тодики пленочной термометрии и поглощения ИК излучения для исследования запуска сопл, не проводя дополнительного оптического исследования. Однако при этом необходимо провести предварительные оценки длительности запуска по одной из приближенных методик, например [7], и затем с помощью эксперимента уточнить полученные значения.

В заключение укажем, что проведенное исследование охватывает широкий диапазон параметров на входе в сопло, реализуемых в экспериментах на ударных трубах. Для данного диапазона с учетом отклонений, связанных с изменением состава смеси, результаты, приведенные на фиг. 5, могут быть использованы для определения длительности запуска клиновидных сопл различной геометрии.

Авторы благодарят за полезные советы и обсуждения О. П. Шаталова, Л. Г. Гвоздеву, а также Ю. В. Акимова за помощь в проведении экспериментов.

Поступила 17 I 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Smith C. E.* Starting process in a hypersonic nozzle. J. Fluid Mech., 1966, vol. 24, No. 4.
2. *Amann H. O.* Experimental study of the starting process in a reflection nozzle. Phys. Fluids, 1969, vol. 12, No. 5, Pt 2.
3. *Лосев С. А., Макаров В. Н., Павлов В. А., Шаталов О. П.* Исследование процессов в газодинамическом лазере на ударной трубе большого диаметра. Физика горения и взрыва, 1973, т. 9, № 4.
4. *Гвоздева Л. Г., Жилин Ю. В.* Формирование квазистационарной струи внутри сопла в процессе его ударного запуска. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 1.
5. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика, М., «Наука», 1969.
6. *Британ А. Б., Мазманянц А. П.* Исследование газодинамических характеристик ударной трубы большого диаметра с соплом. Науч. тр. Ин-та мех. МГУ, 1976, № 43.
7. *Британ А. Б.* Формирование течения в плоском сопле ударной трубы. Науч. тр. Ин-та мех. МГУ, 1976, № 43.

УДК 533.6.011

ОБ ОДНОМ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ НЕСТАЦИОНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ГАЗА

В. А. ДВОРНИКОВ

(Томск)

Найдено решение системы уравнений, описывающей плоскопараллельные нестационарные потенциальные течения идеального газа, при условии, что компоненты скорости газа зависят от полярного угла θ и времени t.

Система уравнений, описывающая нестационарные потенциальные течения идеального газа в полярной системе координат, имеет вид [1]

$$\frac{\partial a}{\partial t}+N\frac{\partial a}{\partial r}+\frac{1}{r}\left[(\gamma-1)a\frac{\partial (Nr)}{\partial r}+T\frac{\partial a}{\partial \theta}+(\gamma-1)a\frac{\partial T}{\partial \theta}\right]=0$$

$$(1)\qquad \frac{\partial N}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{2}(N^2+T^2)+\frac{a}{\gamma-1}\right]=0,\qquad \frac{\partial N}{\partial \theta}-\frac{\partial}{\partial r}[rT]=0$$

Здесь N, T – соответственно радиальная, тангенциальная компоненты скорости газа, a – квадрат скорости звука. Найдем решение системы (1), полагая, что компоненты скорости N, T зависят только от угла θ и времени t. Это условие можно трактовать, как наложение дополнительной дифференциальной связи на систему (1). С учетом такого условия на скорость и последних двух уравнений системы (1) запишем выражения a, N, T в виде

$$(2)\qquad N=f(\theta,t),\quad T=f_\theta'(\theta,t),\quad a=-(\gamma-1)[rf_t'-\psi(\theta,t)]$$

Здесь $\psi(\theta, t)$, $f(\theta, t)$ – пока произвольные функции.

Из структуры записи (2) видно, что эти решения при $f_t'\neq 0$ не включаются в хорошо известные классы плоскопараллельных течений с дополнительными дифференциальными связями – простые и двойные волны [2–6]. Поэтому интересно найти окончательный вид решений (2). Подставляя a, N, T из (2) в первое уравнение (1), приходим к переопределенной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Исследование этой системы на совместность (выкладки нетрудно проделать) позволило выделить весь возможный произвол у функций $f(\theta, t)$, $\psi(\theta, t)$ и записать их общие выражения. В результате получено, что искомый класс нестационарных течений задается функциями

$$N=\varphi\left[t+c_2+c_1\int\varphi^{-2}\Phi\,d\varphi\right],\quad T=\varphi_\theta'\left[t+c_2+c_1\left(\int\varphi^{-2}\Phi\,d\varphi+\varphi^{-1}\Phi\right)\right] \tag{3}$$

$$a=-(\gamma-1)\left[r\varphi+(1/2c_3t^2+c_4t+c_5)(\varphi_0'\Phi)^{1-\gamma}\right]$$

$$\theta=\frac{\gamma-1}{2}\int\frac{dx}{x(x-1)[F(x)-\gamma]}+c_7$$

$$\varphi=\exp\left[\frac{\gamma-1}{2}\int\frac{dx}{x(F(x)-\gamma)}\right],$$

$$\Phi=\exp\left[\frac{\gamma-1}{2}\int\frac{dx}{x(x-1)(F(x)-\gamma)}\right]$$

Здесь c_i – произвольные постоянные, а функция $F(x)$ задается неявно выражением

$$x(x-1)^{(\gamma-1)/2}F(F-1)^{1-\gamma}=c_6 \tag{4}$$

В формулах (3), (4) x выступает как параметр. Для двух предельных значений постоянной c_6 ($c_6=0$ и ∞) функции Φ и φ существенно упрощаются и выражения для a, N, T принимают простой вид

$$c_6=0:N=c_7\sin^{(1-\varkappa)}\alpha\left[t+c_2+c_1\left(\gamma\sin^{(\varkappa-1)}\alpha\cos^{(\varkappa+1)}\alpha+\right.\right.$$

$$\left.\left.+2\int(1/2\sin 2\alpha)^{\varkappa}\,d\alpha\right)\right]$$

$$T=N\operatorname{ctg}\alpha-(\gamma-1)(1/2\sin 2\alpha)^{\varkappa-1}$$

$$a=(1-\gamma)\left[c_7\sin^{(1-\varkappa)}\alpha+(c_3t^2+c_4t+c_5)(\operatorname{tg}\alpha)^{\varkappa}\right]$$

$$\alpha=\gamma/(\gamma-1)\theta+c,\quad \varkappa=1/\gamma$$

$$c_6=\infty:\quad N=c_7\sin\alpha[t+c_2+c_1\operatorname{ctg}\theta],$$

$$T=c_7\cos\alpha[t+c_2-c_1\operatorname{ctg}\theta+2c_1(\sin 2\theta)^{-1}]$$

$$a=-(\gamma-1)[c_7r\sin\theta+c_3t^2+c_4t+c_5],\quad \alpha=\theta+c$$

В общем случае из-за трансцендентности уравнения (4) получить явные выражения a, N, T от угла θ не удается.

Поступила 3 X 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика, ч. 1. М., Гостехиздат, 1955.
2. *Яненко Н. Н.* Об инвариантных дифференциальных связях для гиперболических систем квазилинейных уравнений. Изв. вузов, Математика, 1961, № 3.
3. *Никольский А. А.* Обобщение волн Римана на случай пространства. Сборник теоретических работ по аэродинамике. М., Оборонгиз, 1957.
4. *Сидоров А. Ф., Яненко Н. Н.* К вопросу о нестационарных плоских течениях политропного газа с прямолинейными характеристиками. Докл. АН СССР, 1959, т. 123, № 5.
5. *Погодин Ю. Я., Сучков В. А., Яненко Н. Н.* О бегущих волнах уравнений газовой динамики. ПММ, 1958, т. 22, вып. 2.
6. *Сучков В. А.* Двойные волны плоского потенциального течения политропного газа. Тр. Матем. ин-та АН СССР им. В. А. Стеклова, 1966, т. 78.