

## **ВЛИЯНИЕ КРУПНЫХ ВИХРЕЙ НА СТРУКТУРУ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ СО СДВИГОМ**

**Г. Н. АБРАМОВИЧ**

(Москва)

В работе на основе анализа многочисленных экспериментальных данных отмечено влияние крупных вихрей на структуру и характерные параметры течений и предложена приближенная теория воздействия крупных вихрей на пульсации давления, профили пульсационных скоростей, энергию турбулентности и корреляции скоростей (напряжения турбулентного трения). Выявлено дистанционное действие крупных вихрей (дальнодействие), выражающееся в том, что они индуцируют пульсации давления и скорости на больших расстояниях от них, в частности в областях, где поперечные градиенты скорости отсутствуют (края струи, ось симметрии, ядро начального участка струи и т. п.). Разработанная теория, примененная к расчету турбулентных характеристик слоя смещения, плоской струи, факела горения и пограничного слоя на плоской поверхности, удовлетворительно подтверждается экспериментальными данными ряда авторов.

1. Из экспериментальных исследований турбулентных течений можно сделать вывод, что порожденные в каком-либо месте потока турбулентные пульсации не только сносятся по потоку (конвективный перенос), но и передаются по направлению нормали к линиям тока, причем не только непосредственно в соседние слои жидкости (диффузия), но также на значительное расстояние. Назовем последнее явление «дальнодействием» турбулентности.

Наиболее ярко эффект дальнодействия проявляется в следующих известных фактах: а) в значительных пульсациях в ядре постоянной скорости (в начальном участке струи); б) в шуме, который вызывает турбулентная струя; в) в пульсациях давления и скорости в ламинарном подслое и на стенке при наличии турбулентного пограничного слоя.

Заметим, что вопросу затухания турбулентности в направлении течения и особенно ее диффузионному переносу посвящено много работ, тогда как дальнодействие турбулентности в поперечном направлении почти не изучено. Это дальнодействие может осуществляться только передачей на расстояние пульсаций давления, причем оно не учитывается в современных теориях турбулентных течений.

Представляется естественным предположить, что волны давления, возникающие в зоне смещения, передаются соседним слоям жидкости аналогично тому, как это происходит при обтекании колеблющейся стенки. Подобные представления были развиты в работах А. А. Таунсенда [1] и ряда других ученых [2] в 1948–1956 гг.

В [3] дан обзор более 50 работ последнего времени, в которых зафиксировано существование крупных вихрей в течениях со сдвигом и демонстрируется, что линейный масштаб вихрей в направлении течения увеличивается за счет их попарного слияния.

Опыты [4], в которых проводилось термоанемометрическое измерение пульсаций скорости в ядре постоянной скорости струи и зоне смещения одновременно с фотографированием крупных вихрей, обнаружили, что турбулентные пульсации малой амплитуды в слое смещения не коррелированы с мелкими пульсациями в ядре струи, а возникающие в слое смещения в момент прохождения крупного вихря пульсации большой амплитуды совпадают по времени с большими пульсациями в том же сечении ядра.

Опыты [5] показали, что продолжительность всплесков скорости, которые происходят при прохождении вихря около датчика, значительно меньше периода времени, отделяющего появление соседних вихрей в данном сечении. Поэтому можно интенсивность пульсаций оценивать по воздействию на поток единичного вихря, а взаимодействия последовательно расположенных вихрей учитывать величиной эмпирического коэффициента.

2. Для определения пульсаций давления и скорости под действием крупных вихрей построим следующую физическую модель плоского турбулентного потока.

Заменим вихри вращающимися цилиндрами, оси которых расположим перпендикулярно к направлению потока, и будем считать, что радиус каждого цилиндра  $r_0$  пропорционален интегральному масштабу турбулентности, т. е. увеличивается линейно с толщиной слоя смешения

$$(2.1) \quad r_0 = k_1 \delta$$

Вихри (цилиндры) вызывают значительные пульсации давления и скорости только в том случае, если их поступательная скорость не равна местной скорости потока, а угловая скорость отличается от местной завихренности потока. Соответствующие условия создаются турбулентностью потока. Относительную скорость обтекания цилиндра  $U$  положим равной местной пульсации продольной скорости  $|u_0'|$ , а относительную угловую скорость цилиндра  $\omega$  — равной местной пульсации завихренности  $|\omega_0'|$  в зоне порождения вихрей (которая располагается в области высоких поперечных градиентов скорости)

$$(2.2) \quad U = |u_0'| = L_{v0} \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_0$$

$$(2.3) \quad \omega = |\omega_0'| = 0.5 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|_0' = 0.5 L_{v0} \left| \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right|_0 = 0.5 U \frac{|\partial^2 \bar{u} / \partial y^2|_0}{|\partial \bar{u} / \partial y|_0}$$

Здесь  $\bar{u}$  — осредненная скорость потока,  $L_{v0}$  — интегральный масштаб турбулентности, который может быть значительно больше прандтлевского пути смешения  $l$ .

Циркуляция вихря

$$(2.4) \quad |\Gamma| = 2\omega \pi r_0^2 = \pi r_0^2 U \delta^{-1} A_0, \quad A_0 = |\partial^2 \bar{u} / \partial y^2|_0 \cdot |\partial \bar{u} / \partial y|_0^{-1}, \quad y = \bar{y} \delta$$

Здесь  $\delta$  — толщина сдвигового слоя.

Обтекание одиночного вращающегося цилиндра идеальной несжимаемой жидкостью в прямоугольной системе координат, начало которой совпадает с осью цилиндра, при относительной скорости  $U$  можно считать потенциальным; оно определяется потенциалом скорости

$$(2.5) \quad \varphi = U \left( x + \frac{x r_0^2}{x^2 + y^2} \right) \mp \frac{|\Gamma|}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{y}{x} \right)$$

Здесь направление обтекания совпадает с осью  $x$ , ось  $y$  направлена поперек потока. Оба знака перед вторым слагаемым равновероятны ввиду знакопеременности пульсаций скорости и вихря.

Продольная и поперечная относительные скорости обтекания (при  $x^2 + y^2 \geq r_0^2$ ) равны соответственно  $u = \partial \varphi / \partial x$ ,  $v = \partial \varphi / \partial y$ .

Поле средних по времени давлений определяется из уравнения Бернулли

$$(2.6) \quad \frac{2p'}{\rho U^2} = \frac{2(\bar{p}_1 - p)}{\rho U^2} = 1 - \frac{u^2 + v^2}{U^2}$$

Наибольшее отклонение  $p'$  от давления невозмущенного потока  $\bar{p}_1$  достигается на оси  $x=0$ , где  $v=0$ , а максимум этой величины  $p_i'$  получается

в точках  $x_i=0$ ,  $y_i=\pm r_0$  на поверхности цилиндра (знак зависит от направления скорости  $U$ , которое изменяется при пульсациях).

Воздействие одиночного цилиндра на поток отвечает случаю плоского слоя смещения. В плоской струе, плоском следе или пограничном слое нужно ввести в рассмотрение пару вращающихся цилиндров, симметричных относительно осевой плоскости (в случае пограничного слоя роль плоскости симметрии играет стенка). Для этой цели можно воспользоваться работой [6], в которой получена приближенная формула для потенциала скорости при поперечном обтекании двух цилиндров. С учетом завихренности в принятой системе координат

$$(2.7) \quad \varphi = \left\{ Ux \left[ \frac{r_0^2}{x^2 + (Y+Y_0)^2} + \frac{r_0^2}{x^2 + (Y-Y_0)^2} \right] \pm \frac{|\Gamma|}{2\pi} \left( \operatorname{arctg} \frac{Y+Y_0}{x} - \operatorname{arctg} \frac{Y-Y_0}{x} \right) \right\} \times \\ \times \left[ 1 - 0.25 \left( \frac{r_0^2}{Y_0^2} \pm \frac{|\Gamma|}{\pi U Y_0} \right) \right]^{-1}$$

где  $Y$  — текущее расстояние от оси симметрии,  $2Y_0$  — расстояние между осями вихрей,  $x$  — расстояние от плоскости, проходящей через оси вихрей.

3. Допустим, что поле давления (2.6), стационарное относительно вихря, сохраняется и в истинном течении со сдвигом, но перемещается с центром вихря, скорость которого равна местной скорости потока  $\bar{u}_0$ . Получающаяся таким образом волна давления порождает сложную картину пульсаций давления и скорости.

В каждой струйке рассматриваемого течения, образованного наложением бегущего потенциального поля крупных вихрей на стационарное течение со сдвигом, относительно которой вихри движутся со скоростью  $\bar{u}_0 - \bar{u}$ , справедлив интеграл Коши — Лагранжа

$$(3.1) \quad \frac{p}{\rho} + \frac{W^2}{2} + \frac{\partial \varphi'}{\partial t} = \frac{\bar{p}}{\rho} + \frac{\bar{W}^2}{2} \equiv \Phi(x, y, z), \quad p = \bar{p} + p'$$

$$\bar{W} = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}, \quad W = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \quad u = \bar{u} + u' \\ v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w'$$

Здесь  $p$  — мгновенное значение давления;  $\bar{W}$  — модуль осредненной скорости;  $W$  — модуль полной скорости;  $u, v, w$  — составляющие полной скорости;  $u', v', w'$  — пульсации скорости;  $\varphi'$  — потенциал пульсирующей скорости.

Уравнение в форме (3.1) получается при интегрировании вдоль линии тока осредненного течения системы дифференциальных уравнений Эйлера. Оно описывает локальную связь между параметрами осредненной и пульсирующей составных частей течения в данной точке пространства. Функция  $\Phi$  изменяется как вдоль линий тока, так и при переходе от одной линии тока к другой. Она определяется параметрами осредненного течения, ибо при удалении вихря на бесконечное расстояние от данного сечения пульсационное движение в последнем затухает

$$p_{\infty}' = u_{\infty}' = v_{\infty}' = w_{\infty}' = (\partial \varphi' / \partial t)_{\infty} = 0$$

Пусть ось  $x$  направлена по линии тока осредненного течения, тогда  $\bar{v} = \bar{w} = 0$ ,  $W^2 = \bar{u}^2 + 2\bar{u}u' + u'^2 + v'^2 + w'^2$ .

Из (3.1) при этом условии получаем инвариант для наложенного пульсирующего потока

$$(3.2) \quad \frac{p'}{\rho} = \bar{u}u' + \frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{2} + \frac{\partial \varphi'}{\partial t} = 0$$

откуда при  $\bar{u} \gg u'$

$$\varphi' = -\frac{1}{\rho} \int p' dt - \bar{u} \int u' dt + \text{const}$$

Характерное время для пульсации на данной линии тока определяется относительным движением вихря  $dt = (\bar{u}_0 - \bar{u})^{-1} dx$ , отсюда

$$u' = \partial \varphi' / \partial t = (\bar{u}_0 - \bar{u})^{-1} (p' / \rho + \bar{u} u')$$

Подставляя этот результат в (3.2), получаем при  $\bar{u} \gg u'$

$$(3.3) \quad \partial \varphi' / \partial t = u' (\bar{u}_0 - \bar{u}), \quad p' / \rho = -\bar{u}_0 u'$$

Линейная зависимость (3.3) не противоречит известному уравнению турбулентности для лапласиана пульсаций давления [1], которое при условии  $u' \ll \bar{u}$  также приводит к линейной связи между пульсациями давления и скорости. Эксперименты [7] дают тот же результат.

Выражая пульсации скорости и давления соответственно в долях от наибольших значений этих величин, имеем

$$(3.4) \quad |u_f'| / |u_0'| = \rho_0 |p_f'| / \rho |p_0'|$$

Здесь и далее под  $|u_0'|$  и  $|u_f'|$  понимаются средние по времени величины пульсаций, так как предполагается, что отношение максимальных пульсаций равно отношению средних по времени. Кроме того, используется предположение о возможности распространения зависимости (3.3) на поток с переменной плотностью. Индекс  $f$  указывает на то, что эта формула учитывает только пульсации скорости, вызванные дальнедействием пульсаций давления.

Введенная в (3.4) поправка на плотность отвечает предположению о независимости картины линий тока от распределения плотности. Как видим, расчет дальнедействия пульсаций возможен лишь при заданном распределении осредненных величин скорости и плотности, о которых в настоящее время имеется достаточно сведений для всевозможных турбулентных течений.

4. Вблизи зоны порождения вихрей определяющую роль играет диффузионный механизм переноса, которому отвечает известная формула Прандтля

$$(4.1) \quad |u_d'| = l \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad \text{или} \quad \frac{|u_d'|}{|u_0'|} = \frac{l}{l_0} \frac{|\partial \bar{u} / \partial y|}{|\partial \bar{u} / \partial y|_0}$$

Полную величину пульсации скорости с учетом дальнедействия и диффузии найдем из выражения

$$(4.2) \quad \overline{u'^2} = \sqrt{(\overline{u_d'^2} + \overline{u_f'^2})^2} = \sqrt{\overline{u'^2} + \overline{u_f'^2} + 2k |u_d'| |u_f'|}$$

Для коэффициента корреляции можно предложить приближенную зависимость

$$(4.3) \quad k = \frac{\overline{u_d' u_f'}}{\sqrt{\overline{u_d'^2} \overline{u_f'^2}}} = -\frac{1}{2} \frac{|u_f'|}{|u_0'|}$$

которая удовлетворяет следующим основным условиям: 1) в зоне порождения вихрей  $|u'| = |u_0'| = |u_d'|_0 = l_0 |\partial \bar{u} / \partial y|_0$ , 2) на границах зоны смешения и за ее пределами

$$\partial \bar{u} / \partial y = |u_d'| = 0, \text{ т. е. } |u'| = |u_f'|$$

В безразмерном виде, согласно (4.2) и (4.3), полная величина продольной пульсации скорости равна

$$(4.4) \quad \frac{|u'|}{|u_0'|} = \sqrt{\frac{u_d'^2}{u_0'^2} + \frac{u_f'^2}{u_0'^2} \left(1 - \frac{|u_d'|}{|u_0'|}\right)}$$

Заметим, что это выражение справедливо для любого двумерного турбулентного течения.

5. Для определения поперечной пульсационной скорости можно использовать приближенную теорию [8], согласно которой напряжение трения

$$(5.1) \quad \tau / \rho = \overline{u'^2} - \overline{v'^2}$$

причем с учетом молекулярной вязкости, влияние которой существенно лишь в пристенной части пограничного слоя

$$\tau / \rho = \overline{u'v'} + \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

Здесь можно положить для турбулентной части потока

$$\overline{u'v'} = 0.15 (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) B, \quad B = (\partial \bar{u} / \partial y) \times (\partial \bar{u} / \partial y)_0^{-1}$$

В ламинарном подслое толщиной  $\delta_i$ , как показывают опытные данные [9], справедлива линейная зависимость турбулентного трения от расстояния до стенки

$$\overline{u'v'} = (\overline{u'v'})_i Y / \delta_i$$

Из этих же опытов следует, что в ламинарном подслое поперечная пульсационная скорость изменяется с квадратом расстояния

$$|v'| / |v_0'| = (Y / \delta)^2$$

а трансверсальная и продольная пульсационная скорости примерно одинаковы:  $|w'| \approx |u'|$ . В турбулентной части потока можно положить  $|w'| \approx |v'|$ .

6. Исследуя колебания крупных вихрей и их воздействие на структуру турбулентности, можно определить распределение перемежаемости в турбулентном потоке.

Вихрь должен совершать продольные и поперечные колебания, так как на него действуют боковые силы Н. Е. Жуковского, порождаемые пульсациями скорости и завихренности.

В направлении оси  $y$  к единице длины вихря приложена сила<sup>1</sup>

$$(6.1) \quad P_v = \rho |u_0'| |\Gamma| = \rho |u_0'| \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|' \pi r_0^2$$

<sup>1</sup> В применении к сдвиговому течению формула (6.1) используется, конечно, как приближенная.

которая, согласно теореме импульсов, сообщает массе вихря  $m = \rho \pi r_0^2$  поперечную пульсационную скорость

$$(6.2) \quad |v_0'| = m^{-1} P_v \Delta t_v, \quad \Delta t_v = 2L_{v0} / |v_0'|$$

Здесь  $\Delta t_v$  — полупериод колебания вихря с амплитудой  $L_{v0}$  и средней пульсационной скоростью  $|v_0'|/2$ .

В свою очередь поперечное перемещение вихря вызывает силу Н. Е. Жуковского, направленную по потоку

$$(6.3) \quad P_x = \rho |v_0'| |\Gamma|, \quad P_x \Delta t_u = m |u_0'|$$

Из формул (2.4), (5.1), (6.1)–(6.3) получаем, например, для струйных течений

$$(6.4) \quad L_{u0} = 1.92 L_{v0} = 0.62 \delta / A_0$$

По найденным значениям пульсационных и осредненных скоростей, амплитуд колебаний и размеров вихрей можно определить характерные для крупных вихрей величины чисел Струхала. При этом предполагается, что укрупнение вихрей происходит за счет их попарного слияния, которое осуществляется в процессе несинхронных продольных колебаний и встреч. Для этого расстояния между соседними вихрями ( $\Delta X$ ) должно составлять не более двух амплитуд колебаний. Можно принять  $\Delta X = 2L_{u0}$  и допустить, что при слиянии двух вихрей их поперечное сечение удваивается, а радиус увеличивается в отношении  $r_2 = r_1 \sqrt{2}$ .

Если считать период колебания крупных вихрей единым характерным временем для пульсаций в данном сечении турбулентного потока, то характерный путь, проходимый частицами в данной точке турбулентного потока за это время

$$(6.5) \quad L_u = |u'| \Delta t_u / 2$$

Отношение двойной величины этого пути к расстоянию между соседними вихрями равно местному значению коэффициента перемежаемости, и с учетом (6.2) и (6.3)

$$\gamma = \frac{2L_u}{2L_{u0}} = \frac{|u'|}{|u_0'|}$$

7. Предлагаемая модель позволяет определить значения турбулентных чисел Прандтля и Шмидта. Для этого можно использовать идею Прандтля, согласно которой при вращении частицы жидкости осуществляется перенос примеси (или тепла) даже в том случае, когда ее центр тяжести не смещается, т. е. нет переноса импульса.

Принимаем, что частица имеет форму цилиндра, сечение которого разобьем на два полукруга диаметром  $D = 2r_0$  с разными концентрациями (или температурами). Совершив половину одного оборота, частица перебрасывает примесь (или тепло) на расстояние, равное разности расстояний между центрами тяжести двух половинок сечения:  $L_v = 4D/3\pi$ , причём время полуоборота  $\Delta t_v = 2\pi/\omega$ , где  $\omega = \bar{\omega} + |\omega'|$ .

За это время центр тяжести всей частицы сместится на расстояние

$$L_v = |v'| \Delta t_v / 2 = \pi |v'| / \omega = 2\pi |v'| \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + L_v \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right)^{-1}$$

Отношение характерных путей для переноса импульса  $L_v$  и скалярной субстанции  $L_x = L_v + L_s$ , очевидно, равно числу Прандтля (или

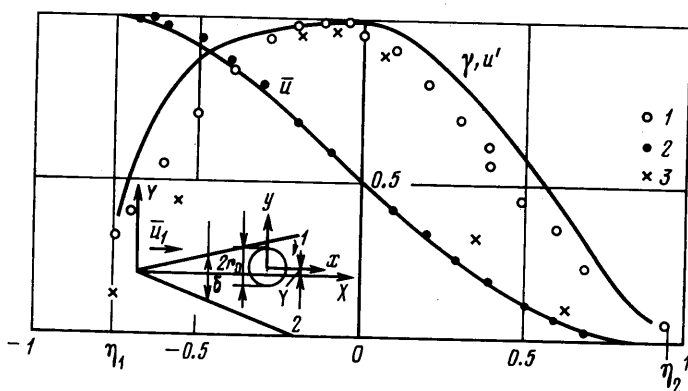
Шмидта)

$$(7.1) \quad L_v/L_x = Pr_t = Sc_t$$

Расчеты показывают, что значения турбулентного числа Прандтля, определяемые из (7.1), близки к экспериментальным ( $Pr_t \approx 0.5-0.7$ ).

8. При расчете пульсаций скорости, вызванных крупными вихрями, используем следующие соображения:

1) считаем среднее по времени значение модуля продольной пульсационной скорости в точке с ординатой  $y$  пропорциональным максимальному, которое получается по формулам (2.5) и (2.7) при  $x=0$ ;



Фиг. 1

2) для  $y < 0$  и  $y > 0$  в формулах (2.5) и (2.7) выбираем разные знаки, дающие наибольшие значения  $|u'_i|$ ;

3) во внутренней области вихря  $|y| < r_0$  распределение давления  $p'$  интерполируем по линейному закону между его значениями для  $y = r_0$  и  $-r_0$ . Величина эмпирического коэффициента  $k_i$ , определяющего относительный радиус вихря, учитывает как переход от максимальной величины  $|u'_i|$  к средней, так и влияние соседних вихрей;

4) для профиля осредненной скорости в слое смешения в хорошем согласии с опытными данными (см. фиг. 1) применяем формулу Толлина (3.3)

$$(8.1) \quad \frac{\bar{u}}{\bar{u}_1} = F'(\Phi) = 0.0176e^{-\Phi} + 0.6623e^{\Phi/2} \cos\left(\Phi \sqrt{\frac{3}{2}}\right) + 0.228e^{\Phi/2} \sin\left(\Phi \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$$

Здесь  $\Phi = y/ax$ ,  $a \approx 0.1$  — эмпирическая постоянная, начало координат совпадает с началом слоя смешения,  $\bar{u}$  параллельна оси  $x$ .

Для профиля осредненной скорости в плоской струе (и следе) принимаем хорошо согласующуюся с опытными данными [7] зависимость

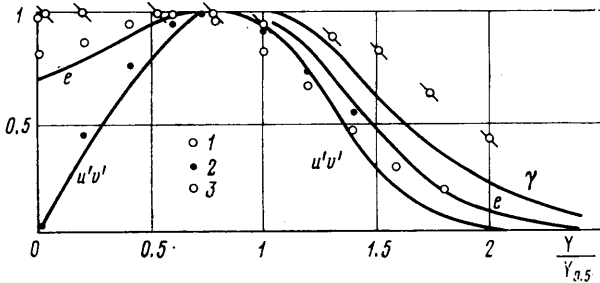
$$(8.2) \quad \bar{u} = \bar{u}_1 \exp(-4.1\xi^2) = \bar{u}_1 f(\xi)$$

где  $\bar{u}_1$  — скорость на оси,  $\xi = Y/\delta$ .

В случае пограничного слоя можно для его турбулентной части принять логарифмический или степенной профиль осредненной скорости, а для ламинарного подслоя — линейный профиль скорости и нужно учесть изменение пути смешения по толщине слоя.

9. Сравнение с опытными данными, которые можно взять из обзора [11], показывает, что расчет профиля пульсаций продольной скорости по приведенной приближенной теории дает удовлетворительные результаты как для слоя смешения, так и для плоской струи и следа.

На фиг. 1 показана схема слоя смешения и профили безразмерных значений скорости, пульсаций скорости и коэффициента перемежаемости; сплошными линиями изображены теоретические профили, экспери-



Фиг. 2

ментальные точки 1, 2, 3, соответствующие  $\bar{u}$ ,  $u'$  и  $\gamma$ , взятые из обзора [11] и работы [12]. Видно, что эксперимент удовлетворительно (за исключением величины  $\gamma$ ) согласуется с теорией (при  $k_t=0.22$ ,  $A_0=0.85$ ,  $\bar{u}_0=0.7\bar{u}_1$ ,  $\eta=(Y-Y_{0.5})/(Y_{0.1}-Y_{0.2})$ ).

Для экспериментальной проверки расчетного распределения пульсаций скорости и других параметров турбулентности в плоской струе использованы опыты [13], которые также приведены в обзоре [11], и данные работы [14]. Принималось, что центры вихрей расположены в максимуме пульсаций скорости ( $\xi_0=0.3$ ), чему отвечает при профиле скорости (8.2) величина  $A_0=0.875$ ; экспериментальная постоянная  $k_t=0.22$ . Сравнение теории с экспериментом для распределения безразмерных значений энергии турбулентности, корреляции пульсации скорости и коэффициента перемежаемости приведено на фиг. 2. Результаты расчета (сплошные линии) пульсаций скорости в пограничном слое плоского канала на стабилизированном участке течения сопоставлены на фиг. 3 с экспериментальными данными [9] (точки 1, 2). Место порождения вихрей помещено в максимуме пульсаций скорости (при  $Re=\bar{u}_1\delta/\nu=4100$ :  $Y_0=0.088\delta$ , где  $\delta$  — полуширина канала,  $\bar{u}_1$  — скорость на оси). Профиль скорости в турбулентной части пограничного слоя принят степенным:  $u=\bar{u}_1(Y/\delta)^{1/7}$ , а в ламинарном подслое — линейным (при толщине подслоя  $\delta_l=0.04\delta$ ). Путь смешения определялся по полуэмпирической формуле [15]

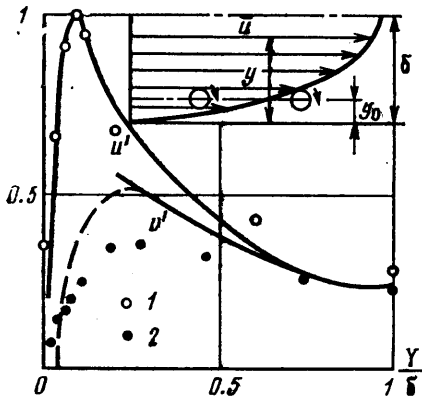
$$\frac{l}{\delta} = 0.1 \frac{Y}{\delta} - 0.5 \frac{Y^2}{\delta^2} + 0.2 \frac{Y^4}{\delta^4}$$

Ввиду того что путь смешения в пограничном слое на ординате оси вихря ( $l_0=0.035\delta$ ) значительно меньше, чем в струях, экспериментальная постоянная принята также меньше ( $k_t=0.03$ ). Расчетное значение относительной завихренности  $A_0=9.75$ . Как видно из фиг. 3, получилось удовлетворительное согласование теории с опытом и, кроме того, выявлены пульсации скорости и давления внутри ламинарного подслоя и на стенке.

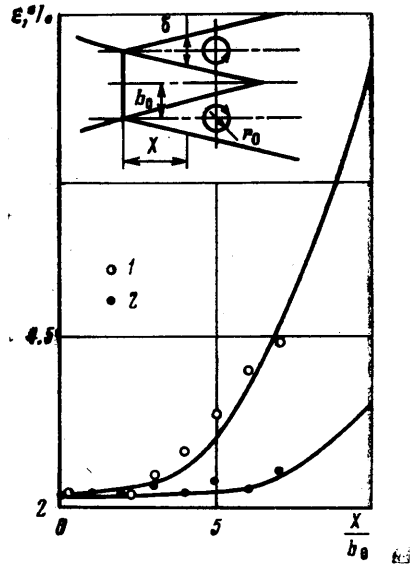
Главной особенностью предлагаемой теории дальнего действия турбулентности является то, что она позволяет определить пульсации давле-



ния и скорости на границах зоны смешения и за ее пределами. Приведем, например, результаты расчета пульсации скорости на оси начального участка плоской струи, вытекающей со скоростью  $\bar{u}_1$  из сопла шириной  $2b_0$ . Вихри в зонах смешения расположим на линиях  $Y_0 = b_0$  ( $\bar{u}_0 = 0.7\bar{u}_1$ ), где наблюдается максимум пульсаций скорости. Принимаем  $|\bar{u}_0'| = 0.15\bar{u}_1$ ,  $k_1 = 0.22$  и находим  $A_0 = 0.85$ . Толщина зоны смешения в соответствии с известными опытными данными [10]  $\delta = 0.27x$ ,  $x$  — расстояние от сопла. Определяем из (2.6) пульсации давления на оси на-



Фиг. 3



Фиг. 4

чального участка плоской струи, а затем из (3.4) находим пульсации скорости и степень турбулентности:  $\epsilon_i = |u_i'|/\bar{u}_i$ .

В [16] измерена степень турбулентности в ядре начального участка осесимметричной струи горячего газа (смесь пропана с продуктами сгорания) при диффузионном горении в воздухе и без горения (последнее происходит только в слое смешения).

На фиг. 4 приведены теоретические (сплошные кривые) и экспериментальные (точки) данные об изменении степени турбулентности  $\epsilon = |u'|/\bar{u}_i$  вдоль оси постоянной скорости в струе (точки 1) и факеле (точки 2). Экспериментальные данные для осесимметричной струи взяты из [16]. При расчете факела на основании опытных данных внесена поправка на плотность ( $\rho_0 = 0.41\rho_1$ ). Ввиду того что в опытах имела начальная турбулентность  $\epsilon_1 = |u_1'|/\bar{u}_1 = 0.02$ , полная величина степени турбулентности при расчете определялась по формуле  $\epsilon = \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_f^2}$ .

Рассмотрим распределение турбулентных пульсаций скорости в основном участке диффузионного факела горения, образованном струей природного газа, распространяющейся в воздухе. Для этого используем результаты измерений [7], а также [17], выполненные на расстоянии  $x = 60b_0$  от начала факела.

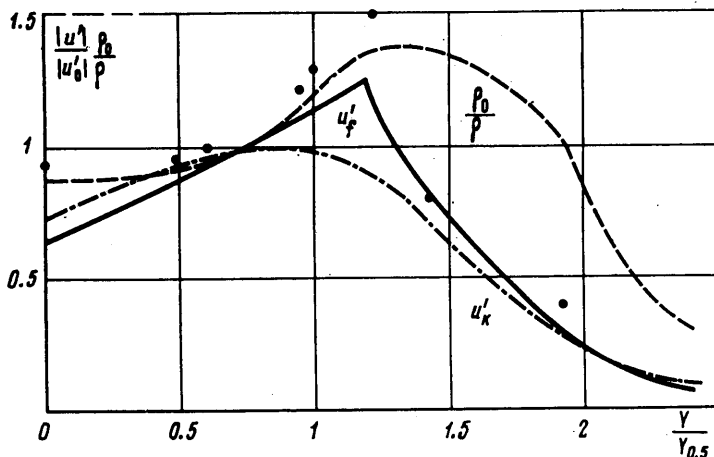
Если допустить, что вихри располагаются в факеле в том же месте, что и в холодной струе, т. е. принять  $Y_0 = 0.3\delta$ , где  $\delta$  — полутолщина струи в данном сечении, и учесть, что толщина струи при горении в рассматриваемом сечении ( $x = 60b_0$ ) составляет  $\delta = 10.2b_0$ , то по формуле (4.4) получится расчетное распределение пульсаций скорости в данном сече-

нии факела, которое на фиг. 5 (сплошная кривая) сопоставлено с экспериментальными данными [7] (точки), причем распределение плотности, взятое из [16], приведено также на фиг. 5 (пунктир).

Для сравнения здесь же нанесены профили пульсаций скорости в холодной струе (штрихпунктир). Как видно, теория качественно улавливает повышение турбулентности в зоне горения.

Подчеркнем, что расчет выполнен для плоского факела горения, а опыты проведены в осесимметричной струе. Из (7.1) следует, что турбулентное число Прандтля на фронте пламени уменьшается.

10. Предложенная теория дальнего действия пульсаций давления, несмотря на ее грубо приближенный характер, дает распределение пара-



Фиг. 5

метров турбулентности в поперечном сечении струи и пограничного слоя, описывает возрастание турбулентности вдоль оси ядра постоянной скорости струи и на фронте пламени (в факеле горения) и объясняет существование пульсаций скорости внутри ламинарного подслоя и на стенке, т. е. открывает дополнительные возможности в изучении турбулентности. По-видимому, необходимо дальнейшее уточнение теории и ее распространение на осесимметричное течение, когда дискретный вихрь имеет форму тора. Желательна также постановка специальных экспериментов.

Автор благодарит А. Б. Ватажина, А. С. Гиневского, Т. А. Гиршович и А. Н. Секундова за полезные советы.

Поступила 28 VII 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Townsend A. A. The structure of turbulent shear flow. Cambridge, Univ. Press, 1956.
2. Stewart R. W. Irrotational motion associated with free turbulent flows. J. Fluid Mech., 1956, vol. 1, No. 6.
3. Roshko A. Structure of turbulent shear flows: a new look. AIAA Journal, 1976, vol. 14, No. 10.
4. Bruun H. H. A time-domain analysis of large-scale flow structure in a circular jet. J. Fluid Mech., 1977, vol. 83, pt 4.
5. Schmidt D. W., Wagner W. J. Measurement of the temperature fluctuations in turbulent wakes. Flugwissenschaft, 1974, Bd 22, H. 1.
6. Блох Э. Л., Гиневский А. С. О движении системы тел в идеальной жидкости. Тр. ЦАГИ, 1974, вып. 1567.
7. Günther R., Roth W. Velocity measurements in diffusion flames by means of laser Doppler anemometry. Karlsruhe, Engler-Bunte-Inst. Univ., 1975.

8. *Расщупкин В. И., Секундов А. Н.* О применимости приближения пограничного слоя для расчета плоского турбулентного слоя смешения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 5.
9. *Eckelmann H.* Experimentelle Untersuchungen in einer turbulenten Kanalströmung mit starken viskosen Wandschichten. Mitt. Max-Planck-Inst. Strömungsforsch. und Aerodyn. Versuchsanst., Göttingen, 1970, Nr 48.
10. *Абрамович Г. Н.* Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
11. *Rodi W.* A review of experimental data of uniform density free turbulent boundary layers. In: Studies in Convection, vol. 1. London, Acad. Press, 1975.
12. *Кузнецов В. Р., Расщупкин В. И.* Распределение вероятности и условное среднее в турбулентных потоках. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
13. *Heskestad G.* Hot-wire measurements in a plane turbulent jet. Trans. ACME, Ser. E. J. Appl. Mech., 1965, vol. 32, No. 4.
14. *Gutmark E., Wygnanski I.* The planar turbulent jet. J. Fluid Mech., 1976, vol. 73, pt 3.
15. *Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В.* Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. «Судостроение», 1973.
16. *Ершин Ш. Г.* Экспериментальное исследование аэродинамики турбулентного факела при горении однородной смеси газов. В сб. «Прикладная теплофизика». Алма-Ата, Изд-во АН КазССР, 1964.
17. *Ebrahimi I., Gunther R., Kleine R.* Turbulente Mischungsvorgänge in Freistrahldiffusionsflammen. Brennst.-Wärme-Kraft, 1976, Bd 28, Nr 11.
18. *Власов Е. В., Гиневский А. С., Каравосов Р. К.* Исследование волновой структуры течения в начальном участке струи при различных уровнях начальной турбулентности. Уч. зап. ЦАГИ, 1978, т. 9, № 1.