

УДК 536.24:532.526

НЕРАВНОВЕСНОЕ ОБТЕКАНИЕ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА

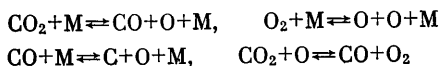
Ю. П. ГОЛОВАЧЕВ

(Ленинград)

На основе уравнений Навье – Стокса исследуется гиперзвуковое обтекание затупленных тел углекислым газом с учетом неравновесного протекания химических реакций и колебательной релаксации молекул CO_2 . Решение задачи находится методом установления с помощью неявной разностной схемы, включающей применение итерационного процесса Ньютона. Приводятся результаты расчета поля течения, конвективного теплового потока и напряжения трения на поверхности сферически затупленных конусов. Исследуется влияние примесей на поле течения и тепловые потоки. Результаты расчетов сравниваются с локально-автомодельным решением для окрестности передней критической точки.

1. Рассматривается неравновесное осесимметричное обтекание затупленных тел гиперзвуковым потоком углекислого газа при числах Рейнольдса $R \geq 10^2$. Течение описывается уравнениями Навье – Стокса, в которых для упрощения вычислений не учитываются члены, имеющие равномерно во всем ударном слое порядок малости выше первого по параметру $1/\sqrt{R}$ [1].

Используется упрощенная модель колебательной релаксации молекул углекислого газа [2]. Колебательные уровни двухатомных молекул, а также поступательные и вращательные степени свободы всех частиц предполагаются возбужденными равновесно. В расчетах обтекания тел чистым углекислым газом и смесями $\text{CO}_2 + \text{Ar}$ учитываются следующие реакции:



где M – любая из частиц смеси. При исследовании влияния примеси азота используется химическая модель [3], дополненная реакциями, учитывающими образование молекулярного кислорода.

Коэффициенты вязкости и теплопроводности смеси вычисляются по формулам Уилки и Масона – Саксены [4]. Значения приведенных интегралов столкновений заимствуются из работ [5, 6]. Процессы диффузионного переноса в многокомпонентной газовой смеси учитываются с помощью постоянного эффективного числа Шмидта $S = 0.5$.

При указанных предположениях общее уравнение энергии, уравнение для колебательной энергии CO_2 и уравнения неразрывности для компонент смеси записываются в виде

$$(1.1) \quad \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + v \left(\frac{\partial h}{\partial n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \right) + \frac{u}{1 + \chi n} \left(\frac{\partial h}{\partial s} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \right) + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial q_n}{\partial n} + g q_n + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial n} - 2 \frac{\chi u}{1 + \chi n} \right) \frac{\partial u}{\partial n} \right] = 0$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial E}{\partial t} + v \frac{\partial E}{\partial n} + \frac{u}{1 + \chi n} \frac{\partial E}{\partial s} - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\mu}{S} \frac{\partial E}{\partial n} \right) + \frac{\mu}{S} \left(g \frac{\partial E}{\partial n} + \frac{2}{c} \frac{\partial E}{\partial n} \frac{\partial c}{\partial n} \right) \right] + \frac{E - E_p}{\tau_h} = 0$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial c_i}{\partial t} + v \frac{\partial c_i}{\partial n} + \frac{u}{1 + \chi n} \frac{\partial c_i}{\partial s} - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\mu}{S} \frac{\partial c_i}{\partial n} \right) + \frac{g \mu}{S} \frac{\partial c_i}{\partial n} \right] - \frac{\omega_i}{\rho} = 0, \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

Здесь s, n – координаты, связанные с поверхностью тела; u, v – соответствующие компоненты вектора скорости; h – удельная энтальпия смеси; q_n – проекция вектора полного теплового потока на нормаль к поверхности тела; μ, λ – коэффициенты вязкости и теплопроводности смеси; c, E – массовая концентрация и удельная коле-

батальная энергия углекислого газа; τ_h — время колебательной релаксации, N — число компонент смеси, ω_i — массовая скорость образования компонент в химических реакциях, κ — кривизна образующей поверхности тела, $g = \kappa / (1 + \kappa r) + \cos \theta / (r + n \cos \theta)$, где θ — угол наклона образующей к направлению невозмущенного потока, r — расстояние от оси симметрии до поверхности тела. Остальные обозначения общеприняты.

Вектор полного теплового потока определяется формулой

$$(1.4) \quad q = -\lambda \nabla T - \frac{\mu}{S} \left(\sum_{i=1}^N h_i \nabla c_i + c \nabla E \right)$$

Уравнения сохранения импульса и общее уравнение неразрывности имеют такой же вид, как и для нереагирующего газа с постоянной теплоемкостью [1].

Обтекание затупленного тела в рассматриваемых условиях сопровождается образованием отходящей ударной волны. Значения параметров потока за ней определяются из модифицированных соотношений Ренкина — Гюгония [7]. Толщина области ударной волны составляет лишь несколько длин свободного пробега молекул. Поэтому в пределах этой области процессы колебательного возбуждения и химические реакции считаются замороженными.

На поверхности тела для составляющих вектора скорости используются условия прилипания и непроницаемости. В большинстве расчетов поверхность считается идеально каталитической и имеющей постоянную температуру $T_w = 2500^\circ \text{K}$.

Рассматриваемая область течения ограничена осью симметрии и некоторой нормалью $s = s^*$, расположенной на достаточном удалении от критической точки. На этих границах используются условия симметрии и односторонняя аппроксимация производных по s от искомых функций.

2. Решение задачи находится методом установления с помощью неявной конечно-разностной схемы второго порядка точности [8]. Для расчета неравновесных течений многокомпонентных газовых смесей эта схема была модифицирована путем применения итерационного процесса Ньютона для определения искомых функций на новом временном слое.

Большинство расчетов проведено на сетке, содержащей 12 линий $s = \text{const}$ при 31 расчетном узле на каждой линии. Расчет заканчивался, когда относительные значения производных по времени от искомых функций во всех узлах сетки становились меньше 10^{-3} .

Для повышения точности в областях сильного изменения функций применялось следующее преобразование нормальной координаты:

$$(2.1) \quad x = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\ln(1 + H_1 \xi)}{\ln(1 + H_1)} - \frac{\ln[1 + H_2(1 - \xi)]}{\ln(1 + H_2)} \right\}$$

Здесь $\xi = n/\varepsilon(s)$, ε — отход ударной волны, H_1 и H_2 — числовые параметры.

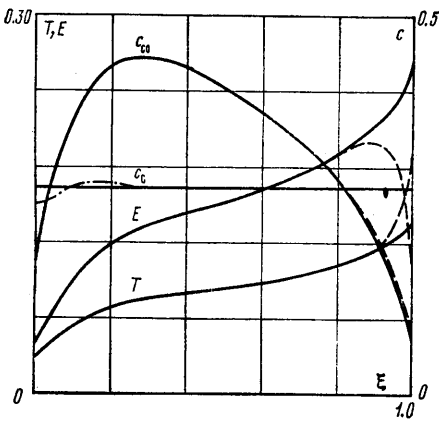
Напряжение трения и конвективный тепловой поток вычислялись с использованием соответствующих, записанных на поверхности тела дифференциальных уравнений с привлечением значений функций только в двух узлах расчетной сетки. При этом сохранялся второй порядок точности решения задачи. Соответствующие формулы имеют вид

$$(2.2) \quad \tau = \left(\mu \frac{\partial u}{\partial n} \right)_w = \left(2 - \frac{\Delta x \varepsilon g_w}{x_w'} \right)^{-1} \left[2 \left(\frac{x'}{\varepsilon} \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{1/2} - \Delta x \varepsilon \left(\frac{1}{x'} \frac{\partial p}{\partial s} \right)_w \right]$$

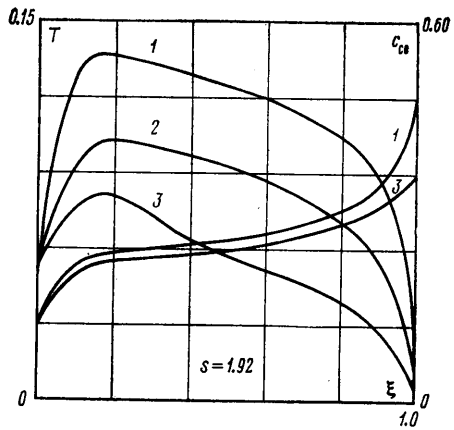
$$(2.3) \quad q = - \left(2 - \frac{\Delta x \varepsilon g_w}{x_w'} \right)^{-1} \left\{ 2 \frac{x_{1/2}'}{\varepsilon} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\mu}{S} \left(\sum_{i=1}^N h_i \frac{\partial c_i}{\partial x} + c \frac{\partial E}{\partial x} \right) \right]_{1/2} + \Delta x \varepsilon \left(\frac{\tau^2}{x' \mu} \right)_w \right\}$$

Здесь индексом w отмечены значения величин на поверхности тела, а индексом $1/2$ — в ближайшем к поверхности тела полуделом узле расчетной сетки. Контрольные расчеты показали, что применение таких формул существенно повышает точность определения напряжения трения и теплового потока при использовании сравнительно грубой расчетной сетки. Точность приведенных ниже результатов для поля течения, напряжения трения и теплового потока находится в пределах нескольких процентов.

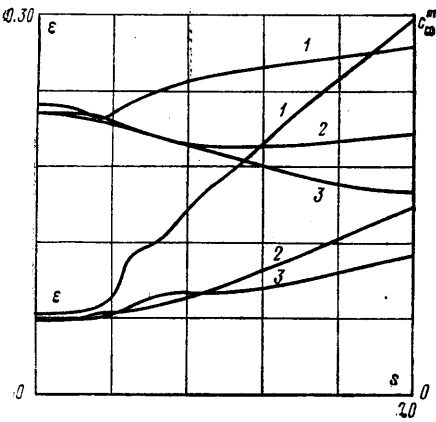
3. Рассчитано обтекание сферически затупленных конусов в условиях входа в атмосферу Марса. Некоторые результаты расчетов представлены на фиг. 1–5. Линей-



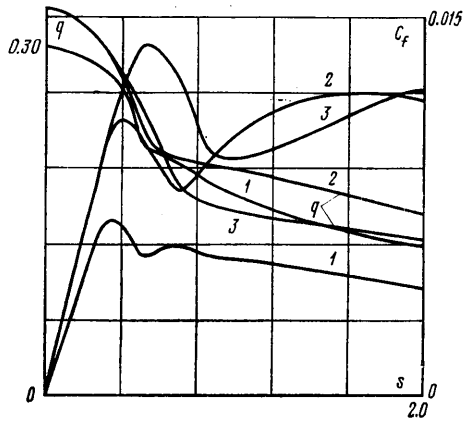
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

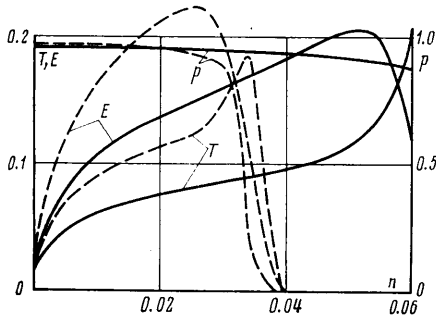
ные размеры отнесены к радиусу затупления, давление и напряжение трения — к $\rho_\infty V_\infty^2$, тепловые потоки — к $\rho_\infty V_\infty^3$, удельная колебательная энергия CO_2 — к V_∞^2 , температура — к $m_\infty V_\infty^2/2R$, где m — молекулярный вес, R — универсальная газовая постоянная.

На фиг. 1–4 приведены результаты расчетов обтекания чистым углекислым газом конусов с радиусом затупления 0.2 м и различными углами полураствора θ_k при $V_\infty=6$ км/сек, $\rho_\infty=2 \cdot 10^{-7}$ г/см³. На фиг. 1 показаны профили температуры, удельной колебательной энергии CO_2 и концентрации окиси углерода на оси симметрии течения для $\theta_k=60^\circ$. Сплошными кривыми показаны результаты, полученные в предположении о равновесном возбуждении колебаний, а пунктирными — с учетом колебательной релаксации молекул CO_2 . Видно, что зона колебательной релаксации занимает незначительную часть ударного слоя. Влияние ее на концентрации компонент, тепловые потоки и отход ударной волны не превышает нескольких процентов. В дальнейших расчетах неравновесное возбуждение колебаний CO_2 учитывалось только при $\rho_\infty \leq 10^{-7}$ г/см³.

На фиг. 1 приведены также профили концентрации химического элемента С, полученные при различных способах описания многокомпонентной диффузии. Сплошная линия соответствует использованию для всех компонент смеси одинаковых эффективных чисел Шмидта $S_i=0.5$. Профиль, показанный штрихпунктирной кривой, получен при более точном описании диффузии. При этом все компоненты разбивались на три группы, и диффузионные свойства компонент, относящихся к одной группе, считались одинаковыми. Таким образом, при вычислении диффузионных потоков использовались шесть различных коэффициентов бинарной диффузии и три различных значения молекулярного веса. Видно, что для рассматриваемых условий

уточнение описания многокомпонентной диффузии не приводит к существенному изменению результатов.

На фиг. 2–4 кривые 1, 2, 3 соответствуют конусам с углами полураствора $\theta_k=70$, 60 и 50°. Расчеты показали, что изменение угла полураствора конуса слабо сказывается на профилях всех параметров ударного слоя на оси симметрии. На конической поверхности различие в значениях θ_k приводит к существенному различию в концентрациях компонент. Обтекание конуса с углом полураствора $\theta_k=70^\circ$ характеризуется значительным увеличением толщины ударного слоя на боковой поверхности и существенно немоноотонным изменением концентраций компонент вдоль ударного слоя (c_{CO}^m – максимальные значения концентрации CO на линиях $s = \text{const}$). Характер изменения теплового потока и коэффициента трения по поверхности рассматриваемых тел примерно одинаков.



Фиг. 5

Для исследования влияния примесей рассматривалось обтекание тел смесями 73% $\text{CO}_2+27\%$ Ar и 95% $\text{CO}_2+5\%$ N_2 (по объему). Результаты этих расчетов показали, что примесь инертного газа приводит к увеличению толщины ударного слоя и повышению температуры примерно на 15–20%. Влияние 5% примеси азота заметно сказывается только на профилях концентраций компонент. Значения давления, теплового потока и коэффициента трения на поверхности тела для всех рассматривавшихся смесей $\text{CO}_2+\text{N}_2+\text{Ar}$ различаются не более чем на 5%.

На фиг. 5 представлено сравнение результатов расчета с локально-автомодельным решением для окрестности передней критической точки, полученным в [9] без выделения отошедшей ударной волны (пунктирные кривые). Здесь радиус затупления равен 1 м, $V_\infty=6$ км/сек, $\rho_\infty=2.29 \cdot 10^{-8}$ г/см³, $T_w=1500^\circ$ К, поверхность тела считается некаталитической. Основное расхождение результатов заключается в существенном различии толщины ударного слоя и может объясняться неточностью использовавшейся в [9] одномерной модели течения.

Поступила 18 V 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский О. М., Головачев Ю. П., Грудницкий В. Т., Давыдов Ю. М., Душин В. К., Лунькин Ю. П., Магомедов К. М., Молодцов В. К., Попов Ф. Д., Толстых А. И., Фомин В. Н., Холодов А. С. Численное исследование современных задач газовой динамики. М., «Наука», 1974.
2. Taylor R. L., Bitterman S. Survey of vibrational relaxation data for processes important in the CO_2-N_2 laser system. Rev. Mod. Phys., 1969, vol. 41, No. 1.
3. McKenzie R. L., Arnold J. O. Experimental and theoretical investigations of the chemical kinetics and nonequilibrium CN radiation behind shock waves in CO_2-N_2 mixtures. AIAA paper, 1967, No. 322.
4. Агафонов В. П., Вергушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М., «Машиностроение», 1972.
5. Yun K. S., Mason E. A. Collision integrals for the transport properties of dissociating air at high temperature. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 4.
6. Калинин А. П., Леонас В. Б., Сермягин А. В. Интегралы столкновений для компонент диссоциированных планетных атмосфер. Теплофизика высоких температур, 1971, т. 9, № 5.
7. Головачев Ю. П., Лунькин Ю. П., Попов Ф. Д. Гиперзвуковое обтекание тел при наличии физико-химических процессов. В сб.: «Вопросы математической физики». Л., «Наука», 1976.
8. Головачев Ю. П., Попов Ф. Д. Расчет сверхзвукового обтекания затупленных тел вязким газом при больших числах Рейнольдса. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 5.
9. Залогин Г. Н. О влиянии неравновесного излучения на обтекание затупленных тел разреженным газом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 6.