

ОБ УДАРНОЙ АДИАБАТЕ В СМЕСИ ГАЗА С ЧАСТИЦАМИ

О. Н. БОНДАРЕНКО

(Москва)

В работе рассматриваются ударные волны в смеси газа с несжимаемыми каплями или частицами. Построена ударная адиабата, связывающая состояния перед и за разрывом, на котором процессы взаимодействия фаз предполагаются «замороженными». Из анализа этой адиабаты следует, что при наличии в газе частиц невозможны скачки давления бесконечной интенсивности, что существенно отличает данную адиабату от адиабаты Гюгонио в газовой динамике.

Рассмотрим движение двухфазной среды, когда каждая фаза имеет свою среднюю скорость v_i , истинную плотность ρ_i^0 , температуру T_i и внутреннюю энергию U_i , рассчитанную на единицу массы i -й фазы ($i=1, 2$; индексом 1 обозначаются параметры газовой фазы, индексом 2 — параметры капель или частиц). Вторая фаза предполагается несжимаемой: $\rho_2^0 = \text{const}$. Система уравнений, описывающая движение многофазной среды, выписывалась в [1-3].

В отсутствие фазовых переходов, рождения и гибели частиц, когда нет внешних сил и подвода тепла к объему смеси, уравнения одномерного течения смеси газа с частицами имеют вид

$$(1) \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_1 v_1)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_2 v_2)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 v_1^2 + \rho_2 v_2^2) = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 v_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_2 v_2^2) = -\alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_2 f$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 U_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_2 v_2 U_2) = \rho_2 q$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_1 \left(U_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 \left(U_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_1 v_1 \left(i_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 v_2 \left(i_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) \right] = 0$$

$$p = \rho_1^0 R_1 T_1; \quad i_1 = c_{p1} T_1, \quad U_2 = c_2 T_2, \quad \rho_2^0 = \text{const} \quad (c_{p1}, c_2, R_1 = \text{const})$$

Здесь $\rho_2 f = \rho_2 (v_1 - v_2) / \tau_v$ — сила взаимодействия между фазами — «сила трения»; $\rho_2 q = \rho_2 (T_1 - T_2) / \tau_T$ — межфазный теплообмен (τ_v, τ_T — времена релаксации — характерные времена обмена импульсом и энергией между фазами); $i_k = U_k + p / \rho_k^0$ — энтальпия k -й фазы; p — давление газа; $\rho_k = \rho_k^0 \alpha_k$ — «размазанные» плотности фаз; α_k — объемная концентрация k -й фазы, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ (в дальнейшем будем обозначать $\alpha_1 = \alpha, \alpha_2 = 1 - \alpha$). Процессы вязкости и теплопроводности пренебрегаются.

Разрывные течения в идеальном газе с частицами рассматривались многими авторами [2-7]. В такой среде вводятся два типа разрывов: «Равновесный» разрыв — течение, связывающее два состояния равновесия, т.е. два состояния, при которых скорости и температуры газа и частиц равны. Между этими состояниями находится «зона релаксации», в которой скорости и температуры фаз, вообще говоря, не равны друг другу. Выравнивание скоростей и температур в этой зоне происходит за счет сил межфазного взаимодействия. Если характерный масштаб течения много больше длин релаксационных процессов (соответственно характерное время $t \gg \tau_v, \tau_T$), толщиной зоны релаксации и характером процессов, происходящих внутри нее, можно пренебречь и считать рассматриваемые равновесные состояния связанными «равновесным скачком» [3, 4, 6].

Течение внутри релаксационной зоны может быть непрерывным и содержать скачки [4, 6], определяемые процессами вязкости и теплопроводности в газе. Толщина такого скачка считается малой по сравнению с толщиной зоны релаксации ($t \ll \tau_v, \tau_T$, где t — характерное время изменения величин в вязком скачке). Тогда процессы трения и теплообмена между газом и частицами на этом скачке можно рас-

смазывать как «замороженные», поэтому такой разрыв иногда называется «замороженным» разрывом.

Соотношения, связывающие параметры среды на фронте вязкого разрыва, получаются из интегральных законов сохранения, соответствующих дифференциальным уравнениям (1)

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \frac{d}{dt} \int_V \rho_1 d\tau + \int_{\Sigma} \rho_1 v_{1n} d\sigma = 0, \quad \frac{d}{dt} \int_V \rho_2 d\tau + \int_{\Sigma} \rho_2 v_{2n} d\sigma = 0 \\
 & \frac{d}{dt} \int_V (\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2) d\tau + \int_{\Sigma} (\rho_1 v_1 v_{1n} + \rho_2 v_2 v_{2n}) d\sigma = - \int_{\Sigma} p_n d\sigma \\
 & \frac{d}{dt} \int_V \left[\rho_1 \left(U_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 \left(U_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) \right] d\tau + \\
 & + \int_{\Sigma} \left[\rho_1 v_{1n} \left(i_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 v_{2n} \left(i_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) \right] d\sigma = 0 \\
 & \frac{d}{dt} \int_V \rho_2 \left(U_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) d\tau + \int_{\Sigma} \rho_2 v_{2n} \left(i_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) d\sigma = \\
 & = \int_V \frac{p}{\rho_2^0} \nabla (\rho_2 v_2) d\tau + \int_V \rho_2 v_2 f d\tau + \int_V \rho_2 q d\tau \\
 & \frac{d}{dt} \int_V \rho_2 U_2 d\tau + \int_{\Sigma} \rho_2 v_{2n} U_2 d\sigma = \int_V \rho_2 q d\tau
 \end{aligned}$$

При $t \ll \tau_v, \tau_T$, применяя процедуру, изложенную в монографии [8], к системе (2), получим [2]

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \rho_1 v_1 = m_1 = \text{const}, \quad \rho_2 v_2 = m_2 = \text{const} \\
 & m_1 \{v_1\} + m_2 \{v_2\} + \{p\} = 0, \quad m_2 \left\{ \frac{p}{\rho_2^0} + \frac{v_2^2}{2} \right\} = 0 \\
 & m_1 \left\{ c_{p1} T_1 + \frac{p}{\rho_1^0} + \frac{v_1^2}{2} \right\} = 0, \quad m_2 \{T_2\} = 0
 \end{aligned}$$

Здесь фигурные скобки обозначают разность величин за и перед фронтом разрыва.

Заметим, что четвертое уравнение (3) может быть выведено для отдельной частицы, когда ее радиус r много больше толщины разрыва. Действительно, для сферической частицы радиуса r изменение кинетической энергии на разрыве равно $4/3 \pi r^3 \rho_2^0 (v_{2+}^2 - v_{2-}^2)/2$, где индексы минус и плюс обозначают параметры перед и за разрывом соответственно. Изменение кинетической энергии на вязком разрыве, где трение и теплообмен между фазами отсутствуют, происходит только за счет работы сил давления газа — «силы Архимеда». Эта работа равна

$$\begin{aligned}
 4/3 \pi r^3 \rho_2^0 \frac{v_{2+}^2 - v_{2-}^2}{2} &= \int_{-r}^{+r} \left[\int_0^{\arccos(x/r)} p_- \cos \varphi 2\pi r^2 \sin \varphi d\varphi + \right. \\
 & \left. + \int_{\arccos(x/r)}^{\pi} p_+ \cos \varphi 2\pi r^2 \sin \varphi d\varphi \right] dx = \frac{4}{3} \pi r^3 (p_- - p_+)
 \end{aligned}$$

Отсюда следует четвертое уравнение (3). Здесь x — расстояние от центра частицы до поверхности разрыва, φ — угол между нормалью к поверхности частицы и осью x . Заметим, что, вообще говоря, при прохождении крупной частицы через фронт

ударной волны могут наблюдаться различные волновые эффекты, например дифракция. При этом четвертое уравнение (3) может оказаться неверным. В данной работе этими эффектами пренебрегается.

Система (3) позволяет выразить v_{1+} через p_+ и значения параметров смеси перед разрывом, которые предполагаются известными: $p_-, v_{1-}, v_{2-}, \alpha_-$

$$(4) \quad \frac{v_{1+}}{v_{1-}} \left\{ \left[\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right) \frac{p_+}{p_-} + 1 \right] \sqrt{1-2 \left(\frac{p_+}{p_-} - 1 \right) / M_2^2} - (1-\alpha_-) \left[\frac{2}{\gamma-1} \frac{p_+}{p_-} + M_2^2 + 2 - M_2^2 \sqrt{1-2 \left(\frac{p_+}{p_-} - 1 \right) / M_2^2} \right] \right\} =$$

$$= \left(\frac{p_+}{p_-} + \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right) \sqrt{1-2 \left(\frac{p_+}{p_-} - 1 \right) / M_2^2} - (1-\alpha_-) \left[2 \left(\frac{p_+}{p_-} - 1 \right) + \left(M_2^2 + \frac{2\gamma}{\gamma-1} \right) \sqrt{1-2 \left(\frac{p_+}{p_-} - 1 \right) / M_2^2} \right], \quad M_2^2 = \frac{\rho_2^2 v_{2-}^2}{p_-}$$

Соотношения на замороженном скачке рассматривались в [5], была построена зависимость p от α_- - кривая, связывающая давление и объемное содержание частиц за разрывом.

График адиабаты (4) (см. фигуру) в плоскости $(p_+/p_-, v_{1+}/v_{1-})$ проходит через начальную точку (1,1) и имеет две горизонтальные асимптоты, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$\left[\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right) \frac{p_+}{p_-} + 1 \right] \sqrt{1-2 \left(\frac{p_+}{p_-} - 1 \right) / M_2^2} - (1-\alpha_-) \left[\frac{2}{\gamma-1} \frac{p_+}{p_-} + 2 + M_2^2 \left(1 - \sqrt{1-2 \left(\frac{p_+}{p_-} - 1 \right) / M_2^2} \right) \right] = 0$$

Ветвь адиабаты, расположенная в области отрицательных p, v_1 , на фигуре не показана.

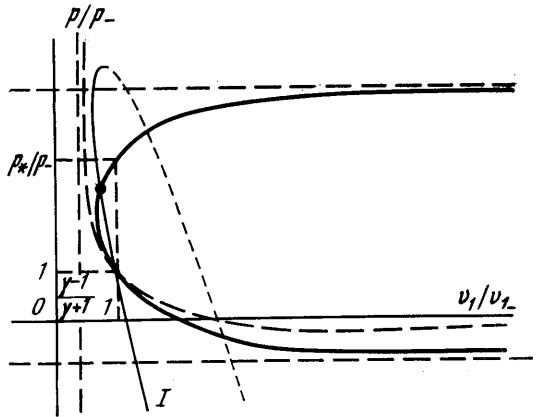
Из третьего уравнения (3) можно определить поток массы газа m_1 через поверхность разрыва. При заданной плотности газа ρ_{1-}^0 , т.е. при заданном потоке массы газа, имеем

$$(5) \quad \frac{p_+}{p_-} - 1 + \alpha_- M_1^2 \left(\frac{v_{1+}}{v_{1-}} - 1 \right) + (1-\alpha_-) M_2^2 \times$$

$$\times \left(\sqrt{1-2 \left(\frac{p_+}{p_-} - 1 \right) / M_2^2} - 1 \right) = 0$$

$$M_1^2 = \rho_{1-}^0 v_{1-}^2 / p_-$$

Уравнению (5) соответствует нижняя ветвь параболы (кривая I на фигуре). Верхняя ветвь соответствует знаку «минус» перед радикалом в (5) и дает отрицательное значение скорости частиц v_2 за разрывом. Парабола проходит через начальную точку (1,1), вершина ее расположена в точке $(1-\alpha_- M_2^2 / 2M_1^2, 1+\alpha_- (2-\alpha_-) M_2^2 / 2)$. Осью параболы является прямая $(p_+/p_-) - 1 + \alpha_- M_1^2 [(v_{1+}/v_{1-}) - 1] - \alpha_- (1-\alpha_-) M_2^2 = 0$. Точка пересечения параболы с адиабатой (4) соответствует состоянию за разрывом при данном значении m_1 . Из фигуры видно, что в зависимости от наклона касательной к параболе в точке (1,1) состояние за разрывом отвечает скачкам уплотнения либо скач-



кам разрежения. Скачок уплотнения возникает, если выполнен критерий

$$(6) \quad v_{1-}^{-2} - \frac{\gamma p_-}{\rho_{1-}^{\circ}} \left[1 + \frac{\rho_{1-}^{\circ} (1-\alpha_1) v_{1-}^{-2}}{\rho_2^{\circ} \alpha_- v_{2-}^{-2}} \right] > 0$$

Если перед фронтом ударной волны $v_{1-} = v_{2-}$, то критерий (6) переходит в условие $v_{1-}^{-2} > a_{1-}^2$, в котором $a_{1-}^2 = \gamma p [1 + (1-\alpha) \rho_{1-}^{\circ} / \alpha \rho_2^{\circ}] / \rho_{1-}^{\circ}$ — замороженная скорость звука, что согласуется с результатом, полученным в [4]. Скачки разрежения, как было показано в [5], не реализуются. Пунктиром на фигуре нанесена адиабата Гюгонно для совершенного газа. Ударная адиабата (4) расположена правее адиабаты Гюгонно и при $\alpha_- \rightarrow 1$ приближается к ней справа. Верхняя асимптота при $\alpha_- \rightarrow 1$ стремится снизу к прямой $p/p_- = 1 + M_2^2/2$, точки адиабаты Гюгонно, лежащие выше этой прямой, не достигаются ни при каком значении α_- перед разрывом. При $\alpha_- = 1$ второе, четвертое и шестое уравнения (3) выполняются тождественно, сокращение на m_2 в четвертом и шестом уравнениях невозможно, поэтому при $\alpha_- \rightarrow 1$ адиабата (4) не переходит в адиабату Гюгонно ($\alpha_- = 1$). Для двухфазной среды здесь существенно предположение $\alpha_- \neq 1$.

Когда поток массы газа перед разрывом $m_1 \rightarrow \infty$, парабола (5) переходит в вертикальную прямую $v_1 = v_{1-}$, так что бесконечному потоку массы газа соответствует конечное значение давления за разрывом p_* (фигура). Таким образом, в отличие от газовой динамики в двухфазной среде невозможны скачки неограниченной интенсивности. Качественно этому можно дать следующее объяснение. В газовой динамике рост давления в скачках уплотнения связан с уменьшением кинетической энергии набегающего газа. Чем больше кинетическая энергия газа (следовательно, чем больше m_1), тем больше интенсивность скачка давления. В двухфазной среде давление может расти вследствие изменения кинетической энергии газа и частиц. На частицы со стороны газа действует сила $-\alpha_2 \nabla p$, на скачке уплотнения эта сила тормозит частицы, так что $\alpha_{2+} > \alpha_{2-}$. Чтобы преодолеть сопротивление частиц за разрывом, газ за разрывом должен обладать достаточно большой кинетической энергией, которую он может приобрести только за счет своей внутренней энергии, т. е. за счет интенсивности скачка давления. При $m_1 \rightarrow \infty$ изменение кинетической энергии газа $E_1 = \rho_1 v_1^2/2$ на разрыве стремится к нулю и давление растет до значения p_* только за счет изменения кинетической энергии частиц. Если кинетическая энергия частиц перед разрывом тоже становится бесконечно большой (соответственно $m_2 \rightarrow \infty$), то значение $p_* \rightarrow \infty$. В этом случае координата верхней горизонтальной асимптоты $p/p_- \rightarrow \infty$ и адиабата (4) переходит в газодинамическую.

Заметим, что в скачках большой интенсивности объемное содержание частиц за разрывом может стать настолько большим, что необходимо будет учитывать столкновения частиц, которыми в данной работе пренебрегается. Так, при $m_1 \rightarrow \infty$ объемное содержание частиц за разрывом удовлетворяет соотношению

$$(7) \quad \alpha_{2+} \rightarrow \frac{M_2^2 [1 - \alpha_{2-} (2 - \gamma)] + \gamma M_2^4 [1 - \alpha_{2-} (2 - \gamma)]^2 + 4\gamma \alpha_{2-} M_2^2 (2 + M_2^2)}{2\gamma (M_2^2 + 2)}$$

Если в (7) $\alpha_{2-} = 0.01$, $\gamma = 1.4$, $M_2^2 = 10^3$, то $\alpha_{2+} \rightarrow 0.718$. Однако в весьма широком диапазоне изменения параметров смеси перед разрывом предположение об отсутствии столкновений частиц за разрывом допустимо. Например, при $M_2^2 = 1$ даже в предельном случае $m_1 \rightarrow \infty$, $\alpha_{2+} \rightarrow 0.246$. В точке, где адиабата (4) имеет вертикальную касательную, объемное содержание частиц α_{2+} определяется из уравнения

$$\begin{aligned} \alpha_{2+}^4 & \left[\frac{2\gamma\alpha_-}{\gamma-1} + \frac{M_2^2}{2} (2\alpha_- - 1) \right] \frac{M_2^2 + 2}{M_2^2} + 2\alpha_{2+}^3 (1 - \alpha_-)^2 (M_2^2 + 2) + \\ & + \alpha_{2+}^2 \left[\frac{7-5\gamma}{\gamma-1} - (3-\alpha_-) M_2^2 - \frac{2(1-\alpha_-)}{\gamma-1} \right] (1-\alpha_-)^2 + \\ & + \alpha_{2+} \left[-\frac{4}{\gamma-1} + 2(1-\alpha_-) \left(M_2^2 + \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right) \right] (1-\alpha_-)^2 - \frac{M_2^2 (1-\alpha_-)^4}{2} = 0 \end{aligned}$$

и примерно равно 0.035–0.02, когда $\alpha_{2-} = 0.01$ и M_2^2 меняется от 1 до 10^4 .

Автор благодарит В. В. Гогосова, а также В. А. Налетову и Г. А. Шапошникову за помощь в работе и Р. И. Нигматулина за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Разматулин Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред. ПММ, 1956, т. 20, вып. 2.
2. Крайко А. Н., Стернин Л. Е. К теории течений двухскоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами. ПММ, 1965, т. 29, вып. 3.
3. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
4. Нигматулин Р. И. К вопросу о волнах уплотнения в двухфазных средах. Вестн. МГУ, Математика, механика, 1969, № 4.
5. Schmitt-von Schubert B. Existence and uniqueness of normal shock waves in gas-particle mixtures. J. Fl. mech., 1969, vol. 38, pt 3.
6. Schmitt-von Schubert B. Struktur stationärer Verdichtungsstöße in Gasen mit festen Teilchen. ZAMM, 1970, Bd 50, Nr 11.
7. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М., «Машиностроение», 1974.
8. Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1976.

УДК 532.546

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ УГЛЕВОДОРОДОВ С МАССООБМЕНОМ

М. А. ПЕШКИН

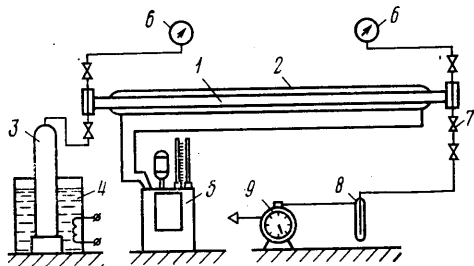
(Москва)

Приводятся результаты экспериментального исследования процесса извлечения из пористой среды жидкого углеводорода (выпавшего конденсата), заполняющего часть порового пространства, углеводородными растворителями.

Физическая картина смещения углеводородов при фильтрации изучена мало, и нет данных для надежного предсказания процесса извлечения жидкости, находящейся в пористой среде, вытеснением ее каким-нибудь другим углеводородным растворителем. В литературе известно только два качественных результата. Теоретически было показано [1], что при нагнетании сухого газа (метан+бутан) в пористую среду, содержащую газожидкостную смесь (указанные углеводороды и декан), самопроизвольно образуется движущаяся зона повышенной концентрации промежуточного по молекулярному весу углеводородного компонента, т.е. «вал». Экспериментально [2] при вытеснении из пористой среды жидким пропаном жидкого бутана в присутствии газообразного метана также было отмечено резкое изменение насыщенности порового пространства бутаном, что объяснялось образованием движущегося вала конденсата. Эти опыты ограничены смешивающимся вытеснением близких по вязкости жидкостей.

Для дальнейшего изучения процесса извлечения жидкого углеводорода из пористой среды при неограниченной смешиваемости углеводородов различных физических параметров были предприняты экспериментальные исследования. Непосредственной целью поставленных опытов было определение интенсивности извлечения из порового пространства жидкого декана, который моделировал выпавший конденсат, при нагнетании в него этана или пропана.

Опыты по извлечению декана этаном и пропаном проводились на термостатируемой трубе длиной 198 см, диаметром 51 мм, набитой смесью песка с размером зерен 0.1–0.25 мм и пыли маршаллита. Проницаемость модели пласта по опытам на азоте $k=34$ мдарси, а поровый объем $V=900$ см³. Модель пласта заливалась де-



Фиг. 1