

О РАСЧЕТЕ ТРЕНИЯ И ТЕПЛОМАССОБМЕНА
НА ШЕРОХОВАТЫХ, ПРОНИЦАЕМЫХ ПЛОСКИХ
И ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛАХ

Г. Ф. СИВЫХ

(Новосибирск)

Наиболее эффективные методы теплозащиты характеризуются наличием нормальной компоненты скорости на стенке. К ним относятся пористое охлаждение и применение уносимых защитных покрытий. Гранулированная микроструктура теплозащитных материалов приводит при их термическом разложении, равно как и пористость стенки, к шероховатости поверхности.

В настоящей работе излагается интегральный метод расчета сопротивления трения и теплообмена на шероховатой, проницаемой поверхности при градиентном течении сжимаемого реагирующего газа.

1. Воспользуемся криволинейной системой координат. Дифференциальные уравнения, описывающие осредненное стационарное течение многокомпонентной смеси реагирующих газов в турбулентном пограничном слое, имеют вид

$$(1.1) \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{dp}{dx} + \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial y} (r^m \tau)$$

$$(1.2) \quad \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial y} (r^m q)$$

$$(1.3) \quad \rho u \frac{\partial c_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_i}{\partial y} = \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial y} (r^m j_i) + \dot{w}_i$$

Здесь $m=0$ для плоского и $m=1$ для осесимметричного течения; x – расстояние вдоль образующей тела; y – координата, нормальная к поверхности; r – радиус концентрического элемента пограничного слоя ($r=r_w \pm y \cos \beta^\circ$); r_w – радиус поперечного сечения поверхности; β° – угол между касательной к образующей и осью симметрии; u , v – продольная и поперечная компоненты скорости; p , ρ , μ , λ , h , H – давление, плотность, коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности, энтальпия и полная энтальпия смеси; c_i , \dot{w}_i – массовая концентрация и скорость образования i -й компоненты в единице объема. Напряжение трения τ , обобщенный тепловой поток q и массовый поток i -й компоненты j_i даются выражениями:

$$\tau = (\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y}, \quad j_i = \rho (D_i + D_t) \frac{\partial c_i}{\partial y}$$

$$q = \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial H}{\partial y} + \left[\mu \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) + \mu_t \left(1 - \frac{1}{Pr_t} \right) \right] \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) + \sum_i \left[\frac{\mu}{Pr} (Le_i - 1) + \frac{\mu_t}{Pr_t} (Le_t - 1) \right] h_i \frac{\partial c_i}{\partial y}$$

$$h = \sum_i c_i h_i, \quad c_p = \sum_i c_i c_{pi}, \quad Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \quad Le_i = \frac{\rho D_i c_p}{\lambda}$$

Здесь Pr — число Прандтля; Le_i — число Льюиса; D_i — эффективный коэффициент диффузии; c_p — удельная теплоемкость смеси; μ_i , D_i , Pr_i , Le_i — турбулентные аналоги соответствующих величин. Граничные условия для уравнений (1.1)–(1.3) имеют вид

$$y=0, \quad u=0, \quad v=v_w, \quad H=h_w, \quad c_i=c_{iw}$$

$$y \rightarrow \infty, \quad u \rightarrow u_e, \quad H \rightarrow H_e, \quad c_i \rightarrow c_{ie}$$

Здесь и далее индексом e обозначены величины на внешней границе пограничного слоя, w — на стенке, aw — на теплоизолированной стенке, L — на границе ламинарного подслоя, k — на линии вершин элементов шероховатости, s — на гладкой поверхности, r — на шероховатой стенке.

В дальнейшем будем рассматривать течение газов с $Pr \geq 1$, т.е. исключим из рассмотрения жидкие металлы с $Pr \ll 1$. В таком случае в турбулентном ядре (где $\mu_t \gg \mu_i$, $\lambda_t \gg \lambda$, $D_t \gg D_i$, $Pr_t \approx Le_t \approx 1$) $q = (\mu_t/Pr_t)(\partial H/\partial y)$ и уравнение энергии совпадает по форме с уравнением диффузии. Поэтому ниже для определенности везде будем говорить о теплопереносе, учитывая, что в случае массопереноса все рассуждения сохранятся, если величины H , q , λ заменить их диффузионными аналогами. При этом данные рассуждения будут справедливы для массопереноса отдельных компонентов смеси при отсутствии реакций ($\dot{w}_i=0$), когда уравнения диффузии компонентов однородны, и для массопереноса отдельных химических элементов — в противном случае [1].

Для небольших расстояний от стенки с точностью до членов второго порядка из (1.1) и (1.2) нетрудно получить распределение τ и q поперек пограничного слоя

$$(1.4) \quad r\tau = r_w \tau_w \left(1 + b_f \omega + \frac{y}{\tau_w} \frac{dp}{dx} \right)$$

$$(1.5) \quad rq = r_w q_w (1 + b_q \phi)$$

$$b_f = \frac{2j}{c_f}, \quad b_q = \frac{j}{St}, \quad j = \frac{\rho_w v_w}{\rho_e u_e}, \quad \omega = \frac{u}{u_e}$$

$$\phi = \frac{H - h_w}{H_{aw} - h_w}, \quad c_f = \frac{2\tau_w}{\rho_e u_e^2}, \quad St = \frac{q_w}{\rho_e u_e (H_{aw} - h_w)}$$

Здесь c_f — местный коэффициент трения, St — число Стантона.

Примем для дальнейшего допущение A , позволяющее разделить переменные в (1.4).

A . Шероховатость поверхности влияет на характеристики пограничного слоя одинаковым образом как в градиентном, так и безградиентном потоках.

В этом случае задача сводится к раздельному учету шероховатости и градиента давления. При этом градиент давления будет принят в расчет через интегральные соотношения, а также через функцию Ψ_f [1], учитывающую деформацию профиля скорости вследствие градиента давления на гладкой поверхности. Очевидно, что такой подход с высокой степенью точности правомочен при произвольных градиентах для теплового и диффузионного пограничных слоев и приближенно — для динамического в случае отрицательных и умеренных положительных градиентов давления при невысокой интенсивности массообмена (пока $1 + b_f \omega \gg (y/\tau_w)(dp/dx)$).

2. Воспользуемся для замыкания формулой пути смешения Прандтля $\mu_t = \rho \kappa^2 y^2 (du/dy)$, где $\kappa = 0.4$ — константа турбулентности. Интегрируя (1.4) в пределах турбулентного ядра (где $\mu_t \gg \mu$), получим профиль скорости на гладкой осесимметричной поверхности

$$(2.1) \quad \varphi^+ = Y^+ + D_f$$

$$\varphi^+ = \sqrt{\frac{2}{c_f}} \int_0^{\omega} \left(\frac{\rho/\rho_e}{1 + b_f \omega} \right)^{1/2} d\omega$$

$$Y^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{4y^+}{(1 + \sqrt{1 + y^+ \cos \beta^\circ / r_w^+})^2}, \quad D_f = \varphi_L^+ - Y_L^+$$

$$y^+ = \rho_w u_* y / \mu_w, \quad u^+ = u / u_*, \quad u_* = (\tau_w / \rho_w)^{1/2}$$

Здесь u_* — динамическая скорость, параметр D_f определяется с помощью параметров ламинарного подслоя.

Из экспериментальных данных (см., например, [2-4]) следует, что значение D_f в случае отсутствия массообмена ($b_f=0$) практически не зависит от M_e , T_w/T_{aw} , r_w^+ и принимает то же самое значение, что и в несжимаемом потоке на непроницаемой пластине $D_f=D_{f0}=5$. Менее ясным является вопрос о значении D_f при наличии массообмена. В [5] сделана попытка оценить зависимость D_f от v_w^+ и M_e в частном случае однородного вдува воздуха в воздух, когда распределение плотности выражается через модифицированный интеграл Крочки

$$\rho_w/\rho = 1 - \alpha\omega - \beta\omega^2$$

$$\alpha = 1 - T_{aw}/T_w, \quad \beta = r_c(\gamma - 1)M_e^2 T_e/2T_w$$

Здесь r_c — коэффициент восстановления, M — число Маха. Следует отметить противоречивость данных относительно зависимости D_f от вдува даже в простейшем случае несжимаемого потока. Так, согласно Стивенсону [6], параметр D_f не зависит от вдува $D_f=D_{f0}$. В противоположность этому Симпсон [7] показал, что от вдува не зависят параметры ламинарного подслоя

$$y_L^+ = u_L^+ \approx 11$$

а D_f , таким образом, сильно зависит от $v_w^+ = v_w/u_*$

$$(2.2) \quad D_f = \frac{2}{v_w^+} (\sqrt{1 + 11v_w^+} - 1) - \frac{1}{\kappa} \ln 11$$

Проинтегрировав (1.4) от линии вершин элементов шероховатости, запишем профиль скорости в турбулентном ядре на шероховатой осесимметричной поверхности в виде

$$(2.3) \quad \varphi^+ = Y^+ + D_f - \Phi_f$$

Здесь $\Phi_f(k^+, v_w^+, r_w^+, M_e, \sigma_1, \sigma_2, \dots) = \varphi_L^+ - \varphi_k^+ - Y_L^+ + Y_k^+$ — динамическая функция шероховатости; $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ — параметры, характеризующие форму шероховатости и ее распределение по поверхности; $k^+ = \rho_w u_* k / \mu_w$; k — высота элементов шероховатости.

В случае вдува однородного газа в несжимаемый изотермический поток уравнение (2.3) сводится к виду

$$(2.4) \quad \frac{2}{v_w^+} (\sqrt{1 + v_w^+ u^+} - 1) = Y^+ + D_f - \Phi_f$$

Справедливость (2.3) для пограничного слоя на шероховатой непроницаемой пластине ($b_f=0$, $r_w^+ \rightarrow \infty$) подтверждена экспериментально для широкого диапазона внешних условий [2-3].

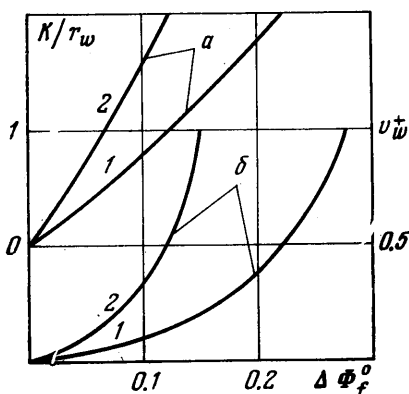
В этих экспериментах показано, что функция Φ_f не зависит явным образом от сжимаемости M_e , теплообмена T_w/T_{aw} и умеренного положительного градиента давления. В [4] исследовалось обтекание шероховатого непроницаемого цилиндра; результаты свидетельствуют, что поперечная кривизна также не отражается явным образом на поведении динамической функции шероховатости. В [8], основываясь на экспериментальных результатах [9], показано, что вид Φ_f консервативен, кроме того, и к наличию вдува. Об этом же, при предположении, что справедливо представление Симпсона (2.2), свидетельствуют экспериментальные данные, представленные на фиг. 10 в [10].

Резюмируя вышесказанное, постулируем, что профиль скорости в форме (2.3) справедлив в общем случае сжимаемого турбулентного пограничного слоя с теплообменом на плоских и осесимметричных шероховатых телах, причем динамическая функция шероховатости не зависит явным образом от суммарного воздействия произвольного набора возмущающих факторов (сжимаемости, поперечной кривизны, градиента давления и т. д.), т. е. может быть представлена как $\Phi_f(k^+, \sigma_1, \sigma_2, \dots)$.

Оценим погрешность допущения о консервативности функции шероховатости относительно некоторых возмущающих факторов. Так как вблизи стенки $\rho \approx \rho_w$, то из (2.3) получим

$$\Phi_f \approx Y_k^+ + D_f - \frac{2}{v_w^+} (\sqrt{1 + v_w^+ u_k^+} - 1)$$

В несжимаемом потоке на пластине без массообмена $\Phi_{f0} = (\ln k^+) / \kappa + D_{f0} - u_k^+$. Рассмотрим обтекание в режиме развитой шероховатости, когда



Фиг. 1

сопротивление трения является фактически сопротивлением формы элементов шероховатости $\tau_w = \rho_w u_*^2 = n S c_d \rho_w u_k^2 / 2$, где n — число элементов шероховатости на единице поверхности, S — лобовая площадь элемента. Так как коэффициент сопротивления отдельного неудобообтекаемого элемента c_d при достаточных больших числах Рейнольдса практически не зависит от Re и M (течение в окрестности элементов считается дозвуковым), а произведение nS для геометрически подобной шероховатости зависит лишь от $\sigma_1, \sigma_2, \dots$, то отсюда следует, что u_k^+ не зависит от Re_k и M_k , т. е. $u_k^+ = u_k^+(\sigma_1, \sigma_2, \dots)$. Например, для плотноупакованной, песочной шероховатости $u_k^+ = 8.5$. Учитывая это и принимая для D_f выражение (2.2), нетрудно получить для погрешности $\Delta \Phi_f = \Phi_f - \Phi_{f0}$ оценки, приведенные на фиг. 1 ($\Delta \Phi_f^0 = \Delta \Phi_f / \Phi_f$, a — непроницаемый цилиндр, $\beta^0 = v_w^+ = 0$; b — пластина с массообменом, $r_w^+ \rightarrow \infty$). Здесь кривая 1 построена при $k^+ = 10^2$ и 2 — при $k^+ = 10^3$.

Отметим, что в [11] для некоторых форм однородной шероховатости удалось свести набор параметров $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ к единственному параметру плотности распределения элементов по поверхности λ_k и получить таким образом единую корреляционную зависимость $\Phi_f(k^+, \lambda_k)$.

Интегрируя (1.5) и вводя аналогично динамическому слою параметры D_q и Φ_q , получим профиль полной энтальпии в турбулентном ядре теплового пограничного слоя

$$(2.5) \quad \frac{1}{St} \sqrt{\frac{c_f}{2}} \int_0^{\theta^+} \frac{\sqrt{(1 + b_f \omega) \rho / \rho_w}}{1 + b_q \theta} d\theta = Pr_t Y^+ + D_q - \Phi_q$$

Для несжимаемого квазиизотермического пограничного слоя на непроницаемой пластине (2.5) сводится к виду

$$(2.6) \quad \theta^+ = \frac{Pr_t}{\kappa} \ln y^+ + D_q - \Phi_q$$

где $\Phi = (H - h_w) / H_*$, $H_* = q_w / \rho_w u_*$ — динамическая энтальпия. Профиль энтальпий в форме (2.6) был получен ранее из соображений размерности в [12–13]. Корреляционное выражение для тепловой функции шероховатости $\Phi_q(k^+, Pr, \sigma_1, \sigma_2, \dots)$ в случае плотноупакованных элементов шероховатости предлагается в [12], для двумерной шероховатости — в [13]; там же приведена зависимость

$$(2.7) \quad D_q = 12.5 Pr^{0.75} - 6$$

Отметим, что эти выражения получены в [12–13] при допущении, что сразу над вязким подслоем, глубоко утопленным во впадинах между элементами шероховатости, начинается логарифмическое ядро теплового пограничного слоя. Очевидно, что справедливость этого допущения нарушается в тех случаях, когда высота элементов шероховатости сравнима с толщиной пограничного слоя. Более правомерным было бы сомкнуть логарифмическое распределение температуры, справедливое при $y > k$, с пространственно-осредненным значением температуры на линии вершин элементов шероховатости. Эмпирические выражения этого значения Φ_k^+ в режиме развитой шероховатости получены в [14] для случая плотноупакованной, песочной шероховатости $\Phi_k^+ = 5.2(k^+)^{0.2} Pr^{0.44}$ и в [15] — для шероховатости двумерного типа $\Phi_k^+ = 4.5(k^+)^{0.28} Pr^{0.57}$. Тогда

$$(2.8) \quad \Phi_q(k^+, Pr, \sigma_1, \sigma_2, \dots) = \frac{Pr_t}{\kappa} \ln k^+ + D_q - \Phi_k^+$$

Как и в случае динамического пограничного слоя, примем в первом приближении, что тепловая функция шероховатости консервативна к воздействию возмущающих факторов.

3. Введем величины $\Psi_{r_f} = c_{fr} / c_{fs}$ и $\Psi_{r_q} = St_r / St_s$, представляющие собой относительное изменение коэффициента трения и числа Стантона вследствие совместного влияния поперечной кривизны и шероховатости поверхности. Сопоставление коэффициентов трения и чисел Стантона на шероховатой, осесимметричной поверхности c_{fr} , St_r и плоской, гладкой c_{fs} , St_s будем производить для одинаковых внешних условий при одних и тех же характерных числах Рейнольдса: $Re_2 = \rho_e u_e \delta_2 / \mu_w$ и $Re_\Delta = \rho_e u_e \Delta / \mu_w$, построенных по толщине потери импульса δ_2 и толщине потери энергии Δ . Такой выбор параметров сопоставления следует из общего для теории относительных законов [1] алгоритма решения задачи, когда коэффициент трения и число Стантона на «эталонной» поверхности рассчитываются при тех же самых значениях Re_2 и Re_Δ , которые получены из интегральных соотношений импульсов и энергии для «возмущенного» состояния поверхности. Выражения для Ψ_{r_f} и Ψ_{r_q} получим, приняв еще допущение Б.

Б. Логарифмические профили скорости (2.3) и полной энтальпии (2.5) справедливы поперек всего пограничного слоя.

Тогда на внешней границе динамического слоя будем иметь

$$(3.1) \quad \sqrt{\frac{2}{c_f}} \int_0^1 \left(\frac{\rho / \rho_e}{1 + b_f \omega} \right)^{1/2} d\omega = \\ = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{4\delta_f^+}{(1 + \sqrt{1 + \delta_f^+ \cos \beta^\circ / r_w^+})^2} + D_r - \Phi_r = \Pi_r$$

где $c_f = c_{fr}$, $\delta_f^+ = \delta_{fr}^+$, $\Pi_f = \Pi_{fr}$ — для шероховатого тела вращения и $c_f = c_{fs}$, $\delta_f^+ = \delta_{fs}^+$, $\Pi_f = \Pi_{fs}$, $\Phi_f = 0$, $r_w^+ \rightarrow \infty$ — для гладкой плоской поверхности. Для

несжимаемого пограничного слоя из (2.4) нетрудно получить

$$(3.2) \quad \Psi_{r,f} = \left(\frac{4-j\Pi_{fr}^2}{4-j\Pi_{fs}^2} \frac{\Pi_{fs}}{\Pi_{fr}} \right)^2 \quad (\text{Re}_2 = \text{idem})$$

В общем случае при произвольном распределении плотности поперек пограничного слоя для асимптотически малых ($b_f \ll 1$) и асимптотически больших ($b_f \gg 1$) скоростей вдува из (2.3) можно получить следующие оценки

$$(3.3) \quad \Psi_{r,f} \sim \left(\frac{\Pi_{fs}}{\Pi_{fr}} \right)^2 \quad (b_f \ll 1), \quad \Psi_{r,f} \sim \left(\frac{b_* - j\Pi_{fr}^2}{b_* - j\Pi_{fs}^2} \right)^2 \quad (b_f \gg 1)$$

$$b_* = \left[\int_0^1 \left(\frac{\rho/\rho_e}{\omega} \right)^{1/2} d\omega \right]^2$$

Результаты численных расчетов параметра b_* и аппроксимирующие их формулы приведены в [1] для широкого диапазона параметров основного и вдуваемого газов. Для конечных значений b_f естественно использовать следующее аппроксимационное выражение:

$$(3.4) \quad \Psi_{r,f} = \left(\frac{b_* - j\Pi_{fr}^2}{b_* - j\Pi_{fs}^2} \frac{\Pi_{fs}}{\Pi_{fr}} \right)^2 \quad (\text{Re}_2 = \text{idem})$$

закрывающее в себе в качестве предельных выражения (3.2) и (3.3). Параметры k^+ и δ_f^+ , необходимые для расчета Π_f , представляются в виде

$$(3.5) \quad k^+ = \text{Re}_k \frac{\mu_e}{\mu_w} \sqrt{\frac{\rho_w c_{fr}}{\rho_e} \frac{1}{2}}, \quad \delta_f^+ = \frac{\text{Re}_2}{\delta_2/\delta_f} \sqrt{\frac{\rho_w c_f}{\rho_e} \frac{1}{2}}$$

$$\text{Re}_k = \frac{\rho_e u_e k}{\mu_e}, \quad \frac{\delta_2}{\delta_f} = \int_0^1 \frac{\rho}{\rho_e} \omega (1-\omega) \left(1 + \frac{y \cos \beta^\circ}{r_w} \right) d \left(\frac{y}{\delta_f} \right)$$

Выражение для δ_2/δ_f , единое для гладкой и шероховатой поверхности, можно получить, используя допущение B и профиль скорости (2.3)

$$(3.6) \quad \frac{\delta_2}{\delta_f} = \kappa \sqrt{\frac{2}{c_f}} (1-Z_e)^2 \exp(-\kappa\varphi_e^+) \int_0^1 \left(\frac{\rho}{\rho_e} \right)^{3/2} \frac{\omega(1-\omega)}{\sqrt{1+b_f\omega}} \times \\ \times \frac{(1+Z)^3}{(1-Z)^5} \exp(\kappa\varphi^+) d\omega$$

где $Z = \frac{\cos \beta^\circ}{4r_w^+} \exp[\kappa(\varphi^+ - D_f + \Phi_f)], \quad Z_e = Z|_{\omega=1}$

Так как $c_f \ll 1$, интеграл в (3.6) можно представить в виде асимптотического ряда по степеням $c_f^{1/2}$. С точностью до членов порядка $O(c_f^{3/2})$ получим

$$(3.7) \quad \frac{\delta_2}{\delta_f} = \frac{(Z_0 - Z_1)}{\kappa} \sqrt{\frac{c_f(1+b_f)}{2}} - \frac{c_f(1+b_f)Z_0}{4\kappa^2} \left[\frac{b_f}{1+b_f} + 4 + 3 \left(\frac{\rho}{\rho_e} \right)' \right] \\ Z_0 = \left(\frac{1+Z_e}{1-Z_e} \right)^3, \quad Z_1 = \frac{4Z_e(4+Z_e)(1+Z_e)^2}{(1-Z_e)^4}$$

$$\left(\frac{\rho}{\rho_e}\right)'_e = \frac{d(\rho/\rho_e)}{d\omega} \Big|_{\omega=1}$$

Здесь, а также в (3.5) $c_f=c_{fs}$, $b_f=b_{fs}$, $\delta_f=\delta_{fs}$, $\Phi_f=0$, $Z=0$ — для гладкой пластины и $c_f=c_{fr}$, $b_f=b_{fr}$, $\delta_f=\delta_{fr}$ — для шероховатой, осесимметричной поверхности. В случае однородного вдува воздуха $4+3(\rho/\rho_e)'_e=(4-\alpha+2\beta)\rho_e/\rho_w$. Выражение (3.7) дает удовлетворительную для расчетов точность вплоть до значения $c_f=c_{fmax}=2\kappa^2/[4+3(\rho/\rho_e)'_e]^2-2j$, при котором оно принимает максимальное значение. Для значений $c_f>c_{fmax}$ следует пользоваться точным выражением (3.6).

Аналогичным образом, используя профиль полной энтальпии (2.5) и допущение *B*, получим выражение для совместного влияния шероховатости и поперечной кривизны на теплообмен

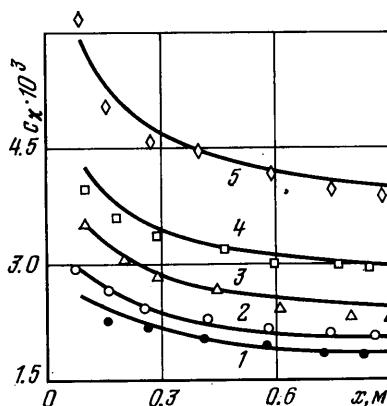
$$(3.8) \quad \Psi_{rq} = \Psi_{rf} \frac{b_* - j\Pi_{qr}^2 \Pi_{qs}}{b_* - j\Pi_{qs}^2 \Pi_{qr}}$$

Формула (3.8) справедлива для течений без массообмена при произвольных значениях k^+ и числах $Pr \geq 1$. Наличие массообмена ограничивает ее применимость случаем, когда $b_f \approx b_q$, что приближенно выполняется при $Pr \approx 1$ и не слишком больших значениях k^+ . Для замыкания надо еще знать связь между толщиной теплового пограничного слоя δ_q^+ и Re_Δ . Однако, так как $Pr_i \approx 1$, в случае, когда начало динамического и теплового слоев совпадает, можно использовать условие $\delta_q^+ = \delta_j^+$.

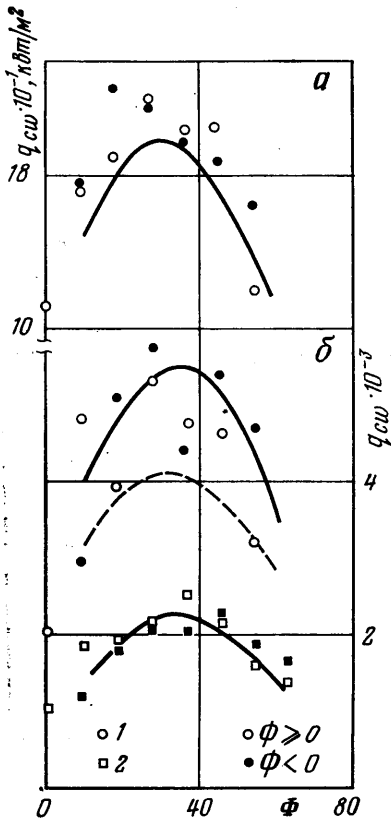
Отметим, что представление влияния шероховатости и кривизны поверхности в относительной форме (3.4) и (3.8) приводит к определенной форме компенсации допущений *A* и *B*, так как они одинаковым образом содержатся как в числителе, так и в знаменателе этих выражений.

Рассмотрим ряд частных случаев. Полагая $\Phi_j = \Phi_q = 0$ в выражениях для Π_{fr} и Π_{qr} , получим влияние поперечной кривизны на трение и теплообмен гладкого, проницаемого, осесимметричного тела. Если $r_w \rightarrow \infty$, то, например, $\Pi_{fr} \rightarrow (\ln \delta_{fr}^+)/\kappa + D_f - \Phi_f$ и формулы (3.4) и (3.8) дают влияние шероховатости на плоской, проницаемой поверхности.

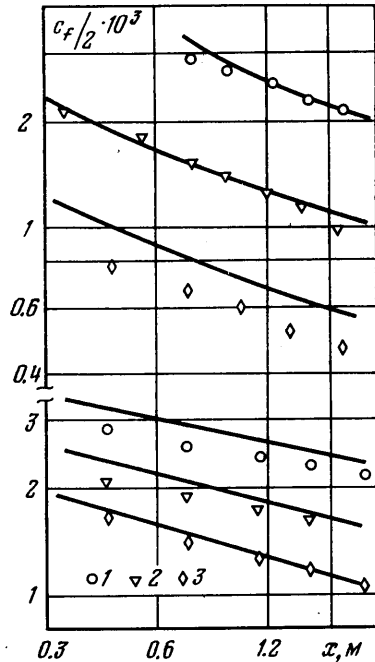
4. Расчет сопротивления трения и теплообмена в каждом конкретном случае связан с интегрированием интегральных уравнений импульсов и энергии [1]. При этом влияние шероховатости и поперечной кривизны вычисляется, согласно (3.4) и (3.8), на каждом шаге интегрирования путем итераций, где в качестве первой принимается $\Psi_{rf} = \Psi_{rq} = 1$, а для учета сжимаемости, неадиабатичности, градиента давления и т. п. используются функции Ψ_M , Ψ_f и т. д., полученные в [1]. Коэффициент трения и число Стантона вычисляются с помощью найденных из уравнений импульсов и энергии значений Re_2 и Re_Δ согласно выражениям $c_{fr} = \Psi_{rf} c_{fs}$ и $St_r = \Psi_{rq} St_s$, где $c_{fs} = \Psi_M \Psi_f \Psi_{bf} c_{f0}$, $St_s = \Psi_M \Psi_{bq} St_0$. Для коэффициента трения и числа Стантона в «стандартных» условиях c_{f0} и St_0 использовалась степенная аппроксимация $c_{f0} = B/Re_2^m$, $St_0 = B/2Pr^{0.75} Re_\Delta^m$, где $m=0.25$, $B=0.0256$ при Re_2 , $Re_\Delta \leq 3.1 \cdot 10^3$ и $m=1/6$, $B=0.0131$ при Re_2 , $Re_\Delta > 3.1 \cdot 10^3$.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

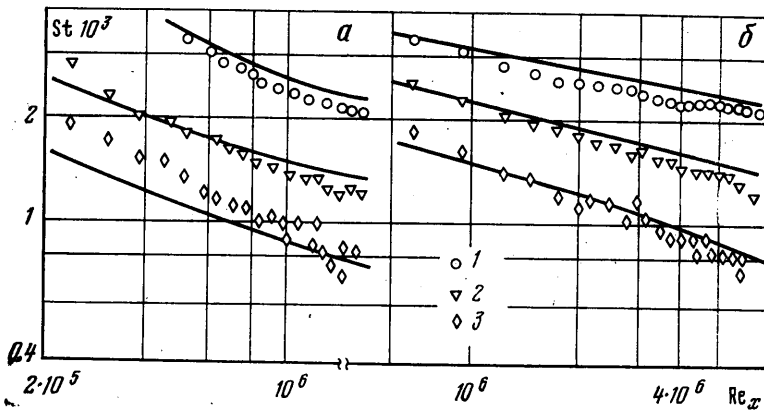
Влияние вдува Ψ_{bf} и Ψ_{bq} учитывалось согласно [16].

$$(4.1) \quad \Psi_{bf} = \left[\frac{\ln(1+b_{fs})}{b_{fs}} \right]^{0.7}, \quad \Psi_{bq} = \left[\frac{\ln(1+b_{qs})}{b_{qs}} \right]^{1.25} (1+b_{qs})^{0.25}$$

$$b_{fs} = 2j/c_{fs}, \quad b_{qs} = j/St_s$$

На фиг. 2 приведено сравнение результатов расчета c_f с экспериментальными данными [4], полученными для продольно обтекаемого цилиндра ($r_w = 12,5$ мм, $M_\infty = 3$, $Re_\infty = 10.5 \cdot 10^6$ 1/м). Высота песочной шероховатости равняется: для кривой 1—0, 2—35, 3—85, 4—180, 5—520 мкм.

Результаты расчета теплообмена полусферы с радиусом $R = 8,9$ см в гиперзвуковом потоке сравниваются на фиг. 3, а ($M_\infty = 6.03$, $Re_\infty = 6.6 \cdot 10^6$ 1/м, $T_w = 334^\circ$ К, температура торможения $T_0 = 470^\circ$ К) и 3, б ($M_\infty = 5$, $Re_\infty = 6.6 \cdot 10^7$ 1/м, $T_0 = 780^\circ$ К) с экспериментальными данными, представленными в [17]. Данные по теплопередаче, выраженные через $q_{cw} = q_w(1 - h_w/H_c)^{-1}$, сравниваются как для шероховатой (точки 1), так и для гладкой (точки 2) полусферы. Шероховатость представляла собой кубические элементы размером $1 \times 1 \times 1$ мм³ с расстоянием между соседними элементами, также равным 1 мм. Динамическая функция шероховатости была вычислена, согласно [11], при соответствующем значении плотности шероховатости $\lambda_k = 4$. Непрерывной кривой здесь приведены результаты



Фиг. 5

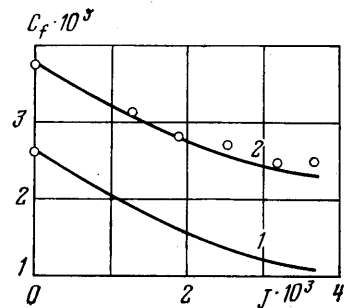
расчета, полученные в случае, когда для тепловой функции шероховатости принято выражение (2.8) и штриховой линией — если для Φ_q принять выражение, предложенное в [12]. Необходимые для расчета параметры невязкого течения на внешней границе пограничного слоя находились по модифицированной теории Ньютона [18]. Турбулентное число Прандтля принято равным $Pr_t=0.85$; D_q вычислялось по формуле (2.7).

На фиг. 4, 5, а ($u_e=9.75$ м/сек) и 5, б ($u_e=42.4$ м/сек) представлено сравнение с результатами измерений трения и теплообмена [9] на пористой пластинке, плотно покрытой сферическими элементами шероховатости с $R=0.635$ мм. Точки 1, 2, 3 соответствуют значениям $j=0$; 0.002; 0.004. Влияние вдува учитывалось согласно (2.2) и (4.1); D_q и Φ_q считались не зависящими от вдува, причем в данном случае значения k^+ были умеренными и оба выражения для Φ_q — (2.8) и [12] — дали практически одинаковые значения St .

Сравнение с результатами непосредственного измерения трения при помощи плавающего элемента на пористом цилиндре [10] представлено на фиг. 6 ($Re_e=3.2 \cdot 10^5$ 1/м). Кривая 1 представляет результаты расчета для гладкого цилиндра, 2 — для шероховатого. Влияние вдува учитывалось по (2.2) и (4.1). Так как форма шероховатости здесь была неясной, то значение функции шероховатости $\Phi_f=4.7$ было выбрано на основании профилей скорости, представленных в [10] на фиг. 10, и считалось при расчете постоянным (так как c_f изменяется незначительно).

Отметим, наконец, что развитый выше подход можно применить также для совместного учета градиента давления и шероховатости на непроницаемой поверхности ($b_j=0$). В этом случае переменные в (1.4) можно разделить, что позволит учесть градиент давления не только посредством интегрального соотношения, но и через профиль скорости.

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить Д. А. Шетца (J. A. Schetz), любезно приславшего таблицы своих экспериментальных данных, а также Е. Г. Зауличного за обсуждение работы.



Фиг. 6

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М., «Энергия», 1972.
2. Young F. L. Experimental investigation of the effects of surface roughness on compressible turbulent boundary layer skin friction and heat transfer. The University of Texas, 1965, AD 621085.
3. Perry A. E., Joubert P. N. Rough-wall boundary layers in adverse pressure gradients. Fluid Mech., 1963, vol. 17, No. 2.
4. Шулемович В. М. Турбулентный пограничный слой на шероховатом цилиндре. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. наук, 1972, № 13, вып. 3.
5. Squire L. C. A law of the wall for compressible turbulent boundary layers with air injection. J. Fluid Mech., 1969, vol. 37, No. 3.
6. Stevenson T. N. Inner region of transpired turbulent boundary layers. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 3.
7. Simpson R. L. Characteristics of turbulent boundary layers at low Reynolds numbers with and without transpiration. J. Fluid Mech., 1970, vol. 42, No. 4.
8. Sivukh G. F., Zaulichny E. G. Investigation of the turbulent boundary layer on a permeable, rough surface with heat transfer. Proc. of 6th Internat. Heat Transfer Conf., Toronto, 1978, vol. 5, p. 185.
9. Healzer J. M., Moffat R. J., Kays W. M. The turbulent boundary layer on a porous, rough plate: experimental heat transfer with uniform blowing. AIAA Pap., 1974, No. 680.
10. Schetz J. A., Nerney B. Turbulent boundary layer with injection and surface roughness. AIAA Journal, 1977, vol. 15, No. 9.
11. Simpson R. L. A generalized correlation of roughness density effects on the turbulent boundary layer. AIAA Journal, 1973, vol. 11, No. 2.
12. Yaglom A. M., Kader B. A. Heat and mass transfer between a rough wall and turbulent fluid flow at high Reynolds and Peclet numbers. J. Fluid Mech., 1974, vol. 62, No. 3.
13. Кадер Б. А., Яглом А. М. Турбулентный тепло- и массоперенос от стенки, покрытой двумерной шероховатостью. В сб. Пристенное турбулентное течение, ч. 1. Новосибирск, 1975.
14. Dipprey D. F., Sabersky R. H. Heat and momentum transfer in smooth and rough tubes at various Prandtl numbers. Int. J. Heat Mass Transfer, 1963, vol. 6, No. 5.
15. Webb R. L., Eckert E. R. G., Goldstein R. J. Heat transfer and friction in tubes with repeated-rib roughness. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1971, vol. 14, No. 4.
16. Kays W. M. Heat transfer to the transpired turbulent boundary layer. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1972, vol. 15, No. 5.
17. Chen K. K. Compressible turbulent boundary layer heat transfer to rough surfaces in pressure gradient. AIAA Journal, 1972, vol. 10, No. 5.
18. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.