

ВОСПЛАМЕНЕНИЕ ВОДОРОДА В ТУРБУЛЕНТНОМ  
ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ

О. Б. ЛАРИН

(Москва)

Проведено численное исследование воспламенения водорода, вдуваемого в турбулентный сверхзвуковой пограничный слой на плоской пластине.

Предполагается, что смесь состоит из шести химически активных компонентов Н, О, ОН, Н<sub>2</sub>O, O<sub>2</sub>, Н<sub>2</sub> и инертного азота N<sub>2</sub>. Пограничный слой разбивается на внешнюю и внутреннюю области, для которых используются разные выражения для коэффициентов турбулентного переноса. Влияние пульсаций на скорости химических реакций, а также обратное влияние химических процессов на механизм турбулентного обмена не учитываются. Поверхность пластины считается абсолютно каталитической по отношению к реакциям рекомбинации атомов Н и О.

Проанализировано влияние интенсивности вдува, числа Маха во внешнем потоке и давления на задержку воспламенения. Показана возможность эффективного пористого охлаждения поверхности при наличии горения в пограничном слое.

1. Рассматривается турбулентный пограничный слой на плоской пластине, обтекаемой сверхзвуковым потоком атмосферного воздуха. С поверхности пластины в поток вдувается молекулярный водород с заданным распределением интенсивности вдува. Предполагается, что газ в пограничном слое представляет собой реагирующую смесь совершенных газов, внутренние степени свободы которых возбуждены равномерно. При моделировании течения учитывается семь компонентов смеси: Н(1), О(2), ОН(3), Н<sub>2</sub>O(4), O<sub>2</sub>(5), Н<sub>2</sub>(6) и N<sub>2</sub>(7) (в скобках приведена нумерация компонентов).

Используется система осредненных уравнений квазистационарного турбулентного движения в безразмерной форме

$$(1.1) \quad V = \varphi_0 - \varphi_1 \int_0^\eta w d\eta - \varphi_2 \int_0^\eta \frac{\partial w}{\partial x} d\eta$$

$$(1.2) \quad \varphi_2 w \frac{\partial w}{\partial x} + V \frac{\partial w}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \rho \mu_* \frac{\partial w}{\partial \eta} \right)$$

$$(1.3) \quad \varphi_2 w \left[ \varphi_3 w \frac{\partial w}{\partial x} + c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \sum_{i=1}^6 m_i (h_i - h_\tau) \frac{\partial \gamma_i}{\partial x} \right] +$$

$$+ V \left[ \varphi_3 w \frac{\partial w}{\partial \eta} + c_p \frac{\partial T}{\partial \eta} + \sum_{i=1}^6 m_i (h_i - h_\tau) \frac{\partial \gamma_i}{\partial \eta} \right] =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \varphi_3 \rho \mu_* w \frac{\partial w}{\partial \eta} + \rho \lambda_* \frac{\partial T}{\partial \eta} + \sum_{j=1}^6 G_j \frac{\partial \gamma_j}{\partial \eta} \right)$$

$$(1.4) \quad \varphi_2 w \frac{\partial \gamma_k}{\partial x} + V \frac{\partial \gamma_k}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \sum_{j=1}^6 D_{k,j}^* \frac{\partial \gamma_j}{\partial \eta} \right) + \varphi_4 \frac{\omega_k}{\rho m_k} \quad (k=1, \dots, 4)$$

$$(1.5) \quad \varphi_2 w \frac{\partial \psi_l}{\partial x} + V \frac{\partial \psi_l}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \sum_{j=1}^6 H_{l,j} \frac{\partial \gamma_j}{\partial \eta} \right) \quad (l=1, 2)$$

$$\sum_i m_i \gamma_i = 1, \quad \rho = \frac{pm}{T}, \quad m = \left( \sum_i \gamma_i \right)^{-1}, \quad \eta = \frac{1}{\delta(x)} \int_0^y \rho dy$$

$$w = \frac{u}{u_e}, \quad V = (\rho v + \langle \rho' v' \rangle) \delta + \varphi_2 w \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \gamma_i = \frac{c_i}{m_i}, \quad \psi_l = \sum N_{l,i} \gamma_i$$

$$\mu_* = \mu + \rho \varepsilon, \quad \lambda_* = \lambda + \frac{\rho \varepsilon c_p}{Pr_t}, \quad D_{i,j}^* = D_{i,j} + \frac{\rho^2 \varepsilon}{Sm_{ii}} \delta_{i,j}, \quad c_p = \sum_i c_i c_{p_i}$$

$$\varepsilon \frac{\partial u}{\partial y} = -\langle u' v' \rangle, \quad \frac{\varepsilon}{Pr_t} \frac{\partial h_i}{\partial y} = -\langle v' h_i' \rangle, \quad \frac{\varepsilon}{Sm_{ii}} \frac{\partial c_i}{\partial y} = -\langle v' c_i' \rangle$$

$$G_j = \sum_{i=1}^6 m_i (h_i - h_j) D_{i,j}^*, \quad H_{l,j} = \sum_{i=1}^6 N_{l,i} D_{i,j}^*$$

$$\varphi_0 = f_w \delta, \quad \varphi_1 = u_e \delta \frac{d\delta}{dx}, \quad \varphi_2 = u_e \varphi_1, \quad \varphi_3 = u_e^2, \quad \varphi_4 = \delta^2,$$

$$f_w = (\rho v)_w$$

Здесь  $u$  и  $v$  — скорости в направлениях  $x$  (вдоль поверхности пластины) и  $y$  (по нормали к ней) соответственно;  $T$  — температура;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $c_i$ ,  $h_i$ ,  $c_{p_i}$ ,  $m_i$  и  $\omega_i$  — соответственно весовая концентрация, удельная энтальпия, удельная теплоемкость при постоянном давлении, молекулярный вес и массовая скорость образования  $i$ -го компонента в результате химических реакций на единицу объема;  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $D_{i,j}$  — коэффициенты молекулярной вязкости, теплопроводности и диффузии;  $N_{l,i}$  — число атомов  $l$ -го элемента в молекуле  $i$ -го компонента;  $\varepsilon$  — кинематический коэффициент турбулентной вязкости;  $Pr_t$ ,  $Sm_{ii}$  — турбулентные числа Прандтля и Шмидта;  $\delta_{i,j}$  — символ Кронекера; штрихом отмечены пульсационные, угловыми скобками — осредненные по времени составляющие параметров; нормирующая функция вычисляется по формуле  $\delta = Cx^n$  ( $C$  и  $n$  — постоянные).

В уравнениях не учитываются члены, содержащие пульсации коэффициентов молекулярного переноса, корреляции пульсаций плотности и других величин (за исключением  $\langle \rho' v' \rangle$ ), а также тройные корреляции. Считается, что зависимости средних значений  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $D_{i,j}$ ,  $h_i$  и  $\omega_i$  от средних значений определяющих параметров точно такие же, как и для соответствующих неосредненных величин.

В предположении, что поверхность является абсолютно каталитической по отношению к реакциям рекомбинации атомов, а вдуваемый газ имеет заданную температуру, совпадающую с температурой стенки  $T_w$ , гранич-

ные условия при  $\eta=0$  для системы (1.1)–(1.5) имеют вид

$$(1.6) \quad w=0, \quad T=T_w, \quad \gamma_1=0, \quad \gamma_2=0, \quad -\sum_{j=1}^6 D_{k,j}^* \frac{\partial \gamma_j}{\partial \eta} + \varphi_0 \gamma_k = 0 \quad (k=3, 4)$$

$$-\sum_{j=1}^6 H_{1,j} \frac{\partial \gamma_j}{\partial \eta} + \varphi_0 \left( \psi_1 - \frac{1}{m_1} \right) = 0, \quad -\sum_{j=1}^6 H_{2,j} \frac{\partial \gamma_j}{\partial \eta} + \varphi_0 \psi_2 = 0$$

Характеристики потока на внешней границе пограничного слоя, отмеченные в тексте индексом  $e$ , считаются известными.

Турбулентный пограничный слой рассматривается как составной, включающий в себя внутреннюю и внешнюю области. Во внутренней области коэффициент турбулентной вязкости находится по формуле Ван Дриста [1] со значением демпфирующего множителя  $A$ , модифицированным Себеси для сжимаемых течений при наличии тепло- и массообмена [2]

$$(1.7) \quad \varepsilon = \left\{ 0.4y \left[ 1 - \exp \left( -\frac{y}{A} \right) \right] \right\}^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$$

$$A = 26 \frac{\mu}{u_*} (\rho_w \rho)^{-1/2} \exp \left( -5.9 \frac{\mu_w v_w}{\mu u_*} \right)$$

$$u_* = (\tau_w / \rho_w)^{1/2}, \quad \tau_w = \mu_w (\partial u / \partial y)_w$$

Во внешней области коэффициент турбулентного переноса сохраняет постоянное по сечению значение [3] с точностью до множителя  $\Gamma$ , учитывающего перемежаемость вблизи внешней границы слоя

$$(1.8) \quad \varepsilon = 0.0168 \left| \int_0^{\infty} (u_e - u) dy \right| \Gamma, \quad \Gamma = \left[ 1 + 5.5 \left( \frac{y}{y_e} \right)^6 \right]^{-1}$$

где  $y_e$  определяется как расстояние от стенки, на котором  $u/u_e = 0.995$ . Турбулентные числа Прандтля и Льюиса считаются равными 0.9 и 1.0 соответственно.

Молекулярные коэффициенты вязкости и теплопроводности смеси вычисляются по приближенным формулам, аппроксимирующим зависимости кинетической теории газов [4]

$$(1.9) \quad \mu = 0.72 \sum_{i=1}^7 m_i \gamma_i d_i, \quad \lambda = \sum_{i=1}^7 m_i \gamma_i c_{p,i} d_i, \quad d_i = \frac{\rho}{m} \left( \sum_{j=1}^7 \frac{\gamma_j}{B_{i,j}} \right)^{-1}$$

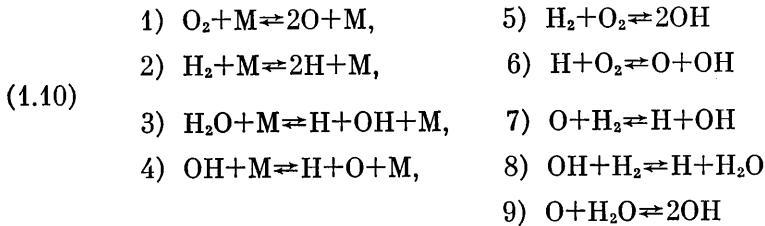
Здесь  $B_{i,j}$  — коэффициент бинарной диффузии.

Обусловленные молекулярной диффузией массовые потоки компонентов по нормали к поверхности находятся из соотношений Стефана — Максвелла (без учета термодиффузии) [4]. При определении коэффициентов бинарной диффузии  $B_{i,j}$  динамика столкновений частиц всех типов описывается потенциалом Леннарда — Джонса. Значения параметров потенциальной функции взяты в основном из работы [5] для частиц одного сорта и вычисляются по комбинаторным правилам для частиц разных сортов [6].

Расчет термодинамических величин для одноатомных компонентов проводится на основе модели твердых сфер, а для остальных принимается

модель жесткого ротатора — гармонического осциллятора со значениями характеристических колебательных температур работы [7].

Учитывается девять обратимых химических реакций, протекающих в газовой фазе:



Символ  $M$  обозначает каталитическую частицу. Скорости реакций определяются законом действующих масс [8].

При расчетах используется набор констант скоростей реакций в обратном направлении, приведенный в [9]. Принимается, что отношение констант скоростей прямой и обратной реакций равно константе равновесия суммарной реакции, которая может быть вычислена методами статистической механики [7].

2. Система уравнений пограничного слоя (1.1) — (1.5) с соответствующими граничными условиями решалась численно конечно-разностным методом на основе неявной двухшаговой схемы, которая имеет второй порядок аппроксимации и при этом хорошо стабилизирует высокочастотные возмущения. Последнее существенно для режимов течения с воспламенением горючей смеси, так как продольные градиенты искомых функций в данном случае могут быть очень большими.

Разностные выражения для производных искомых функций в направлении потока имеют вид

$$(2.1) \quad \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_m^{n+z} = \beta \frac{F_m^{n+z} - g_z}{x_{n+1} - x_n}$$

где  $n$  и  $m$  — индексы узлов сетки в направлениях  $x$  и  $\eta$ ,  $\beta_z = 4$  и  $g_z = F_m^n$  при  $z = 0.25$ ,  $\beta_z = 3$  и  $g_z = (8F_m^{n+0.25} - 5F_m^n)/3$  при  $z = 1$ . Решение на слое  $x = x_{n+1}$  определяется по известным значениям функций на слое  $x = x_n$  в два этапа. На первом этапе оно находится при  $x = x_{n+0.25}$  ( $z = 0.25$ ), на втором — при  $x = x_{n+1}$  ( $z = 1$ ). На каждом из этапов решение аппроксимирующей системы разностных уравнений проводится итерационным методом Ньютона с использованием векторной прогонки [10, 11].

При расчетах использовалась неравномерная в нормальном направлении сетка с числом узлов в сечении  $\sim 100$ . Ниже представлены некоторые результаты исследования, полученные для следующих значений параметров:  $T_w = 700^\circ \text{K}$ ,  $T_e = 600^\circ \text{K}$ ,  $c_{ie} = 0$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 6$ ),  $c_{5e} = 0.23$ ,  $0.25 \leq p_e \cdot \text{атм}^{-1} \leq 2$ ,  $3.0 \leq M_e \leq 6.5$  ( $M_e$  — число Маха набегающего потока). Нормальная инжекция молекулярного водорода с постоянной интенсивностью  $f_w$  осуществлялась вслед за начальным непроницаемым участком поверхности  $x < x_0$  ( $x_0 = 10 \text{ см}$ ).

Вдвух характеризуется параметром

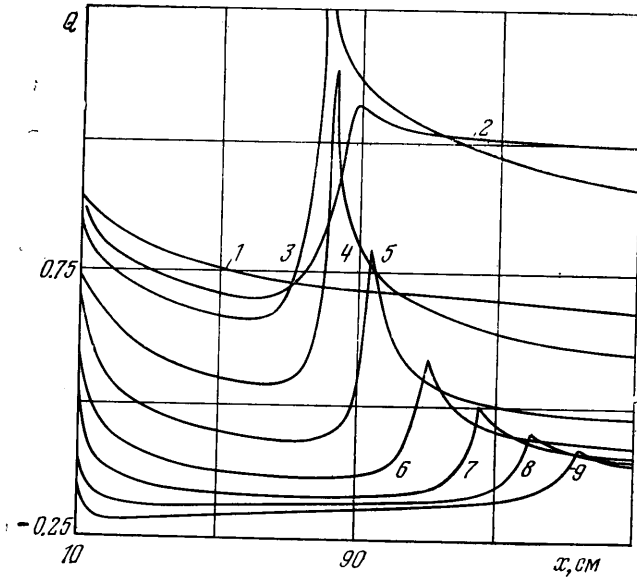
$$(2.2) \quad B = \frac{\rho_w u_w}{\rho_e u_e} \text{St}^{-1}$$

$$\text{St} = q(x_0) \left[ \rho_e u_e \left( h_e + r \frac{u_e^2}{2} - h_w \right)^{-1} \right]$$

$$q(x) = \frac{1}{\delta} \left( \rho \lambda \frac{\partial T}{\partial \eta} + \sum_{j=1}^6 G_j \frac{\partial \gamma_j}{\partial \eta} \right)_{\eta=1}$$

Значение коэффициента восстановления  $\gamma$  принималось равным 0.89 [12]. Величина параметра вдува  $B$  изменялась от 0.024 до 0.28.

На фиг. 1 представлены безразмерные тепловые потоки к стенке  $Q = 2 \cdot 10^3 q / (\rho_e u_e^3)$  при  $p_e = 0.5$  атм и  $M_e = 4$  для девяти значений параметра вдува  $B = 0, 0.024, 0.04, 0.08, 0.12, 0.16, 0.20, 0.24, 0.28$  (кривые 1—9 соот-

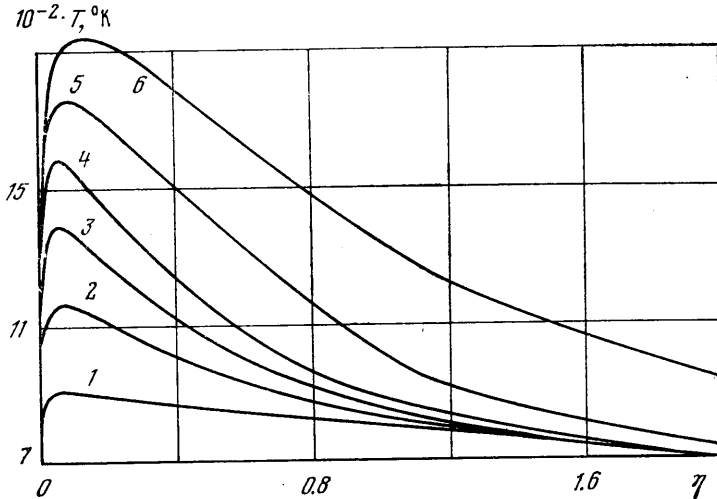


Фиг. 1

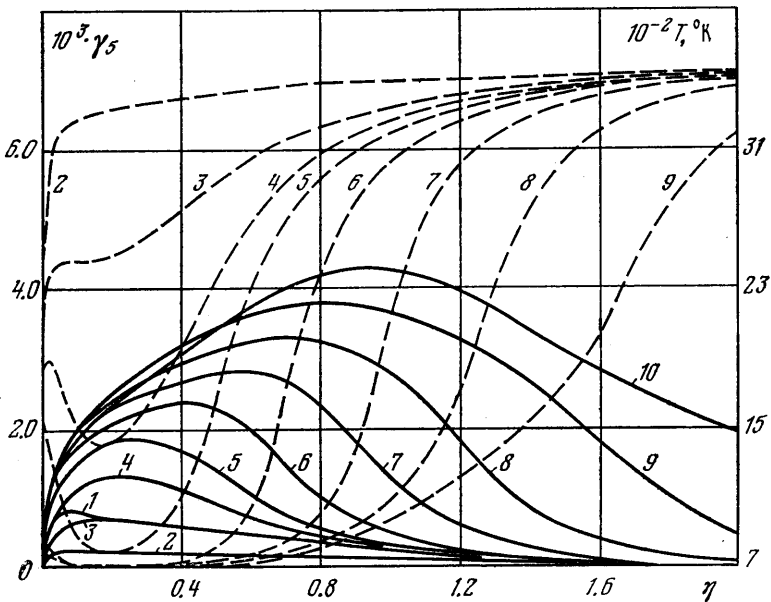
ветственно). На участке, непосредственно прилегающем к непроницаемой поверхности, инжекция обладающего высокой удельной теплоемкостью водорода приводит к заметному охлаждению пластины, степень которого увеличивается с ростом интенсивности вдува. Начальная фаза химического процесса характеризуется постепенным накоплением радикалов при отсутствии существенного эффекта выделения тепла (индукционная фаза). Зарождающиеся в основном за счет иницирующей реакции 5) из системы (1.10) активные центры генерируют по обменным реакциям 6) — 8) разветвленную цепь [13]. Ввиду экзотермичности рекомбинации радикалов и недостаточно быстрого отвода выделившегося тепла локальная температура смеси быстро возрастает, что ведет к резкому увеличению скоростей реакций и образованию зоны горения. Ясное представление о границе последней дает точка, в которой достигается максимум теплового потока к стенке (точка воспламенения). Ниже по течению вследствие горения уменьшается концентрация кислорода вблизи пластины, область интенсивных химических реакций удаляется от нее, а тепловые потоки падают. Фигура 1 указывает на существование некоторой критической величины интенсивности вдува. Возрастание параметра  $B$  до значения 0.04 сопровождается увеличением максимумов теплового потока. При дальнейшем росте параметра вдува протяженность индукционного участка увеличивается, а значения максимальных тепловых потоков уменьшают-

ся. Фигура 1 иллюстрирует также возможность эффективного охлаждения поверхности пластины при горении смеси в пограничном слое.

На фиг. 2 приведены температурные профили в сечениях  $x=59.0, 76.2, 77.8, 79.1, 83.5, 200$  см для течения с параметром вдува  $B=0.04$  (кривые 1–6). Аналогичные зависимости для течения с параметром  $B=0.2$



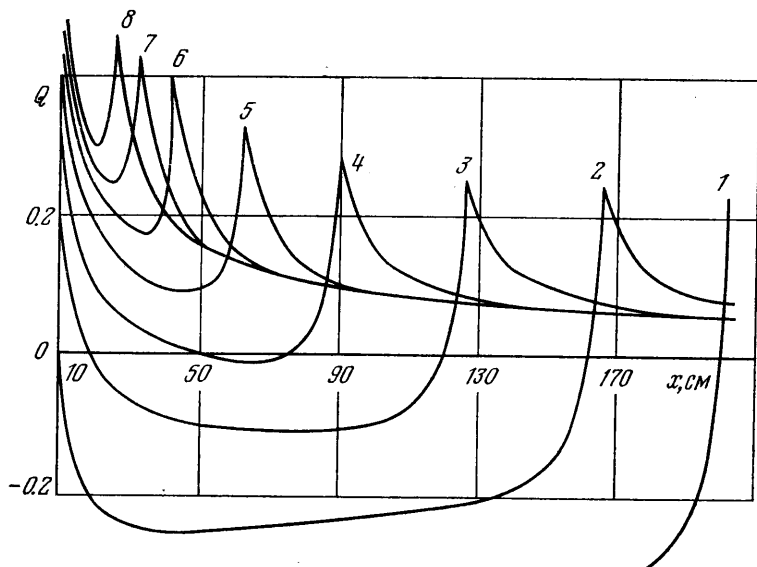
Фиг. 2



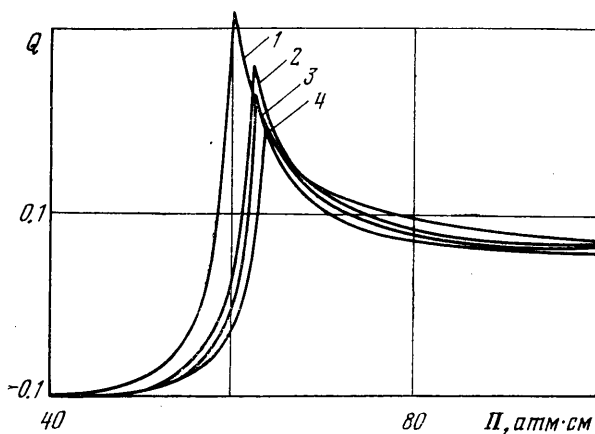
Фиг. 3

в сечениях  $x=10.0, 94.7, 120.6, 122.6, 123.6, 125.2, 127.5, 130.8, 137.1, 200$  см показаны на фиг. 3 (кривые 1–10). Постоянные нормирующей функции  $\delta(x)$  полагаются равными  $C=2.5 \cdot 10^{-6}$  г·см $^{-n-2}$  и  $n=0.75$ . Как указывалось выше, значение параметра вдува  $B=0.04$  почти равно критическому. Воспламенение и горение происходят в этом случае очень близко от поверхности пластины, вследствие чего приток тепла к стенке

велик. Максимальная температура в сечении  $x=200$  см примерно равна  $1950^\circ\text{K}$ . При  $B=0.2$  индукционный участок в 1.7 раза длиннее, зона экзотермических реакций удалена от поверхности, а тепловые потоки малы не только по сравнению со случаем  $B=0.04$ , но и по сравнению со случаем отсутствия вдува. Максимум температуры в сечении  $x=200$  см превышает  $2400^\circ\text{K}$ .



Фиг. 4



Фиг. 5

На фиг. 3 пунктирными линиями изображены профили концентраций молекулярного кислорода в тех же сечениях, для которых были построены профили температур при  $M_e=4$  и  $B=0.2$  (нумерация кривых сохранена). Данная фигура хорошо иллюстрирует воспламенение смеси в потоке, сопровождающееся резким падением концентраций окислителя, а также последующее движение волны горения по направлению к внешней границе пограничного слоя.

Результаты исследования влияния числа Маха во внешнем потоке  $M_e$  на задержку воспламенения и теплопередачу при значениях параметров  $B=0.2$  и  $p_e=0.5$  атм представлены на фиг. 4 (кривые 1—8 соответствуют

значениям  $M_e = 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0, 6.5$ ). Видно, что при достаточно низких скоростях внешнего потока в пределах индукционного участка тепловые потоки меняют знак. С ростом числа Маха повышается температура газа в пограничном слое и точка воспламенения сдвигается вверх по течению.

Фигура 5 поясняет, каким образом влияет на рассматриваемый процесс изменение давления. Здесь по оси абсцисс отложена переменная  $\Pi = p_e x$ . Кривые 1—4 характеризуют соответственно режимы течения, при которых параметр  $p_e$  принимает значения 0.25, 0.5, 1.0, 2.0 атм ( $M_e = 4, B = 0.2$ ), причем граница пористого участка поверхности имеет в каждом случае абсциссу  $\Pi_0 = 5$  атм·см. Из анализа фигуры следует, что  $\Pi$ -координата точки воспламенения слабо зависит от значения  $p_e$ , взятого из приведенного выше диапазона величин. Последнее указывает на несущественность в индукционной фазе рекомбинации, происходящей при тройных столкновениях.

Автор признателен В. Г. Громову и В. А. Левину за внимание к работе.

Поступила 24 VII 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Van Driest E. R. On turbulent flow near a wall. J. Aeronaut. Sci., 1956, vol. 23, No. 11.
2. Sebeci T. Calculation of compressible turbulent boundary layers with heat and mass transfer. AIAA Journal, 1971, vol. 9, No. 6. (Рус. перев.: Расчет сжимаемого турбулентного пограничного слоя при наличии тепло- и массообмена. Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 6.)
3. Клаузер Ф. Турбулентный пограничный слой. В сб. Проблемы механики, вып. 2. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
4. Гиршфельдер Дж., Кергисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
5. Svehla R. A. Estimated viscosities and thermal conductivities of gases at high temperatures. NASA TR, 1962, NR-132.
6. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., «Мир», 1966.
7. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. М., Изд-во АН СССР, 1962.
8. Вильямс Ф. А. Теория горения. М., «Наука», 1971.
9. Гилинский С. М., Новикова Т. С., Шкадова В. П. Численное решение некоторых двухмерных задач внешней аэродинамики при наличии горения. Тр. Секции по численным методам в газ. динамике 2-го Междунар. коллоквиума по газодинамике взрыва и реагирующих систем, 1969, т. 3. М., 1971.
10. Громов В. Г. Химически неравновесный ламинарный пограничный слой в диссоциированном воздухе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 2.
11. Громов В. Г. Расчет ламинарного пограничного слоя при наличии неравновесных химических реакций. В сб. Новые применения метода сеток в газовой динамике, вып. 1. М., Изд-во МГУ, 1971.
12. Лапин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М., «Наука», 1970.
13. Головичев В. И., Димитров В. И., Солоухин Р. И. Численный анализ кинетических моделей воспламенения водорода. Физика горения и взрыва, 1973, № 1.