

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ЗАТУПЛЕННЫМ ТЕЛОМ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

В. Н. ЛЯХОВ

(Москва)

Проводится сравнительный анализ результатов, полученных с помощью одномерных моделей течения и с использованием конечно-разностного метода сквозного счета двумерного нестационарного течения. Для одномерных моделей указаны границы применимости их результатов, в которых они согласуются с известными экспериментальными данными, а также с результатами конечно-разностного счета. Однако наблюдается качественное различие в поведении кривых, характеризующих максимальное давление отражения.

Цель статьи — представление необходимого минимума результатов сквозного счета двумерного течения и обоснование их достоверности, а также рассмотрение одномерных моделей течения и сравнение результатов с данными численного счета и эксперимента. В результате анализа полученного материала делается вывод о том, что одномерные модели не дают качественно верного описания течения и нет оснований рекомендовать их к применению в более широком диапазоне определяющих параметров. Объем статьи не позволяет провести исследование течения в целом, поэтому основной анализ результатов будет базироваться на информации о давлении на поверхности тела.

В последние пятнадцать лет многие авторы рассматривали процесс нестационарного взаимодействия ударной волны с затупленным телом в сверхзвуковом потоке. Исследования проводились в трех направлениях: 1) получение экспериментальных данных (например, [1-3]); 2) конструирование приближенных одномерных моделей [4-7]; 3) расчет двумерных нестационарных течений с помощью метода конечных разностей [8-10].

1. Одномерные модели. На фиг. 1 показаны основные моменты рассматриваемого процесса и введены обозначения параметров и областей. В начальный момент времени при $t=t_0$ (фиг. 1, а, б) перед затупленным телом с имеется головная волна b , обусловленная натеканием на него сверхзвукового потока 1 со скоростью U_1 . По газу области 1 к телу движется ударная волна a со скоростью U_φ относительно газа 1 (параметры газа за ударной волной помечены индексом 2). После пересечения волн a и b в точке d образуются две волны de и dc (см. диаграмму $x-t$ на фиг. 1, а) и контактный разрыв между ними (штрихпунктир). Ситуация в момент времени $t=t_1$ изображена сплошной линией на фиг. 1, в, а пунктиром — в момент $t=t_2$ (после отражения волны dc от тела).

При получении одномерных моделей рассматривается течение лишь в окрестности нулевой линии тока abc (фиг. 1, б) и оценивается давление в критической точке тела c . Величина этого давления зависит от трех безразмерных параметров: $M_1=U_1/a_1$, $M_\varphi=U_\varphi/a_1$ и $\gamma=c_p/c_v$. Здесь a_1 — скорость звука в области 1, γ — показатель адиабаты Пуассона, который во всех расчетах настоящей работы имел значение 1.4.

Пометим индексом $s1$ параметры газа в точке за головной ударной волной b на нулевой линии тока при обтекании затупленного тела потоком с числом Маха M_1 . Индексом $s2$ — параметры газа за скачком, возникающим при натекании со скоростью U_1 газа по нормали на плоскую непроницаемую стенку. Выпишем для них соотношения, связывающие величины давления перед и за скачком [11, 12]

$$P_{s1} = P_1 (\mu M_1^2 - \nu), \quad u_{s1} = a_1 \left(M_1 - \frac{P_{s1} - 1}{\gamma M_1} \right)$$

$$(1.1) \quad P_{s2} = P_1 \left[1 + \frac{z}{2} + \sqrt{z \left(\mu + \frac{z}{4} \right)} \right], \quad u_{s2} = 0$$

$$z = \frac{\gamma^2 M_1^2}{\mu}, \quad \mu = \frac{2\gamma}{\gamma+1}, \quad \nu = \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$$

Пометим индексами t_1 и t_2 значения давления в критической точке при обтекании тела потоками с числами Маха M_1 и $M_2 = U_2/a_2$ (до и после воздействия ударной волны) [11].

$$(1.2) \quad P_{ii} = P_i \times$$

$$\times \left(\frac{\gamma M_i^2}{\mu} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} (\mu M_i^2 - \nu)^{1/(\gamma-1)}$$

$$i=1, 2$$

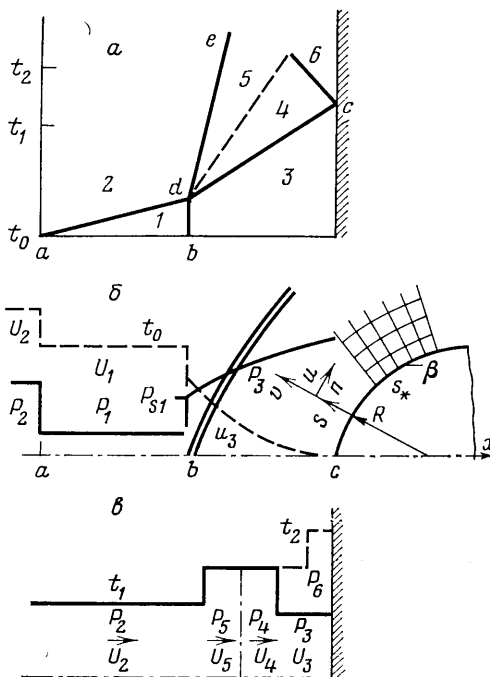
В рассматриваемых одномерных моделях (ОМ) реальное распределение параметров в ударном слое bc (фиг. 1, б) заменяется постоянными значениями. В связи с этим можно рассмотреть три способа выбора этих величин при $t=t_0$ (см. таблицу). В [1, 6, 7] предполагается, что давление в ударном слое $P_3 = P_{s1}$ (ОМ-2,3). Физически это соответствует модели проницаемой плоской стенки. В [6] для другой модели (ОМ-1) сделано допущение о том, что $P_3 = P_{s2}$ (непроницаемая стенка). В настоящей работе рассмотрен еще один естественный случай, когда $P_3 = P_{i1}$ (ОМ-4). Фактически это тоже модель проницаемой стенки (хотя проницаемость иная, чем в первом случае). Дальнейшее рассмотрение процесса одинаково для всех моделей, за исключением ОМ-3 [6, 7], где делается предположение о том, что непосредственно перед моментом отражения ($t=t_* \sim t_1$) скорость потока U_3 обращается в нуль. Это обстоятельство, как будет видно из представленных результатов, значительно занижает максимальное давление P_m .

В таблице также качественно комментируется величина V_0 скорости скачка b относительно тела перед его взаимодействием с волной a .

При рассмотрении распада разрыва параметров между соединившимися областями 2 и 3 (фиг. 1, е) используется [13] условие $P_4 = P_5$ и $U_4 = U_5$ и из получающегося трансцендентного уравнения

$$(1.3) \quad U_5 = U_3 + a_3 \frac{P_{53} - 1}{\gamma \sqrt{(P_{53} + \nu)/\mu}} = U_2 - a_2 \frac{P_{52} - 1}{\gamma \sqrt{(P_{52} + \nu)/\mu}} = U_4$$

$$P_{53} = \frac{P_5}{P_3}, \quad P_{52} = \frac{P_5 P_3}{P_3 P_2}$$



Фиг. 1

численно определяется давление P_4 . Далее волна с отношением давления на фронте P_4/P_3 отражается от плоской стенки с

$$(1.4) \quad \frac{P_6}{P_4} = 1 + \frac{\Phi}{2} + \sqrt{\Phi \left(\mu + \frac{\Phi}{4} \right)}, \quad \Phi = \frac{\gamma^2 M_5^2}{\mu}, \quad M_5 = \frac{U_5}{a_5}$$

и давление на ней повышается до максимального значения $P_m = P_6$ (см. пунктир на фиг. 1, е).

2. **Пространственное нестационарное течение.** На фиг. 1, б показана часть расчетной сетки около затупленного по сфере (радиуса R) конуса

Модель	Исходные физические предпосылки, $t=t_0$		v_Φ $t=t_0$	U_s $t=t_*$	Источник
	P_s	U_s			
ОМ-1	P_{s2}	0	<0	Прежняя	[6]
ОМ-2	P_{s1}	U_{s1}	0		[1, 6, 7]
ОМ-3			0	[6, 7]	
ОМ-4	P_{t1}	$\neq U_{s1}$	<0	Прежняя	Данная статья

с углом полураствора β . С помощью явной конечно-разностной схемы [9, 14] второго порядка аппроксимации интегрировалась система нестационарных уравнений газовой динамики, описывающая осесимметричное течение идеального газа

$$(2.1) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \frac{\partial A}{\partial s} + \frac{1}{h_n} \frac{\partial B}{\partial n} + \frac{C}{h_s} = 0$$

$$f = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{vmatrix}, \quad A = \begin{vmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p) u \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p) v \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} \rho h \\ \rho u (v \partial h_s / \partial n - h) \\ \rho v [h - u^2 / v (\partial h_s / \partial n)] \\ (e + p) h \end{vmatrix}$$

$$h_s = 1 + \frac{n}{R}, \quad h_n = 1, \quad |h = \frac{1}{h_\Phi} \left[u \frac{\partial h_\Phi}{\partial s} + v \frac{\partial (h_s h_n)}{\partial n} \right]$$

Для плоского течения $h_\Phi = 1$, для осесимметричного

$$h_\Phi = h_s \sin s \quad (s < s_*), \quad h_\Phi = h_s \sin s_* + (s - s_*) \cos s_* \quad (s \geq s_*)$$

$$e = \rho \left(\varepsilon + \frac{u^2 + v^2}{2} \right), \quad \varepsilon = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)}$$

Здесь давление p и плотность ρ отнесены к P_1 и ρ_1 . Компоненты вектора скорости u и v , отнесенные к $\sqrt{P_1/\rho_1}$, направлены вдоль независимых переменных s и n , образующих естественную систему координат. Координата s отсчитывается от критической точки вдоль тела, n — от поверхности перпендикулярно к ней. При $s = s_*$ происходит стыковка сферического за-

тупления и конической части тела. Линейные размеры отнесены к R , время t к $R(P_1/\rho_1)^{-1/2}$. В дальнейшем результаты расчета будут представляться в зависимости от времени T , отнесенного к $R/(U_\varphi + U_1)$.

Осевая симметрия течения позволяет рассматривать область $0 \leq s \leq s_k$, где s_k — координата конца конической поверхности тела. Граничные условия и метод решения аналогичны используемым в [11].

На оси симметрии и твердой поверхности производится «зеркальный» перенос параметров на фиктивный слой. На внешней границе при $n = \text{const}$ задаются параметры набегающих потоков f_1 и f_2 , а при $s = \text{const} - \partial f / \partial s = 0$. На первом этапе счета устанавливается стационарное поле течения с числом Маха набегающего потока M_1 . При этом параметры торможения, а также распределение давления вдоль поверхности тела отличались от данных [15] не более чем на 2–4% по p и ρ . На втором этапе (при рассмотрении нестационарной фазы воздействия волны) в области перед телом задавалось течение с параметрами f_2 аналогично [11]. Точка пересечения фронта волны с внешней границей при $n = \text{const}$ перемещалась по ней со скоростью $U_1 + U_\infty$ в направлении оси симметрии. Процесс интегрирования продолжался до тех пор, пока не устанавливалось новое стационарное обтекание тела потоком с числом Маха M_2 .

Устойчивость счета и гашение осцилляций обеспечивались оператором сглаживания [16], имеющим 3-й порядок малости и не портящим 2-го порядка аппроксимации разностной схемы. Постоянный коэффициент Ω в операторе сглаживания выбирается, с одной стороны, достаточно малым, чтобы решение не зависело от него, а с другой стороны, достаточно большим, чтобы обеспечить устойчивость счета и монотонность результатов. Выбор величины Ω будет сделан при анализе фиг. 3, а.

Шаг по времени при интегрировании выбирался из упрощенного условия, обеспечивающего устойчивость счета

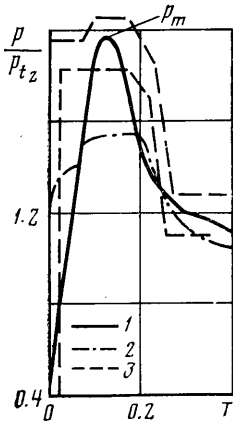
$$\Delta t = C_r \min \left(\frac{\Delta s}{|u| + a}, \frac{\Delta n}{|v| + a} \right), \quad C_r = 0.6 - 1.0, \quad a = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$$

При исследовании течений, подобных рассматриваемым здесь, возникает необходимость изучить частные явления, которые существенны при анализе процесса взаимодействия. Это, например, вопросы пересечения волн, отражение преломленной волны от поверхности тела, переход от регулярного типа отражения к маховскому, влияние погранслоя и т. д. Цель статьи сформулирована во введении, и таким образом уже очерчен круг вопросов, рассматриваемых здесь. Стоит упомянуть, что возникновение маховского типа отражения и условия перехода к нему от регулярного подробно исследовались при отражении волны от прямолинейной [12, 17–20] и криволинейной поверхности [11, 20, 21] при $M_1 = 0$. Эти работы являются обоснованием точности и применимости используемого метода сквозного счета к рассматриваемому нестационарному процессу. Проведенное в них сравнение с точными решениями дает отличие не более 3–5% по p и ρ . Неучет погранслоя в нестационарной фазе течения увеличивает неточность еще на ~10% (см. анализ в [21]). В целом, учитывая сравнения, проведенные в настоящей работе, неточность результатов рассматриваемого конечно-разностного моделирования можно оценить в ~15–20%.

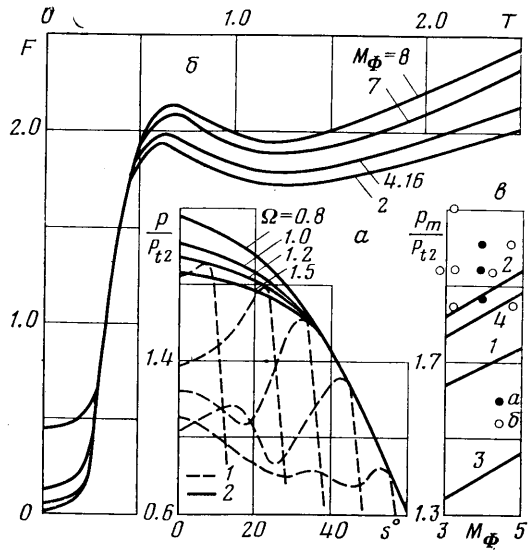
Об условиях возникновения и развития вихря при маховском отражении упоминается в [18], а фотографии этого явления при отражении волн от плоской стенки подробно описываются в [22]. Сложность решения настоящей задачи не позволяет детально проследить за этим процессом.

3. Анализ результатов счета. На фиг. 2 представлена «осциллограмма», полученная в критической точке при $M_1 = 5.16$, $M_\infty = 4.46$. Сплошная линия 1 — результат конечно-разностного счета настоящей работы, кривая 2 — двумерный расчет [8], выполненный с использованием конечно-разностного метода С. К. Годунова 1-го порядка точности. Пунктир 3 — экспериментальные данные с учетом разброса, приведенные в [8].

Результаты счета (кривая 1) хорошо согласуются по максимальным уровням давлений P_m с экспериментом (с линиями 3), хотя фронт сплошной линии получается растянутым. В этом смысле положение лучше у результатов счета [8] (кривая 2), в котором явно выделен контактный разрыв между областями 5 и 4, однако уровень максимального давления P_m получается ниже на 30%, что объясняется, по-видимому, большей схемной вязкостью метода, применяемого в [8]. Параметры установившегося течения в критической точке (при $T \sim 10$) в настоящей работе получены $p/P_{t2} = 0.98$, а в работе [8] — $p/P_{t2} = 0.86$ (т. е. отличие от 1 больше). При оп-



Фиг. 2



Фиг. 3

ределенном опыте [11, 12, 16–17] затянутость фронта сплошной кривой 1 не мешает правильно расшифровывать результаты счета.

На фиг. 3, а пунктиром 1 для различных моментов времени представлены мгновенные эпюры давления на поверхности сферического затупления тела. По оси абсцисс отложены значения величины s в градусах. Сплошной линией (с коэффициентом сглаживания $\Omega = 1.2$) проведена огибающая максимальных значений P_m пунктирных эпюр. Для сравнения приведены огибающие при других значениях $\Omega = 0.8 - 1.5$. Видно, что при значительном изменении Ω (до $\sim 100\%$) величина P меняется в пределах $\pm 10\%$ (при $s = 0$), что говорит о достаточно слабой зависимости решения от Ω . При $s \geq 50^\circ$ эта зависимость почти отсутствует. В пределах возможного изменения Ω значение его выбиралось таким, чтобы при отражении волны от неподвижного тела ($M_1 = 0$) величина давления в критической точке не отличалась от точного решения [11] (формула 1.6 при $M_5 = M_2$) более чем на 2%. Этому условию отвечает $\Omega = 1.0 - 1.2$.

Анализ результатов [11, 12, 16–21] позволяет сделать вывод о том, что наблюдаемая немонотонность пунктирных кривых вызвана не особенностями численного счета, а является следствием вторичных отражений, проявление которых фиксируется на фиг. 2 как дополнительный подъем кривых [5, 8]. В настоящей работе не приняты меры к выделению скачка de и контактного разрыва (фиг. 1, а), как это сделано в [8], но в дальнейшем вдоль поверхности, по-видимому, происходит более сильное разделение неоднородностей потока и появляются указанные немонотонности. При

некоторых режимах (когда $M_1 \gg M_0$) в излагаемых расчетах эта немонотонность наблюдалась и в точке $s=0$, как у кривой [5] на фиг. 2.

На фиг. 3, б сплошными линиями приведены зависимости от времени осевой силы, действующей на затупленный конус с $\beta=15^\circ$ и $M_1=4$ при различных M_0 . Интегральная сила $F(t)$ вычисляется следующим образом:

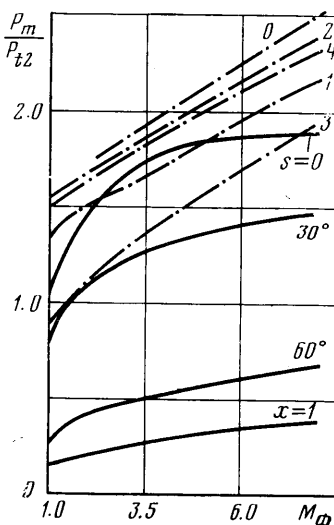
$$F(t) = F_1(t) + F_2(t), \quad F_1(t) = \frac{2\pi}{P_{t2}} \int_0^{s_*} p(t, s) \cos s \sin s ds, \quad 0 \leq s \leq s_*$$

$$F_2(t) = \frac{2\pi}{P_{t2}} \int_{s_*}^{s_h} p(t, s) \cos s_* [\sin s_* + (s - s_*) \cos s_*] ds, \quad s_* < s \leq s_h$$

Поскольку рассматривается лишь передняя часть затупленного конуса, то ход кривых не понижается при больших T . Для удобства сравнения кривые на графике немного сдвинуты, чтобы совместить начальные градиентные участки. Видно, что нестационарная фаза и особенности отражения реализуются в интервале $T \approx 0.3 - 1.3$; далее происходит увеличение $F(t)$ с ростом площади поверхности тела, находящейся за фронтом воздействующей волны.

На фиг. 3, в сплошными линиями представлены результаты счета по одномерным моделям при $M_1=5.16$. Номера кривых соответствуют номерам ОМ. Точками *a* нанесены величины максимального давления P_m в критической точке, полученные конечно-разностным методом при различных $\Omega=1.0$ (верхняя точка), 1.2 и 1.5 (см. фиг. 3, а); точки *б* — данные эксперимента [1]. Согласие результатов наблюдается между данными настоящего численного счета при $\Omega=1.0-1.5$, данными эксперимента и значениями, полученными по ОМ-1 и ОМ-4. Ниже всех значений идет кривая, полученная по ОМ-3.

На фиг. 4 для $M_1=4$ и различных M_0 нанесены результаты, полученные по одномерным моделям. Штрихпунктирная кривая 0 — величины максимального давления P_m , полученные в работе [5], где проводился расчет с учетом изменения γ в ударном слое. Штрихпунктирные кривые 1—4 соответствуют номерам одномерных моделей. Сплошные кривые — величины максимальных давлений P_m в различных точках поверхности затупленного конуса с $\beta=15^\circ$, полученные с использованием конечно-разностного метода в п. 2. Сравнение кривых 0—4 со сплошной линией при $s=0^\circ$ показывает, что в диапазоне $M_0=1.5-6$ результаты одномерных моделей 0—4 не сильно отличаются ($\sim 20\%$) от данных конечно-разностного счета. Однако в качественном отношении ни одна из рассмотренных одномерных моделей не соответствует кривой $s=0^\circ$, которая при увеличении M_0 стремится к постоянному значению ~ 1.9 . Действительно, если рассматривать случаи больших чисел Маха M_0 , когда можно пренебречь ударным слоем, характеризуемым числом Маха M_1 , то величину P_m/P_{t2} в критической точке можно оценить значением P_5/P_{t2} по соотношению (1.4), в котором надо заменить M_5 на M_2 и P_4 на P_2 . Тогда получим, что при $\gamma=1.4$ и $M_1 \rightarrow \infty \lim P_m/P_{t2} = 1.68 M_2^2 / 1.28 M_2^2 = 1.31$. Такой результат качественно согласуется с асимптотическим ходом кривой при $s=0$.



Фиг. 4

Из представленного сравнения следует, что счет по одномерным моделям хотя и дает в некотором диапазоне параметров значения, близкие к численным и экспериментальным результатам, но ни одна из одномерных моделей качественно не отслеживает поведения функции $P_m(M_0)$, что ограничивает их использование. Представленные сравнения результатов свидетельствуют о достаточной эффективности применяемого конечно-разностного метода для моделирования нагрузок на поверхности тела в рассматриваемой проблеме.

Автор благодарен Ю. М. Липницкому за постановку и обсуждение результатов двумерной задачи.

Поступила 28 IX 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Merritt D. L., Aronson P. M. Study of blast-bow wave interactions in a wind tunnel. AIAA Paper, 1965, No. 5.
2. Ruetenik J. R., Lemcke B. Study of blast-bow wave interactions in a shock tube and shock tunnel. AIAA Paper, 1966, No. 409.
3. Шугаев Ф. В., Лисин Ю. Г. Исследование взаимодействия плоской ударной волны с затупленным телом, находящимся в сверхзвуковом потоке. Инж.-физ. ж., 1971, т. 21, № 3.
4. Beans E. W. A definition of the time duration of pressure phase resulting from intersecting shock waves. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 12.
5. Taylor T. D., Hudgins H. E. Jr. Interaction of blast wave with blunt body traveling at supersonic speeds. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 2.
6. Арутюнян Г. М. К расчету давления в критической точке при падении ударной волны на тело, движущееся со сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 6.
7. Жмаева Е. А., Крупеня Б. И., Макаревич Г. А., Невский А. Г., Шимарев С. К. Давление в критической точке при встречном взаимодействии ударной волны с летящим телом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 5.
8. McNamara W. FLAME computer code for the axisymmetric interaction of a blast wave with a shock layer on a blunt body. J. Spacraft and Rockets, 1967, vol. 4, No. 6.
9. Балакин В. Б., Буланов В. В. Численное решение задачи о взаимодействии ударной волны с цилиндром в сверхзвуковом потоке. Инж.-физ. ж., 1971, т. 21, № 6.
10. Rues D. T. Взаимодействие нестационарных ударных волн с плоскими гиперзвуковыми течениями у затупленных тел. 13-й Междунар. конгресс по теорет. и прикл. механике. Сб. аннотаций. М., 1972.
11. Ляхов В. Н. Нестационарные нагрузки при дифракции ударной волны. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 4.
12. Ляхов В. Н. К вопросу об оценке давления при нестационарном отражении ударной волны. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 2.
13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.
14. Каширский А. В., Коровин Ю. В., Чудов Л. А. Явный разностный метод для расчета двумерных нестационарных задач о движении продуктов детонации. В сб. Вычислит. методы и программирование, вып. 19. М., Изд-во Моск. ун-та, 1972.
15. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел. М., «Наука», 1970.
16. Ляхов В. Н. Сглаживание и искусственная вязкость при расчетах двумерных нестационарных течений с разрывами. В сб. Числ. методы мех. сплошной среды, т. 5, № 3. Новосибирск, 1974.
17. Липницкий Ю. М., Ляхов В. Н. Численное решение задачи дифракции ударной волны на клине. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 6.
18. Ляхов В. Н. Математическое моделирование маховского отражения ударных волн в средах с различными показателями адиабаты. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 3.
19. Ляхов В. Н., Рыжов О. С. О законе подобия при нелинейном отражении ударной волны от жесткой стенки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 3.
20. Белошицкий А. В., Крикунов В. В., Липницкий Ю. М., Ляхов В. Н. Исследование различных газодинамических течений с помощью явных разностных схем сквозного счета. Научн. тр. Ин-та механ. МГУ, 1973, № 30.
21. Ляхов В. Н. Взаимодействие ударных волн умеренной интенсивности с цилиндром. Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, № 2.
22. Семенов А. Н., Сыщикова М. П., Березкина М. К. Экспериментальное изучение особенностей маховского отражения в ударной трубе. Ж. техн. физ., 1970, т. 40, вып. 5.