут*	10	100	100
$l(t)$, *м*	127.1	402	1271
$h^{-1}Q(t)$, *м/сек*	5.38	1,7	0.538

Поступила 27 II 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Макогон Ю. Ф.* Гидраты природных газов. М., «Недра», 1974.
2. *Бондарев Э. А., Бабе Г. Д., Гройсман А. Г., Каниболотский М. А.* Механика образования гидратов в газовых потоках. Новосибирск, «Наука», 1976.
3. *Веригин Н. Н., Голубев В. С.* О генерировании пара в подземных пластах-коллекторах. Докл. АН СССР, 1975, т. 223, № 6.
4. *Гусейн-Заде М. А., Макогон Ю. Ф., Тен В. А., Трофимук А. А., Халиков Г. А.* Теоретические основы и рекомендации к разработке газогидратных залежей. Якутск, 1975 (АН СССР, Якут. филиал СО).
5. *Лейбензон Л. С.* Сборник трудов, т. 2. Подземная гидрогазодинамика. М., Изд-во АН СССР, 1953.
6. *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., «Недра», 1972.
7. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М., «Наука», 1972.
8. *Чарный И. А.* Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат, 1963.