

Это выражение позволяет оценить объемное количество растворителя, приведенное к пластовым условиям и отнесенное к поровому объему, которое необходимо закачать в пласт, чтобы извлечь заданное количество жидкого углеводорода (конденсата) и уменьшить при этом его содержание от начального значения s_0 до текущего s . Исходной для такого расчета величины является D_0 , которая зависит помимо s_0 от β и должна быть известна из промышленного эксперимента.

На фиг. 2 штриховой линией показано расчетное изменение насыщенности модели пласта деканом по мере извлечения этана, если за начальную точку принять $s_0=0.15$ и $D_0=C_0\rho_2/\rho_1=0.75$ (0.26/0.72). Расчетные и экспериментальные зависимости практически совпадают.

Поступила 26 VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев Е. Ф., Николаевский В. Н., Сомов Б. Е., Трешин Ф. А. О нагнетании газа высокого давления в пласт, содержащий газожидкостную углеводородную смесь. Нефтяное хозяйство, 1969. № 1.
2. Розенберг М. Д., Кундин С. А. Многофазная многокомпонентная фильтрация при добыче нефти и газа. М., «Недра», 1976.
3. Reamer H. H., Sage B. H. Phase equilibria in hydrocarbon systems. J. Chem. Engng Data, 1962, vol. 7, No. 2.
4. Reamer H. H., Sage B. H. Phase equilibria in hydrocarbon systems. J. Chem. Engng Data, 1966, vol. 11, No. 1.
5. Степанова Г. С. Фазовые превращения углеводородных смесей газоконденсатных месторождений. М., «Недра», 1974.

УДК 532.592

ДЛИННОВОЛНОВАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

К. И. АРТАМОНОВ, Ю. С. МЕЛЕШКОВ

(Москва)

Рассматривается «пространственная» устойчивость струй, профили скорости которых линейно зависят от одной координаты. Выясняется влияние формы профиля скорости и наличия твердых стенок на развитие возмущений в струях.

В опубликованных экспериментальных работах по уменьшению смешения соосных струйных потоков получено, что путем организации определенных профилей скорости струй во входном сечении можно создать близкий к ламинарному режим течения на большой длине [1, 2]. В ряде экспериментов [1-4] были обнаружены так называемые когерентные структуры — крупномасштабные волны в слое смешения струй.

Объяснение некоторых результатов этих опытов, например возникновения на начальном участке слоя смешения единственной неустойчивой гармоникой с частотой, соответствующей максимальному инкременту возмущений [5], отсутствия ясно выраженной волновой картины течения в затопленной струе в отличие от спутной [1, 2] и ряда других фактов, может быть дано на основе линейной теории устойчивости.

В упомянутых экспериментах профили средней скорости можно считать состоящими из нескольких отрезков линейного изменения скорости. В [6] показано, что собственные значения задачи об устойчивости струй с гладким профилем скорости можно аппроксимировать собственными значениями задачи с профилем, составленным из отрезков линейного изменения скорости. Кроме того, можно надеяться, что для крупномасштабных возмущений действие сил вязкости настолько мало, что справедлива теория устойчивости идеальной жидкости.

Во всех реальных струйных течениях возмущения нарастают с увеличением расстояния от входного устройства, поэтому ниже будут рассматриваться не возмущения, нарастающие по времени («временная неустойчивость»), подразумевающие бесконечную длину струй, а возмущения, нарастающие по длине («пространственная неустойчивость»).

1. Рассмотрим плоскопараллельное течение несжимаемой, идеальной жидкости. Скорость его будем считать направленной вдоль оси координат x и зависящей толь-

ко от одной поперечной координаты y . Уравнения для возмущений скорости и давления хорошо известны и имеют вид

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} + U(y) \frac{\partial u_1}{\partial x} + U'(y) u_2 &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} + U(y) \frac{\partial u_2}{\partial x} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial u_3}{\partial t} + U(y) \frac{\partial u_3}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

В точках изломов профиля средней скорости $U(y)$ необходимо записать условия «сшивки» решений. Одно из них состоит в равенстве давлений по обеим сторонам плоскости сшивки. Поэтому удобно вместо системы (1.1) получить одно уравнение для давления. Исключая из (1.1) возмущения скорости u_1, u_2, u_3 , получаем

$$(1.2) \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + U(y) \frac{\partial}{\partial x} \right) \Delta p = 2U'(y) \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y}$$

Другим условием сшивки на границе двух зон гладкости средней скорости $U(y)$ является кинематическое условие

$$u_1 = \left(\frac{\partial}{\partial t} + U(y) \frac{\partial}{\partial x} \right) \sigma$$

где $\sigma(t, x, z)$ — уравнение возмущенной плоскости границы этих двух зон. Окончательный вид условий сшивки для возмущений давления имеет вид

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + U^+ \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \sigma &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^+}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + U^- \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \sigma &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^-}{\partial y} \end{aligned}$$

Если средние скорости по обеим сторонам плоскости сшивки равны ($U^+ = U^-$), то условия (1.3) принимают вид

$$\frac{\partial p^+}{\partial y} = \frac{\partial p^-}{\partial y}, \quad p^+ = p^-$$

В силу линейности задачи (1.2), (1.3) решение ее для двумерных возмущений (взаимосвязь двумерных и трехмерных возмущений будет указана ниже) можно искать в виде

$$(1.4) \quad \begin{aligned} p &= \int_0^{\infty} A(\omega, y) \exp(i(kx - \omega t)) d\omega \\ \sigma &= \int_0^{\infty} \Sigma(\omega) \exp(i(kx - \omega t)) d\omega \end{aligned}$$

где A, Σ — амплитуды возмущений, зависящие от профиля средней скорости, условия сшивки решений и возмущений во входном устройстве.

Если возмущения представляются в виде (1.4), то решение задачи (1.2), (1.3) определяет дисперсионное соотношение $k = k(\omega)$ и $A(\omega, y)$, с помощью которых вычисляются величины (1.4). Надо отметить, что во многих задачах об устойчивости мнимая часть $k(\omega) = r(\omega) - iq(\omega)$ достигает максимума, и следовательно интегралы (1.4) при больших x имеют простую асимптотическую оценку [7]

$$\int_0^{\infty} A(\omega, y) \exp(i(kx - \omega t)) d\omega \cong A(\omega_0, y) \times$$

$$\times \left[\frac{\pi}{2|q''(\omega_0)|x} \right]^{1/2} \exp[q(\omega_0)x + i(r(\omega_0)x + \omega_0 t)]$$

где ω_0 — частота, при которой $q(\omega)$ достигает максимума.

Другими словами, если $q(\omega)$ — функция с максимумом, а именно такой случай имеет место при развитии возмущений, в слое смещения, то можно ожидать, что независимо от спектра возмущений на входе в поток жидкости, возмущения давления ниже по потоку фактически будут состоять из одной гармоники с частотой ω_0 , именно эта волна и должна наблюдаться в эксперименте. Если $q=0$, то нейтральные возмущения будут состоять из частот, соответствующих стационарным точкам (метод стационарной фазы [7]).

Амплитуда трехмерных возмущений (пропорциональных $\exp(i(kx + mz - \omega t))$) $A = \mu(m, \omega) a(m, \omega, y)$ с точностью до множителя $\mu(m, \omega)$, зависящего от спектра возмущений на входе в поток, определяется из уравнений

$$(1.5) \quad \frac{d^2 a}{dy^2} - \frac{2U'k}{Uk - \omega} \frac{da}{dy} - \chi^2 a = 0, \quad \frac{(\omega - U + k)^2}{(\omega - U - k)^2} = \frac{da^+}{dy} / \frac{da^-}{dy}, \quad a^+ = a^-$$

$$\chi^2 = k^2 + m^2$$

Из вида уравнений (1.5) следует, что, зная дисперсионное соотношение для двумерных возмущений ($m=0$) $k=f(\omega)$, легко можно определить дисперсионное соотношение для трехмерных возмущений

$$k = \cos \gamma f(\omega / \cos \gamma)$$

где $k = \chi \cos \gamma$, $m = \chi \sin \gamma$, поэтому в дальнейшем будут рассмотрены только двумерные возмущения.

2. В случае линейного профиля скорости $U = \alpha y + u_0$ уравнение (1.5) принимает вид

$$(2.1) \quad \frac{d^2 a}{dy^2} - \frac{2}{y-b} \frac{da}{dy} - k^2 a = 0, \quad b = \frac{\omega - ku_0}{k\alpha}$$

Уравнение (2.1) имеет простое решение

$$(2.2) \quad a = C_1 \exp(k(y-b)) [k(y-b) - 1] + C_2 \exp(-k(y-b)) [k(y-b) + 1]$$

Используя решение (2.2), условия сшивки и граничные условия (на твердых стенках $\partial p / \partial y = 0$, для неограниченных потоков $p \rightarrow 0$ при $y \rightarrow \pm \infty$), можно в любой задаче устойчивости с профилем скорости $U(y)$, состоящим из отрезков линейного изменения, вычислить дисперсионное соотношение $k = k(\omega)$. Учитывая, что все ветви дисперсионного соотношения входят комплексно-сопряженными парами, ниже будут рассматриваться только неустойчивые ветви $k(q < 0)$.

3. Прежде всего рассмотрим устойчивость течения идеальной жидкости с тангенциальным разрывом скорости, когда в одном из потоков скорость меняется по линейному закону (фиг. 1). Это самая грубая модель течения спутных струй, профиль скорости которых специально организован входными устройствами. Модель неточна для коротковолновых возмущений как по причине существенного влияния сил вязкости на них, так и потому, что замена гладкого профиля скорости слоя смещения разрывом вносит тем большую ошибку, чем короче длина волны возмущения. В области линейного профиля скорости

$$\frac{da}{dy} = -k \frac{k(y-b)}{k(y-b) + 1} a$$

а в области постоянной скорости $da/dy = ka$, $\text{Re } k > 0$.

Дисперсионное соотношение в данном случае принимает вид

$$(3.1) \quad \omega = k \frac{u_1 + u_2}{2} + \frac{\alpha}{4} \pm \frac{\alpha}{2} \left[\frac{1}{4} - \frac{(u_1 - u_2)}{\alpha} k - \frac{(u_1 - u_2)^2}{\alpha^2} k^2 \right]^{1/2}$$

где скорость нижнего потока равна u_2 , верхнего — $u_1 + \alpha y$.

Для безразмерных величин

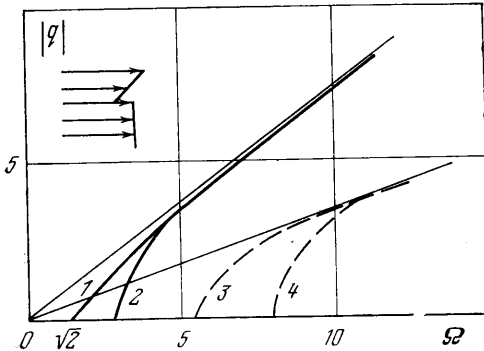
$$\Omega = \frac{2\sqrt{2}\omega}{\alpha}, \quad K = \frac{2\sqrt{u_1^2 + u_2^2}}{\alpha} k$$

равенство (3.1) разрешается относительно K

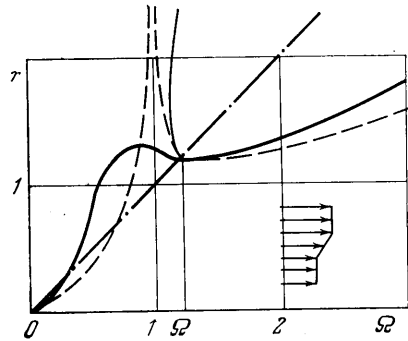
$$(3.2) \quad K = \Omega \sin(\theta + \pi/4) - \cos \theta \pm [1 - (\Omega \cos(\theta + \pi/4) + \sin \theta)^2]^{1/2},$$

$$\cos \theta = \frac{u_1}{(u_1^2 + u_2^2)^{1/2}}$$

В случае обычного тангенциального разрыва скорости ($\alpha=0$) течение неустойчиво при всех ω , при заданной частоте мнимая часть волнового числа имеет наибольшее значение для затопленной струи ($\theta=0, \pi/2$).



Фиг. 1



Фиг. 2

Зависимость инкремента возмущений от частоты показана на фиг. 1, где кривые 1 и 2 соответствуют $\theta=0, \pi/2$, а кривые 3 и 4 – случаю, когда $\theta=\theta_1, \theta=\pi/2-\theta_1, 0 < \theta_1 < \pi/4$.

При малых Ω течение устойчиво, а при больших – зависимость $K(\Omega)$ такая же, как и в случае тангенциального разрыва. В области неустойчивости наибольшее значение $|q|$ достигается в случае затопленной струи $\theta=0$. Величина размерного волнового числа k падает при заданной частоте ω с ростом величины $\sqrt{u_1^2 + u_2^2}$. Интересно отметить, что для размерной частоты ω область устойчивости можно расширить, увеличивая наклон профиля скорости верхнего потока.

4. Значительно более правдоподобно слой смешения двух струй моделируется линейным профилем скорости (пример, рассмотренный еще Рэлеем [8]). Дисперсионное соотношение для безразмерных величин принимает вид

$$(4.1) \quad \Omega = K \pm \delta [(K-1)^2 - \exp(-2K)]^{1/2}$$

$$\Omega = \frac{\omega h}{u + \alpha h/2}, \quad \delta = \frac{\alpha h/2}{u + \alpha h/2}, \quad K = kh$$

где u – скорость более медленного потока, h – ширина слоя смешения.

Задача состоит в том, чтобы обратить зависимость (4.1). При $\delta \ll 1$, т. е. при достаточно большой скорости u

$$(4.2) \quad K = \Omega \mp [(\Omega-1)^2 - \exp(-2\Omega)]^{1/2} \delta + O(\delta^2)$$

Отсюда следует, что при достаточно большой скорости более медленного потока дисперсионные соотношения для временной и пространственной неустойчивостей совпадают. Наибольшее значение мнимой части K достигается при $\Omega \approx 0.8$ и равно $\text{Im} K \approx 0.46$. Волна именно с такими параметрами должна быть наблюдаема в эксперименте при любом спектре возмущений на входе.

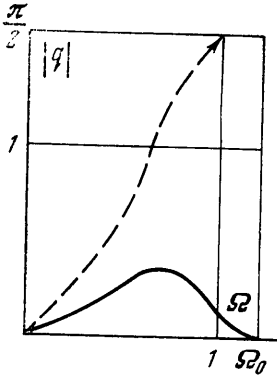
Совсем по-другому ведет себя пространственное дисперсионное соотношение при $\delta \rightarrow 1$, т. е. в случае затопленной струи. Когда $\delta \rightarrow 1$ и $\Omega \rightarrow 1$, действительная часть K стремится к бесконечности, а мнимая – к $\pi/2$. На фиг. 2, 3 приведена зависимость волнового числа от частоты. Штриховые линии соответствуют $\delta=1$, штрихпунктирные – $\delta=0$, а сплошные – некоторому промежуточному случаю $0 < \delta < 1$. $\Omega_0 \approx 1.2$ находится из уравнения

$$(\Omega_0 - 1)^2 - \exp(-2\Omega_0) = 0$$

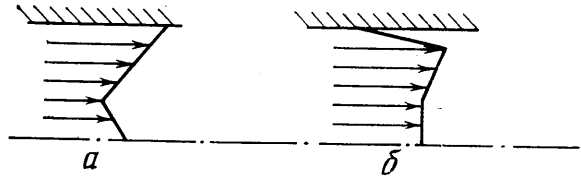
Видимо, существенной разницей поведения дисперсионного соотношения для затопленной и спутных струй объясняется тот факт, что отчетливая волновая струк-

тура возмущений проявляется только при достаточной спутности струй. Действительно, чтобы отчетливо была видна картина неустойчивости, необходимо, чтобы на расстоянии порядка длины волны инкремент возмущений не был слишком велик, иначе нелинейное взаимодействие сильно исказит волновую картину течения уже на небольших расстояниях от входа. В слое смешения длина волны максимально нарастающего возмущения стремится к нулю ($\text{Re } K \rightarrow \infty$) с уменьшением спутности. Это говорит о том, что в случае затопленной струи надо учитывать влияние тех факторов, которые не были учтены в рамках данной модели устойчивости струйных течений.

Скорее всего, в затопленной струе наиболее существенно искажается волновая структура возмущений под влиянием нелинейных взаимодействий и сил вязкости.



Фиг. 3



Фиг. 4

вклад которых увеличивается с увеличением $\text{Re } K$. Во всех случаях размерные инкременты возмущений уменьшаются с расширением слоя смешения, т. е. с увеличением h .

5. Рассматривая устойчивость течений струй в каналах, остановимся прежде всего на течении с профилем скорости, изображенным на фиг. 4, а. Такого типа течение возникает в тех случаях, когда по периферии надо пропустить большой расход газа при малом расходе центральной струи, а из соображений устойчивости потока ликвидировать разрыв скорости между струями. Профили скорости периферийной и центральной струй задаются соответственно в виде $u + \alpha_1(y - h_1)$ и $u - \alpha_2(y - h_2)$, где h_1, h_2 — ширины струй. Дисперсионные соотношения для симметричных и антисимметричных мод соответственно имеют вид

$$\omega = k \left(u + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{k} \frac{\text{th } kh_1 \text{ th } kh_2}{\text{th } kh_1 + \text{th } kh_2} \right)$$

$$\omega = k \left(u + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{k} \frac{\text{th } kh_1 \text{ th } kh_2}{1 + \text{th } kh_1 \text{ th } kh_2} \right)$$

Следовательно, течения такого типа абсолютно устойчивы. В реальных течениях на стенках канала образуется пограничный слой, что требует рассмотрения более сложной модели профиля средней скорости (см. фиг. 4, б). Полное исследование устойчивости течения у стенок, конечно, невозможно без учета влияния сил вязкости, поэтому дальнейшие результаты имеют смысл только для длинноволновых возмущений. Дисперсионное соотношение в силу его громоздкости не будет выписано. Подробные вычисления дают следующий результат. Устойчивость течения для возмущений всех длин волн возможна только либо при ограниченном наклоне профиля скорости в пристеночной зоне, либо при достаточно малой толщине этой зоны. Если скорости во всех струях, начиная с пристеночной, задать в виде $u + \alpha_2(h_2 - h_3) - \alpha_1(y - h_2 - h_3)$, $u + \alpha_2(y - h_3)$, u , где h_1, h_2, h_3 — ширины соответствующих струй, то критерий устойчивости имеет вид

$$\left(\frac{h_1}{h_2 + h_3} \right)^{1/2} < \frac{h_2}{h_2 + h_3} \frac{1}{(\alpha_1/\alpha_2 + 1)^{1/2} + h_3/(h_2 + h_3)}$$

Удовлетворить этому критерию в случае пограничного слоя можно лишь при специальной организации течения на стенке.

В заключение авторы благодарят А. А. Павельева за предоставление экспериментальных материалов и полезное обсуждение результатов работы.

Поступила 26 VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Навознов О. И., Павельев А. А. О переходе к турбулентности в спутных струях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 6.
2. Навознов О. И., Павельев А. А., Яценко А. В. О переходе к турбулентности в затопленных и спутных струях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 4.
3. Winant C. D., Browand F. K. Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing-layer growth at moderate Reynolds number. J. Fluid Mech., 1974, vol. 63, pt 2.
4. Brown G. L., Roshko A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers. J. Fluid Mech., 1974, vol. 64, pt 4.
5. Fneymuth P. On transition in a separated laminar boundary layer. J. Fluid Mech., 1966, vol. 25, No. 4.
6. Герценштейн С. Я. О сходимости метода Рэлея. Докл. АН СССР, 1969, т. 187, № 5.
7. Копсон Э. Т. Асимптотические разложения. М., «Мир», 1966.
8. Рэлей. Теория звука, т. 2. М.—Л., Гостехиздат, 1944.

УДК 533.6.014

ЗВУКОВАЯ КОЛЬЦЕВАЯ СТРУЯ ВО ВСТРЕЧНОМ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

М. А. КОВАЛЬ, А. И. ШВЕЦ

(Москва, Харьков)

При истечении кольцевых звуковых струй навстречу сверхзвуковому потоку возможны два режима взаимодействия: с открытой и закрытой центральной отрывной областями. При смене режимов течения скачкообразно изменяются отход ударной волны от сопла и давление в центральной отрывной области, а также наблюдается гистерезис. Режимы течения с открытой центральной отрывной областью стационарные и достаточно точно могут быть рассчитаны численно по уравнениям Эйлера.

1. Структура взаимодействующих потоков, реализуемая в эксперименте. Эксперименты по взаимодействию воздушных звуковых кольцевых струй со встречным сверхзвуковым потоком воздуха при числе Маха $M_\infty=3$ были проведены для трех звуковых сопел с отношением $d/D=0,9, 0,75, 0,5$ (d — диаметр сопла по внутренней кромке, D — диаметр сопла по внешней кромке). Температура торможения струй соответствовала температуре торможения набегающего потока $T_{0j}=T_{0\infty}=300^\circ$, а числа Рейнольдса, вычисленные по параметрам набегающего потока и отнесенные к внешнему диаметру сопла, равнялись $2-2,5 \cdot 10^6$. Полное давление в форкамере трубы было в пределах $4-4,5$ атм. В качестве параметра, характеризующего относительную интенсивность струи по отношению к набегающему потоку, принято отношение скоростного напора струи к скоростному напору набегающего потока $K=(\rho_j u_j^2)/(\rho_\infty u_\infty^2)$.

Экспериментально получено, что в зависимости от величины параметра K возможны два режима взаимодействия: с открытой и закрытой центральной отрывной областями в струе (фиг. 1 — схема течения, фиг. 2 — шпирен-картины). В открытой струе реализуется известная для недорасширенных струй структура ударных волн (фиг. 1, а: 1 — так называемые висячие волны, внутренние и внешняя, 2 — замыкающая волна). Однако на шпирен-фотографиях едва различимы только висячие волны (фиг. 2, а). При закрытой отрывной области 3 (фиг. 1) кольцевая струя на некотором расстоянии от сопла замыкается в сплошную (фиг. 1, б, фиг. 2, б). В закрытой кольцевой струе (фиг. 1, б) выделяется внешняя висячая волна OA , отраженная волна M , внутренняя висячая волна EO_1 , коническая волна GC , центральная волна GK и замыкающая AC . Замыкающая волна AC имеет в точке B излом или сильное искривление.

Волновая структура закрытой струи определяется относительным размером сопла d/D и в меньшей степени значением параметра K . При $d/D=0,9$ центральная волна GK практически отсутствует, а коническая волна GC достигает оси независимо от величины параметра K . С уменьшением d/D конический участок волны GC