

КОНВЕКЦИЯ ВЯЗКОГО НЕСЖИМАЕМОГО ГАЗА В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ОБЛАСТЯХ, ИМЕЮЩИХ ПОДВОДЯЩИЕ И ОТВОДЯЩИЕ КАНАЛЫ

Н. Н. АБРАМОВ, В. Н. ВАРАПАЕВ, В. М. ПЕРЕКАЛЬСКИЙ

(Москва)

Изучаются плоские задачи тепловой конвекции вязкого несжимаемого газа в прямоугольных областях, имеющих подводящие и отводящие газ каналы, при наличии перепада температур между нижним и верхним основанием (нижнее основание нагревается). В отличие от хорошо изученного случая естественной конвекции, когда на всех границах области заданы условия прилипания и движение в области возникает только за счет разности температур [1-4], теплоперенос в изучаемых течениях осложняется дополнительным влиянием механизма вынужденной конвекции газа, возникающей при движении газа через подводящие и отводящие каналы. Течения такого типа хорошо моделируют процессы, происходящие во многих теплообменных устройствах, вентилируемых и кондиционируемых производственных помещениях.

Рассматриваются две постановки задачи. В первом случае расход газа через подводящие и отводящие каналы считается заданным, и решение задачи определяется безразмерными критериями Прандтля, Грасгофа и Рейнольдса. Во втором случае этот расход не задается, а определяется в процессе решения задачи. Движение в области возникает за счет разности температур нижнего и верхнего оснований, вызывая в свою очередь появление расхода газа через подводящие и отводящие каналы. Как и для естественной конвекции, решение задачи в этом случае определяется лишь двумя критериями — Грасгофа и Прандтля.

Путем численного решения краевых задач для уравнений теплопереноса исследуется влияние характерных безразмерных критериев на гидродинамические и температурные поля и тепловые потоки через границы области. Проведено сравнение решений задач в обеих постановках для различных видов расположения отводящих каналов.

1. Рассмотрим плоское ламинарное неизотермическое течение вязкой несжимаемой жидкости в областях двух типов, отличающихся расположением отводящих и подводящих каналов.

На фиг. 1, 2 показаны вид областей, направление движения газа и обозначения участков границы области (на фиг. 1 изображена только половина области вследствие ее симметрии относительно вертикальной оси).

Будем рассматривать два режима движения и теплообмена в указанных областях: режим с принудительным течением газа через подводящие каналы, когда расход газа через них считается заданным, и режим с естественным поступлением газа, образующимся за счет возникновения естественной конвекции внутри области. Назовем эти режимы соответственно режимами *A* и *B*.

Пусть L и H — длина и высота области, h — размер подводящих и отводящих каналов, T_1 — максимальная температура на нижнем основании, T_0 — температура остальных стенок, ограничивающих область, T_g — температура газа в подводящих каналах.

На нижнем основании QN температура отлична от T_0 на интервале d длины $L/2$, изменяясь на нем по параболическому закону и достигая мак-

симального значения T_1 в середине интервала, которая совпадает с серединой основания каждой из областей.

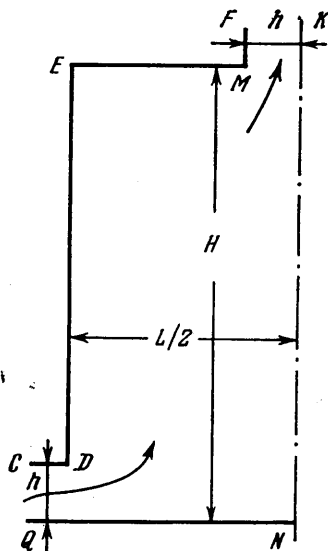
Введем безразмерные величины $a=h/H$, $b=L/H$, $t=(T-T_0)/(T_1-T_0)$.

Запишем в безразмерном виде уравнения движения и теплопереноса в приближении Буссинеска, приняв за характерные величины H , U и $\Delta T = T_1 - T_0$, где U — заданная средняя скорость в подводящем канале (в режиме A).

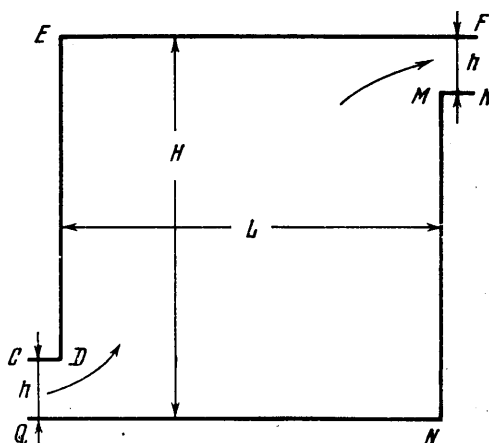
$$(1.1) \quad \partial\psi/\partial y \cdot \partial\omega/\partial x - \partial\psi/\partial x \cdot \partial\omega/\partial y = \Delta\omega/R + G/R^2 \partial t/\partial x$$

$$(1.2) \quad \Delta\psi = -\omega$$

$$(1.3) \quad \partial\psi/\partial y \cdot \partial t/\partial x - \partial\psi/\partial x \cdot \partial t/\partial y = 1/(PR) \Delta t$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Здесь $R=UH/\nu$, $G=g\beta H^3\Delta T/\nu^3$, $P=\nu/\kappa$ — безразмерные критерии Рейнольдса, Грасгофа и Прандтля, ν — коэффициент кинематической вязкости газа, β — коэффициент кубического расширения, g — ускорение свободного падения, κ — коэффициент температуропроводности, Δ — оператор Лапласа, ψ — функция тока, связанная с составляющими скорости u , v соотношениями $u=\partial\psi/\partial y$, $v=-\partial\psi/\partial x$, $\omega=\partial v/\partial x-\partial u/\partial y$ — напряженность вихря. Ось x направлена вдоль линии QN , ось y — вдоль DE .

Уравнения (1.1)–(1.3) описывают движение и теплообмен в случае режима A . В случае режима B величина U не является заданной характерной величиной и подлежит определению. Уравнения движения в этом случае могут быть формально получены из (1.1)–(1.3), если положить $R=1$

$$(1.4) \quad \partial\psi/\partial y \cdot \partial\omega/\partial x - \partial\psi/\partial x \cdot \partial\omega/\partial y = \Delta\omega + G \cdot \partial t/\partial x$$

$$(1.5) \quad \Delta\psi = -\omega$$

$$(1.6) \quad \partial\psi/\partial y \cdot \partial t/\partial x - \partial\psi/\partial x \cdot \partial t/\partial y = 1/P \cdot \Delta t$$

Система уравнений (1.4)–(1.6) совпадает с соответствующими уравнениями для естественной конвекции в замкнутых областях, но должна решаться при других граничных условиях, допускающих всасывание газа в область.

Граничные условия для приведенных систем уравнений будем использовать в следующем виде.

На QN : $\psi=0$, $\omega=\omega_1(x)$

$$(1.7) \quad t = \begin{cases} f(x) & x \in d \\ 0 & x \in \bar{d} \end{cases}$$

На CQ : $\psi=6/a^2 \cdot (ay^2/2 - y^3/3)$, $\omega=6/a^2 \cdot (a-2y)$, $t=t_0$ (для режима A)

(1.8)

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{\partial t}{\partial x} = 0 \quad (\text{для режима } B)$$

На $CDEFM$ (фиг. 1) и на $CDEF$ (фиг. 2):

$$(1.9) \quad \psi = \begin{cases} a & (\text{для режима } A) \\ \psi_g(G, P) & (\text{для режима } B) \end{cases}$$

$$\omega = \omega_2(x, y), \quad t = 0$$

На FK для обоих режимов течения:

$$(1.10) \quad \partial \psi / \partial y = \partial \omega / \partial y = \partial t / \partial y = 0 \quad (\text{фиг. 1})$$

$$\partial \psi / \partial x = \partial \omega / \partial x = \partial t / \partial x = 0 \quad (\text{фиг. 2})$$

На NMK (фиг. 2):

$$(1.11) \quad \psi = t = 0, \quad \omega = \omega_2(y)$$

Поясним запись некоторых из граничных условий. Граничные значения для вихря на твердых стенках в (1.7), (1.9) и (1.11) определяются в процессе решения задачи с помощью известных численных процедур Вудса или [5]. Граничное условие (1.8) в случае режима A получено в предположении, что в подводящем канале имеет место течение Пуазейля, в случае режима B задается «мягкое» граничное условие. В последнем случае величина расхода газа через каналы ψ_g является неизвестной и определяется в процессе счета с помощью специальной итерационной процедуры.

2. Уравнения (1.1)–(1.3) и (1.4)–(1.6) с соответствующими граничными условиями решались конечно-разностными методами. Использовались монотонные разностные схемы первого и второго порядка точности [6, 7], учитывающие при аппроксимации конвективных членов направление потока. Контроль правильности расчетов проводился путем проверки интегральных законов сохранения для всей рассматриваемой области. Так, при $R=10$ и $G/R^2=5$ тепловой баланс выполнялся с точностью 5%. При увеличении значений чисел R и G точность выполнения теплового баланса в области ухудшается до 10–15%, что объясняется недостаточной разрешающей способностью сетки.

На выходе из областей (граница FK) наряду с простейшими условиями (1.10) использовались и другие «мягкие» граничные условия, которые были рассмотрены в [8]. Основные расчеты были проведены для случаев $b=1$; $a=0.115$; $t_0=0$ (температура газа, подаваемого в область, совпадает с температурой холодных стенок), при этом использовались монотонная разностная схема второго порядка точности, граничные условия [5] для вихря на твердых стенках и условия (1.8) и (1.10) на выходе из области. В основных расчетах использовалась сетка 31×29 .

3. Численные исследования проводились в следующем диапазоне параметров: для режима $A - 10 \leq R \leq 2 \cdot 10^3$, $0 \leq G/R^2 \leq 10^2$, $0.01 \leq P \leq 10^2$; для режима $B - 0 \leq G \leq 7 \cdot 10^4$, $P=1$.

Прежде чем переходить к изложению результатов, отметим физический смысл рассматриваемых режимов течения. Режим B можно рассматривать как движение газа через область, вызываемое таким перепадом давления между входом и выходом области, которое полностью определяется перепадом температур на нижнем и верхнем основаниях («тепловой насос»). В свою очередь режим A при $G \neq 0$ реализуется под действием двух активных сил: указанного выше перепада давлений, определяемого разностью температур Δt , и дополнительного внешнего перепада давлений. При $G=0$ движение в области происходит под действием только внешнего приложенного перепада давлений.

Связь между этими режимами иллюстрируется на фиг. 3, на которой приведена зависимость расхода газа через область ψ_g (сплошная линия) и максимального значения функции тока ψ_{\max} (пунктирная линия) в области от изменения значений числа Грасгофа в случае режима B (обозначения 1, 2 соответствуют областям, изображенным на фиг. 1, 2). Для любой из этих кривых в случае отсутствия гидравлических сопротивлений в подводящих и отводящих каналах область, лежащая над кривой, соответствует режиму A , а точки на кривой — режиму B . При наличии гидравлических сопротивлений в каналах в зависимости от их величины режиму A могут соответствовать точки, лежащие как над кривой, так и под ней, а режиму B — только над кривой. Отметим, что расход газа через область 1 при режиме B больше, чем через область 2, что объясняется большими потерями внутри области 2.

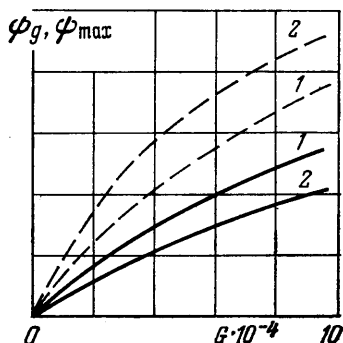
Основные физические величины, которые анализировались при варьировании безразмерных критериев, — расход газа, вовлекаемого в область (режим B), температура уносимого газа t_{\max} , количество тепла Nu_x , поступающее в область через нижнее нагреваемое основание, положение точек отрыва, интенсивность движения в вихревых застойных зонах, количество тепла Nu_v , уносимое газом через отводящий канал, и Nu_d — количество тепла, передаваемое через стенки.

На фиг. 4 приведены зависимости Nu_d (сплошная линия) и Nu_v (пунктирная линия) от числа Рейнольдса при различных фиксированных значениях числа Грасгофа (кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям числа Грасгофа 0, 10^4 , 10^6) и фиксированном значении числа Прандтля $P=1$. Физически такое изменение параметров дает описание течения и теплообмена при увеличении расхода газа на входе в область. Результаты, представленные на верхней и нижней половинах фиг. 4, относятся к областям, изображенным на фиг. 1 и 2 соответственно.

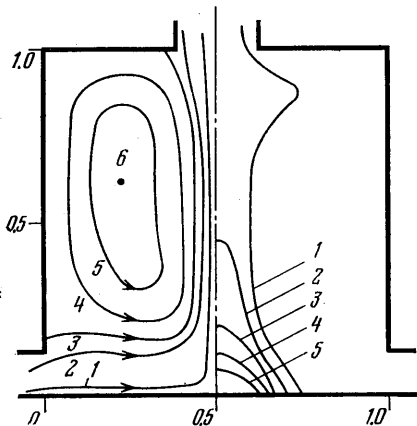
Анализ результатов показывает, что с ростом значения числа Рейнольдса наступает режим насыщения, при котором Nu_v и Nu_d , а следовательно, и Nu_x перестают изменяться с ростом расхода газа через область. При небольших числах Рейнольдса значения Nu_d превышают Nu_v , однако начиная с некоторых чисел Рейнольдса ($R=50-80$ для области 1 и $R=1200$ для области 2) становятся меньше. Это объясняется значительным уменьшением роли конвекции в выносе тепла из области с ростом расхода. Режим насыщения, наступающий при дальнейшем увеличении расхода, связан с тем, что поступление в область значительного количества холодного газа приводит к локализации зоны нагрева на нижнем основании. Отметим, что режим насыщения для области 1 наступает значительно раньше, чем для области 2.

Общую физическую картину исследуемых течений, полученную путем анализа результатов для линий тока и изотерм, можно описать следую-

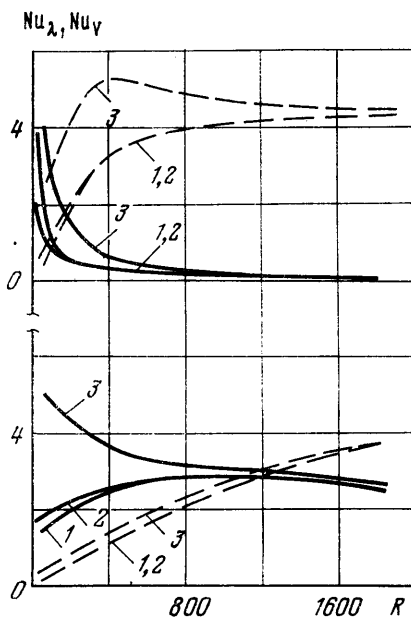
щим образом. Для определенности рассмотрим область 1. Холодный воздух, поступая через отверстие, нагревается у нижнего основания и под действием архимедовой силы движется вверх, увлекая окружающий воздух. Часть нагретого воздуха уходит через верхний канал, а другая часть попадает в застойную зону и, двигаясь вдоль холодных стенок, отдает им тепло и, смешиваясь с поступающим из канала холодным воздухом, снова



Фиг. 3



Фиг. 5



Фиг. 4

движется к нагретому нижнему основанию. Интенсивность движения в циркуляционной застойной зоне при фиксированном числе R увеличивается с ростом параметра G/R^2 и расход газа в ней определяется величиной $\psi_{\max} - \psi_g$. Так, для области 1 при $R=10^3$, $G=10^6$ и $P=1$ расход в этой зоне составляет 19% от общего расхода, подаваемого на входе в область, а для области 2 величина этого расхода составляет 34% общего расхода. Вообще интенсивность вихревого движения у границы $CDEF$ для области 2 значительно больше, чем около границы $CDEFMF$ области 1 для всех рассмотренных значений параметров.

При больших значениях параметра G/R^2 расход в вихревой застойной зоне становится больше, чем расход в подводящем канале, что объясняется значительным влиянием архимедовой силы на интенсивность вращения газа в этой зоне.

На фиг. 5 приведен характерный вид линий тока (слева от оси симметрии области) и изотерм (соответственно справа) в области 1 при фиксированных значениях параметров $R=10^2$, $G=10^6$, $P=1$. Линиям тока 1-6 на фиг. 5 соответствуют значения $\psi=5 \cdot 10^{-3}$, 10^{-1} , $115 \cdot 10^{-3}$,

$15 \cdot 10^{-2}$, $30 \cdot 10^{-2}$, $52 \cdot 10^{-2}$, аналогично изотермы 1–5 соответствуют значениям $t=10^{-1}$, $20 \cdot 10^{-2}$, $30 \cdot 10^{-2}$, $40 \cdot 10^{-2}$, $50 \cdot 10^{-2}$.

Следует отметить, что на нижнем нагреваемом основании QN также существует отрыв потока, положение которого определяется соотношением между параметрами R , G , P . Анализ результатов показывает, что в циркуляционной зоне за отрывом в зависимости от значений параметров задачи может существовать как одновихревая структура, так и более сложная многовихревая структура.

Авторы благодарят Г. И. Петрова за обсуждение результатов работы.

Поступила 28 VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Шайдуров Г. Ф. Гидродинамические исследования в Перми (библиографический обзор). В сб. Гидродинамика, вып. 3. Пермь, 1971.
2. Полежаев В. И. Конвективное взаимодействие в цилиндрическом сосуде, частично заполненном жидкостью, при подводе тепла к боковой и свободной поверхности и дну. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 4.
3. Берковский Б. М., Полевиков В. К. Влияние числа Прандтля на структуру и теплообмен при естественной конвекции. Инж.-физ. ж., 1973, т. 24, № 5.
4. Фромм Дж. Численное изучение конвекции в потоках, движущихся в закрытых помещениях. В сб. Числ. методы в механике жидкостей. М., «Мир», 1973.
5. Кускова Т. В., Чудов Л. А. Повышение точности приближенных граничных условий для вихря. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1967, № 8, вып. 2.
6. Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К., Сполдинг Д. Б., Вольфштейн М. Численные методы исследования течений вязкой жидкости. М., «Мир», 1972.
7. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
8. Варапаев В. Н. Численное исследование периодического струйного течения вязкой несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.