

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УДАРНОГО ЗАПУСКА СВЕРХЗВУКОВЫХ СОПЛ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

В. Л. ГРИГОРЕНКО

(Москва)

Проведено численное исследование взаимодействия ударной волны с сужающимся-расширяющимся каналом в процессе ударного запуска плоских и осесимметричных сверхзвуковых сопел. Приводятся сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными. Обосновано применение метода, основанного на интегрировании одномерных нестационарных уравнений движения невязкого газа с учетом переменной теплоемкости для расчета распространения волновой структуры в процессе запуска сопла. Рассмотрено влияние формы входного отверстия отражающего канала на время запуска сопла.

Ранее сложная волновая картина, возникающая при ударном запуске, изучалась в работах [1-10], где наряду с преимущественным использованием экспериментальных методов делались попытки расчетов с применением одномерного метода характеристик для газа с постоянной теплоемкостью [2-5], приближенного метода [11] и асимптотического квазистационарного метода [2, 3, 9]. Из сравнения результатов расчетов с данными экспериментов в указанных работах следует:

1. При значениях числа Маха проходящей ударной волны в горле сопла  $M_1$ , меньших 4, расчеты по методу характеристик дают удовлетворительные результаты [2, 3], в то время как при больших значениях  $M_1$  предположение о постоянстве теплоемкости газа приводит к значительному отклонению расчетных кривых от экспериментальных точек [4, 5].

2. Приближенный метод [11] дает удовлетворительные результаты для первичной ударной волны даже в случае ее большой интенсивности. Однако при этом необходимо учитывать переменность теплоемкости газа, как это сделано в [12]. Вместе с тем квазистационарный асимптотический метод не дает необходимой точности при определении скорости вторичного скачка.

3. Для успешного исследования процесса запуска сопла в расчетной модели необходимо учитывать экспериментально обнаруженное [3] влияние двумерных эффектов при обтекании входных отверстий различной формы.

Из сопоставления результатов расчета по разработанной в данной работе методике и экспериментов различных авторов показано, что, во-первых, несмотря на возникновение существенно двумерной структуры в области горла сопла, используемая одномерная модель позволяет получать достоверные сведения о поведении системы волн и, во-вторых, эффекты вязкости, связанные с отрывом при взаимодействии вторичного скачка с пограничным слоем, слабо влияют на скорость распространения волновой структуры в рассматриваемом диапазоне чисел Маха падающей волны  $M_1 \geq 3$ , но существенно затягивают процесс запуска из-за наличия отрывной зоны.

Проведенное сравнение процессов запуска сопел, имеющих плоский отражающий торец и плавное коническое сужение, показало, что при одинаковой форме расширения в сопле с плавным сужением течение быстрее становится сверхзвуковым, чем в сопле, имеющем плоский отражающий торец. Однако из-за неравномерной скорости отраженной ударной волны время установления стационарного сверхзвукового потока в сопле с плавным сужением будет больше.

1. Рассмотрим плоское или осесимметричное течение идеального (невязкого и нетеплопроводного) газа в сопле за плоским отражающим торцом ударной трубы. Ось  $x$  совпадает с линией симметрии (осью сопла) и направлена слева направо по течению газа; плоскость  $x=0$  совпадает

с минимальным сечением ударной трубы. Сопло имеет скругленные (радиуса  $r_c$ ) края входного отверстия, причем радиус  $r_c$  скругления может быть равен нулю (острая кромка).

В момент времени  $t < 0$  по покоящемуся газу слева направо распространяется ударная волна заданной интенсивности. Встречаясь с торцевой стенкой, ударная волна отражается и движется влево против потока. Вправо по соплу распространяется проходящая (первичная) ударная волна. С течением времени в сопле устанавливается стационарное течение, отвечающее стационарным граничным условиям.

Эффекты двумерности проявляются в области течения, соизмеримой с размером горла сопла в момент расщепления падающей ударной волны на отраженную и проходящую ударные волны. При этом возникает сложная волновая структура. Время возникновения и существования такой структуры, как правило, мало по сравнению со временем запуска сопла реальных размеров. Оно сравнимо со временем распространения возмущений на длине, равной высоте (диаметру) минимального сечения сопла.

Ограниченность области существованию двумерного течения в данной задаче позволяет упростить ее постановку и применить одномерный подход при исследовании запуска сопла, протяженность сверхзвуковой части которого велика по сравнению с размерами горла. Однако влияние эффектов двумерности необходимо учитывать путем соответствующей формулировки начальных и граничных условий.

Течение газа за проходящей ударной волной описывается одномерными нестационарными уравнениями газовой динамики в каналом приближении, которые в интегральной форме имеют вид

$$(1.1) \quad \oint_{\Gamma} Q(x) [a dx - b dt] = \iint_{\Omega} f Q'(x) dx dt$$

$$a = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho \left( \varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho \left( \varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) + pu \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ 0 \end{bmatrix}$$

Здесь  $p$ ,  $\rho$ ,  $u$ ,  $\varepsilon$  — соответственно давление, плотность, скорость и внутренняя энергия газа. Интегрирование в (1.1) выполняется по произвольному замкнутому контуру  $\Gamma$ , ограничивающему область  $\Omega$  на плоскости переменных  $xt$ ;  $Q(x)$  — площадь поперечного сечения канала, причем если  $y = y(x)$  — уравнение образующей стенки канала в плоскости  $xy$ , то в плоских задачах  $Q(x) = y(x)$ , в осесимметричных  $Q(x) = y^2(x)$ .

В большинстве технических приложений высота (или радиус) отражающей торцевой стенки трубы во много раз превышает размер горла сопла. В результате отраженная ударная волна по прошествии некоторого времени становится практически плоской, а распределение параметров за ней близко к одномерному. Это обстоятельство позволяет существенно уменьшить расчетную область, выставляя в сечении  $x=0$  стационарные граничные условия. Скорость отраженной ударной волны и параметры за ней определялись из условия стационарного изэнтропического расширения газа от состояния за волной до звуковой скорости в сечении  $x=0$ .

Уравнения (1.1), применимые во всей расчетной области и допускающие появление разрывов, интегрировались с учетом граничных условий численно разностным методом, основанным на схеме [13].

За начальное распределение параметров бралось распределение газодинамических величин, возникающее в результате распада произвольного разрыва, образующегося в сечении  $x=0$  в момент  $t=0$ . При этом параметры слева от разрыва соответствовали стационарным граничным условиям на левой границе расчетной области, определенным по скорости отраженной волны, а справа принимались равными параметрам невозмущенного газа, причем изменением площади поперечного сечения пренебрегалось.

Начальный момент времени, в который задавалось это распределение, подбирался таким образом, чтобы при уменьшении его вдвое результаты дальнейших расчетов не отличались заметно друг от друга. Расчет производился в подвижной сетке, связанной с первичной ударной волной, распространяющейся по невозмущенному газу. Ее скорость на каждом временном слое определяется из решения задачи о распаде разрыва, которая является необходимой операцией для получения величин на границах расчетных ячеек в данной конечно-разностной схеме [13]. Основные требования, предъявляемые к сетке для повышения точности счета, состояли в следующем: а) сгущение в области высоких градиентов, б) выделение основных поверхностей разрыва, в) максимальный шаг по  $x$  определяется требуемой точностью расчета. Выполнение этих условий производилось с учетом особенностей течения в соплах за торцевой стенкой ударной трубы.

В начальный момент времени все  $N$  расчетных ячеек с равномерным шагом  $h_0$  заключены в области между сечением  $x=0$  и сечением  $x=x_0$ , где располагается первичная ударная волна. По мере движения ударной волны распределение ячеек по  $x$  перестает быть равномерным и их ширина  $h$  начинает изменяться в зависимости от появления характерных областей потока.

В процессе движения сетки удобно выделить три области: первую, характеризующую наличием больших градиентов параметров. От выбора шага в этой области существенно зависит точность решения, поэтому правая граница первой области останавливается в момент, когда величина шага достигает своего максимального значения  $h_{\max}$ , выбранного из соображений необходимой точности расчета. Вторая область ограничена справа вторичной ударной волной, выделяемой в процессе решения при достижении заметной разницы давлений в двух соседних ячейках, характеризующей заданной величиной  $\xi_n = (p_{n+1} - p_n) / (p_{n+1} + p_n)$  ( $n$  — номер ячейки). Координата  $x_r$  вторичной волны в момент возникновения  $t=t_*$  отождествляется с координатой узла сетки  $x_n$ , а движение вторичной ударной волны отождествляется с движением левой волны в задаче о распаде разрыва между ячейками  $n$  и  $n+1$ , лежащими по разные стороны от сечения  $x_r$ . И наконец, третья область заключена между вторичной и выделяемой головной ударной волной.

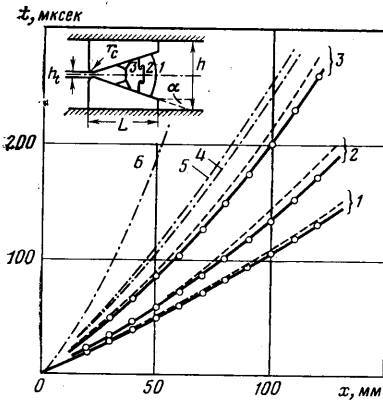
Для учета влияния формы входного отверстия отражающего сопла вводился коэффициент сужения струи (коэффициент расхода)  $\mu$ , который в соответствии с известным решением для плоского сопла с острой кромкой входного отверстия ( $r_c=0$ ) [14] принимался равным 0.85. (Такой подход для учета влияния малопротяженных двумерных эффектов в одномерной задаче путем соответствующей постановки граничных условий предложен А. Н. Крайко.) Для сопла со скругленной образующей введения подобных предположений не требовалось, коэффициент  $\mu$  принимался равным 1.

Учет физико-химических превращений в газе необходим в связи со значительным разогревом газа в интенсивных ударных волнах. Предполагалось, что вязкость отсутствует и газ находится в равновесном состоянии.

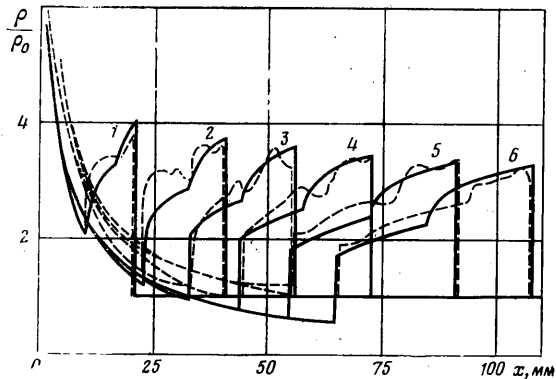
Определение температуры и давления на новом временном слое производилось в процессе итераций с использованием аналитических представ-

лений термодинамических функций воздуха из работы [16]. Для получения параметров на границах ячеек расчет задачи о распаде разрыва в реальном газе производился с помощью уравнений, записанных в виде, аналогичном уравнениям для совершенного газа с использованием  $\kappa^* = h/\varepsilon$  и  $\kappa^e = a^2 \rho/p$  — так называемых эффективного и равновесного показателей адиабаты [15]. Здесь  $h$  — энтальпия газа.

2. Для оценки точности расчетов была использована конфигурация модели плоского сопла за торцевой поверхностью ударной трубы, экспериментально исследованная в [2, 3] при числе Маха падающей волны  $M_\infty = 3$  и следующих параметрах: длина сопла  $L = 120$  мм,  $\alpha = 15^\circ$ , высота горла  $h_t = 6$  мм, скорость звука и давление в невозмущенном газе соответственно равны 343.3 м/сек и 47 мм рт. ст. Результаты для сопла с  $r_c = 10$  мм приве-



Фиг. 1

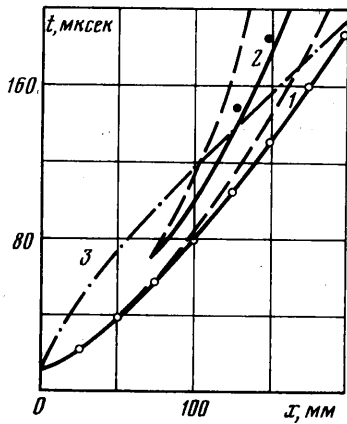


Фиг. 2

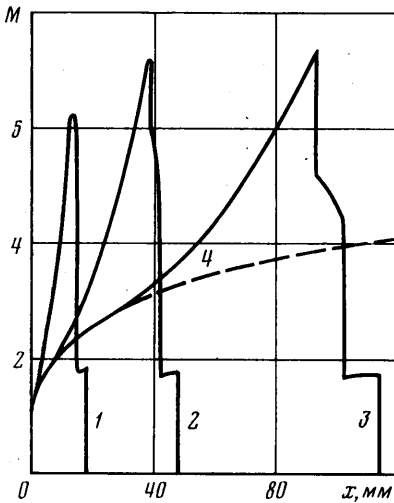
дены на фиг. 1, где в координатах  $xt$  изображены траектории первичной (1) и вторичной (2) ударных волн и контактного разрыва (3). Для облегчения сравнения с экспериментальными данными график построен в размерных физических координатах. Сплошной линией показаны результаты данной работы, штриховой — расчет по одномерному методу характеристик для  $r_c = 10$  [3], точки соответствуют эксперименту Аммана [2, 3].

Видно, что даже при том невысоком уровне температуры за отраженной волной, который имел место в эксперименте Аммана, введение поправки на переменность  $\kappa$  привело к лучшему совпадению результатов расчета и эксперимента. Заметим, что если в расчетах по описанной методике не учитывать изменение  $\kappa$ , то результаты практически не будут отличаться от кривых, полученных по методу характеристик.

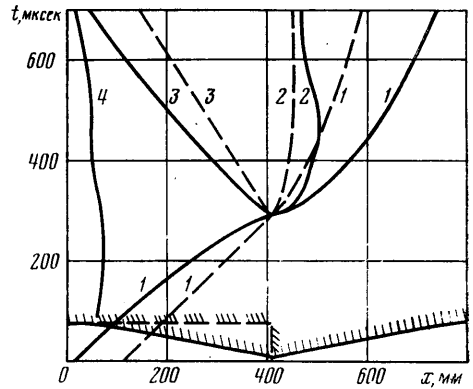
Как уже отмечалось, вязкость слабо влияет на скорость распространения вторичной волны. Это можно видеть из фиг. 2, где приведены кривые 1–6 распределения относительной плотности  $\rho/\rho_0$  по оси сопла, соответствующие моментам времени  $t = 19, 39, 56, 75, 97$  и  $117$  мксек, полученные экспериментально [3] — штриховые линии, рассчитанные в настоящей работе — сплошные линии. Здесь и далее индекс 0 будет относиться к параметрам невозмущенного газа. Выделение первичной и вторичной волн позволяет добиться вполне приемлемого совпадения характера распределения параметров между первичной и вторичной ударными волнами, несмотря на существование в этой области чрезвычайно сложной структуры, связанной с отрывом пограничного слоя и наличием вихрей вблизи тройных точек. Влияние вязкости проявляется в области течения слева от вто-



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

ричного скачка, где поток близок к стационарному. Из-за влияния пограничного слоя экспериментальные значения параметров лежат выше, чем по расчету для невязкого газа.

В работе Смита [5] рассматривалось осесимметричное сопло с диафрагмой в горле, причем разогрев газа в проходящей ударной волне был значительным, и предположение о постоянстве теплоемкости газа вызывало существенное отклонение расчетных кривых от экспериментальных точек. Сравнение результатов расчетов по методу характеристик [5] и по методу данной работы без учета влияния  $\kappa$  показывает, что те и другие данные находятся в полном соответствии.

Учет изменения  $\kappa$  в условиях, соответствующих эксперименту, продемонстрирован на фиг. 3, где штриховыми линиями приведены результаты расчета с постоянным  $\kappa$ , а сплошными — с переменным  $\kappa$ . Точки соответствуют экспериментальным данным [5], полученным при числе Маха падающей волны  $M_s=3$ , начальном давлении  $p_0=50$  мм рт. ст.,  $h_i=5.08$  мм,  $\alpha=10^\circ$ ,  $L=125$  мм,  $a_0=343.3$  м/сек. Отношения начальных давлений и температур на диафрагме сопла, равные 720 и 4 соответственно, обеспечивали число Маха проходящей ударной волны в горле сопла  $M_i=7.6$ . Как и ранее, цифра 1 относится к первичной волне, цифра 2 — к вторичной. Создание дополнительного перепада на диафрагме приводит к более быстрому распространению волновой структуры в сопле, но вместе с тем появляется и интенсивная нестационарная волна разрежения. Траектория левой границы этой волны определяется уравнением  $dx/dt=u-a$  для стационарного течения [5] (кривая 3 на фиг. 3).

Приведенные сравнения с экспериментами позволяют использовать описанную методику для исследования запуска отражающих сопел в большом диапазоне чисел Маха проходящей ударной волны.

Эволюция во времени распределений числа Маха потока по длине плоского отражающего сопла той же конфигурации, что и на фиг. 1, но с дополнительной диафрагмой представлена на фиг. 4. Число Маха падающей волны  $M_0=4.6$ , на диафрагме задавался дополнительный перепад, равный 100, позволяющий получить проходящую ударную волну, имеющую число Маха в горле сопла  $M_1=9.15$ . Максимальное значение числа Маха потока достигается в нестационарной волне разрежения (кривые 1-3) и в два раза превышает стационарное значение (кривая 4) в соответствующем сечении.

3. Для выяснения характера влияния формы сужающейся части сверхзвукового сопла на процесс его ударного запуска был проведен численный расчет распространения ударных волн в плавно сужающихся-расширяющихся каналах.

Здесь для применения квазиодномерного приближения не требуются дополнительные предположения при формулировании граничных условий, как это было в случае расчета запуска сопла с внезапным сужением. Слева к сужающемуся каналу примыкает участок постоянной площади, в котором в момент  $t=0$  задаются однородные начальные и граничные условия за падающей ударной волной. Область расчета включала как расширяющийся, так и сужающийся участки канала.

Расчеты распространения ударных волн по сужающемуся каналу сравнивались с экспериментальными работами [12, 17]. Как следует из этого сравнения, несмотря на существенно двумерный характер течения, связанный с возникновением тройных точек и маховских конфигураций, одномерное приближение с учетом реальных свойств газа и в этом случае дает полное представление об изменении средних параметров на фронте ударной волны.

На фиг. 5 в координатах  $xt$  приведены траектории ударных волн, возникающих при прохождении скачка уплотнения с  $M_0=3$  по осесимметричным каналам двух различных конфигураций, показанных на нижней части фигуры. Расширяющаяся часть этих каналов имела одну и ту же форму, к ней примыкал либо цилиндрический канал с торцевой стенкой, либо плавно сужающийся канал. Их контуры показаны соответственно штриховой и сплошной линиями. Соответствующими линиями изображены результаты расчета на фиг. 5. Отношение диаметра входа каналов к диаметру критического сечения было 62.7, полууглы сужения и расширения каналов равнялись  $10^\circ$ . В результате взаимодействия потока с плавносужающимся участком формируются отраженные волны 3 и 4, движущиеся вверх по потоку. Возникновение волны 4 объясняется, «запиранием» сверхзвукового потока в сужающемся канале за падающей волной, а волны 3 — отражением проходящей волны 1 от сечения горла. Через некоторое время эти волны, догоняя друг друга, сливаются и образуют одну отраженную волну.

Интенсивность проходящей ударной волны в плавносужающемся канале резко возрастает и в горле сопла достигает значения  $M_1=9.4$ , в то время как соответствующее значение  $M_1$  в канале с торцевой поверхностью равно 3.64. Скорость отраженной волны 3 в момент ее возникновения была также значительно больше в первом случае, чем во втором. Эти различия приводят к появлению в расширяющейся части канала с плавным сужением интенсивной нестационарной волны разрежения, наличие которой значительно ускоряет вынос первичной и вторичной ударных волн из сопла. Однако время установления стационарного течения между горлом сопла и заданным сечением  $x$  в отражающем сопле с торцевой стенкой будет меньше, поскольку в этом случае отсутствуют возмущения граничных условий в горле сопла. В данном примере из-за большого перерасширения сопла реализуется случай, когда вторичная ударная волна со-

временем занимает стационарное положение в расширяющемся канале, причем ее траектория немонотонна вследствие воздействия волн, приходящих из сужающейся части канала.

4. Приведем сравнение численных методов с различными приближенными теориями.

Приближенный метод Чиснелла [41] позволяет получать удовлетворительные результаты для первичной ударной волны, распространяющейся по неподвижному газу. Попытки использовать аналогичные идеи для исследования распространения ударной волны по каналу, в котором установилось стационарное течение, предпринимались в [18]. Однако, поскольку взаимодействие с потоком за вторичной ударной волной приводит к существенным изменениям в ее движении, применение к вторичной ударной волне метода, учитывающего только нелинейные геометрические эффекты, неправомерно. Поэтому для расчета траекторий вторичных ударных волн используются приближенные методы, основанные на асимптотическом подходе.

В работах [3, 9] с помощью асимптотического метода расчет процесса запуска проводился путем последовательных переходов вниз по соплу в предположении, что на каждом шаге в данном сечении сопла успевает установиться стационарная волновая картина, состоящая из первичной ударной волны, контактной поверхности и вторичной ударной волны. Причем канал постоянного сечения, в котором распространялась система из трех волн, в следующий момент времени выбирался так, чтобы его площадь совпадала с площадью сопла в месте положения первичной [3] и в месте положения вторичной волны [9].

Применение асимптотического метода позволяет учесть влияние проходящей ударной волны на вторичную, но профиль давления между ними считался постоянным, что не соответствует действительности. Можно учесть неоднородность профиля давления между проходящей и вторичной ударными волнами, если воспользоваться результатами линейного разложения вдоль характеристик и по правилу Чиснелла пренебречь возмущениями, распространяющимися вниз по течению. После интегрирования линеаризованных уравнений характеристик с точностью до первого порядка для изменения давления вдоль характеристики  $c^-$ :  $dx/dt = u_s - a_s$  получим выражение

$$(4.1) \quad p - p_s = - \frac{\rho_s a_s^2 u_s}{u_s^2 - a_s^2} \frac{A(x) - A_s}{A_s}$$

Здесь индексом  $s$  обозначены параметры за проходящей волной, определяемые по методу Чиснелла. Подставляя (4.1) в соотношения на вторичной ударной волне, определим ее число Маха  $M_+$ . Тогда траектория вторичной ударной волны находится из выражения

$$(4.2) \quad t = \int_0^x \frac{dx}{a(M - M_+)}$$

Здесь величины  $a$ ,  $M$  определяются по параметрам стационарного потока перед вторичной ударной волной.

Результаты расчетов траектории вторичной ударной волны по различными приближенными методикам для  $M_s = 3$  показаны штрихпунктирными линиями на фиг. 1: 6 — асимптотический метод [3], 5 — асимптотический метод [9], 4 — результат интегрирования выражения (4.2). Учет неоднородности потока между проходящей и вторичной ударными волнами при-

водит к уменьшению отклонения расчетных кривых от экспериментальных точек для вторичного скачка.

Отметим, что поскольку в существующих приближенных методах используется предположение о стационарности течения между горлом и вторичной ударной волной, их применимость ограничена случаями слабых и умеренных падающих ударных волн, когда не возникают нестационарные волны разрежения. В то время как расчеты, проведенные в данной работе с использованием численных методов, хорошо согласуются с экспериментальными данными и при наличии интенсивных нестационарных волн разрежения, характерных для запуска реальных устройств при  $M_t \geq 4$ .

Автор выражает глубокую признательность А. Н. Крайко и В. Т. Грину за постоянное внимание и помощь в работе, а также А. Б. Британу за полезные обсуждения.

Поступила 15 XI 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Ackroyd J. A. D.* A study on the running times in reflected shock tunnels. *Aeronaut. Res. Council Current Papers*, 1967, No. 883.
2. *Amann H. O.* Experimental study of the starting process in a reflection nozzle. *Phys. Fluids.*, 1969, vol. 12, No. 5, pt 2.
3. *Amann H. O.* Vorgänge beim Start einer ebener Reflexionsdüse. *Z. Flugwiss.*, 1971, Bd 19, N 10.
4. *Smith C. E.* An analytic study of starting process in a hypersonic nozzle. *Proc. 1964. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst., Berkeley, Calif., Stanford, Calif., Univ. Press.*, 1964.
5. *Smith C. E.* The starting process in a hypersonic nozzle. *J. Fluid Mech.*, 1966, vol. 24, pt 4.
6. *Marmey R. M., Guibergia J. P.* Etude expérimentale phénomènes accompagnant l'amorçage d'une tuère hypersonique. *Compt. rend. Acad. sci., Paris*, 1970, vol. 271, Ser. A. No. 2.
7. *Гвоздева Л. Г., Жилин Ю. В.* Экспериментальное исследование газодинамических процессов при ударном запуске сверхзвуковых сопел. *ПМТФ*, 1977, № 4.
8. *Гвоздева Л. Г., Жилин Ю. В.* Формирование квазистационарной струи внутри сопла в процессе его ударного запуска. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1977, № 1.
9. *Британ А. Б.* Формирование течения в плоском сопле ударной трубы. *Науч. тр. Ин-та механ. МГУ*, 1976, № 43.
10. *Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г.* Нестационарные взаимодействия ударных волн. М., «Наука», 1977.
11. *Chisnell R. F.* The motion of a shock wave in a channel with applications to cylindrical and spherical shock waves. *J. Fluid Mech.*, 1957, vol. 2, pt 3.
12. *Russel D. A.* Shock-wave strengthening by area convergence. *J. Fluid Mech.*, 1967, vol. 27, pt 2.
13. *Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
14. *Михайлов В. В.* Истечение газа из ограниченного объема через сопло Лавала. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1978, № 2.
15. *Лунев В. В.* Гиперзвуковая аэродинамика. М., «Машиностроение», 1975.
16. *Крайко А. Н.* Аналитическое представление термодинамических функций воздуха. *Инж. ж.*, 1964, т. 4, вып. 3.
17. *Setchell R. E., Storm E., Sturtevant B.* An investigation of shock strengthening in conical convergent channel. *J. Fluid Mech.*, 1972, vol. 56, pt 3.
18. *Честер У.* Распространение ударных волн в каналах переменного сечения. В сб. *Проблемы механики*, вып. 4. М., Изд-во иностр. лит., 1963.