

Таким образом, игнорирование процессов переноса излучения и относительно грубый учет изменения свойств воздуха при высоких температурах за счет выбора эффективного показателя адиабаты в [1] не привели к искажению картины развития пробоя в целом.

Пригодность газодинамической модели подтверждается полученными позднее результатами [5], где, в частности, показано, что даже на ранней стадии разлета пробоя движение фронта ударной волны совпадает с известным автомодельным законом. Л. И. Седова $R_*(t) = [\alpha E_0 t^2 / R_0]^{1/2}$, а оценка первоначально вложенной энергии по этой формуле дает удовлетворительную точность в условиях разлета с сильным излучением.

Автор благодарит В. П. Коробейникова за предоставленные оригиналы фотографий [2].

Поступила 12 V 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский Н. А. К расчету течения, возникающего при искровом пробое в воздухе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 3.
2. Panarella E. Laser induced explosions. National Research Council. Ottawa, Canada. Rept., 1971.
3. Егущенко Т. П., Малышев Г. М., Островская Г. В., Семенов В. В., Челидзе Т. Я. Исследование искры в воздухе с помощью двух синхронизированных лазеров. Ж. техн. физ. 1966, т. 36, 1115.
4. Шурилов Л. В. Об одном классе двумерных нестационарных течений с ударными волнами. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 2.
5. Гольдин В. Я., Четверушкин Б. Н. Исследование охлаждения и разлета сферической мишени, разогретой излучением лазера. М., 1974. (Препринт ИПМ АН СССР, № 95.)

УДК 536.2.02.536.46

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ В СРЕДЕ С НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ

А. С. ЛЕЙБЕНЗОН

(Москва)

В работе рассматривается задача о распространении тепловой волны, поддерживаемой экзотермической реакцией, в совершенном газе. Предполагается, что в результате нагрева вещества тепловой волной в среде начинается экзотермическая реакция. Так как тепловая волна может двигаться по холодному веществу с большой сверхзвуковой скоростью [1], то на начальной стадии процесса можно пренебречь движением вещества и изучать процесс распространения тепла по покоящейся среде. Аналогичные вопросы рассматривались также в работах [2]. Подробно вопрос о тепловых и гидродинамических процессах в одномерном плоском случае для несжатого вещества был рассмотрен в работе [4]. Эффекты взаимодействия нелинейной теплопроводности с источниками тепла рассматривались в работах [5, 6].

Распространение тепловой волны по покоящейся холодной среде, в которой могут происходить экзотермические реакции, описывается системой, состоящей из уравнения нелинейной теплопроводности и уравнения, описывающего изменение концентрации вещества в процессе реакции. Изучаются одномерные нестационарные движения с плоскими, осесимметричными и сферическими волнами. Учитываются потери энергии за счет тормозного излучения.

Основная система уравнений имеет вид

$$(1) \quad \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{RT}{\gamma-1} + \beta Q \right) = \frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^\nu \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) - A \rho^2 T^{1/2}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = -k_1 \beta^\alpha \rho^2 T^s \exp \left(-\frac{E}{RT} \right)$$

Здесь t — время, r — пространственная координата, γ — показатель адиабаты, ν — показатель симметрии, равный 0, 1, 2 соответственно в плоском, осесимметричном и

сферическом случаях, α – порядок реакции, z и s – некоторые постоянные, ρ – плотность среды, T – температура среды, β – концентрация непрореагировавшего вещества, R – газовая постоянная, Q – энергия, выделяющаяся в результате сгорания единицы массы вещества, k_1 – предэкспоненциальный множитель, E – энергия активации, κ – коэффициент теплопроводности. Член $A\rho^2 T^{1/2}$ характеризует потери энергии за счет тормозного излучения.

Как и в работе [7], предположим, что величины κ , Q и E/R следующим образом зависят от температуры и плотности:

$$(2) \quad \kappa = \kappa_0 T^a \rho^b, \quad Q = Q_0 T^{a_1} \rho^{b_1}, \quad E/R = E_1 T^m$$

Будем считать, что плотность среды зависит от пространственной координаты по степенному закону

$$(3) \quad \rho = d/r^\omega$$

Область выделения энергии моделируется двумя способами.

В первом случае предполагается, что в некоторой области S при $0 \leq r \leq r_1$ температура среды отлична от нуля и равна некоторому постоянному значению T_1 , а при $r > r_1$ температура среды равна нулю.

Во втором случае предполагается, что в начальный момент времени в центре происходит мгновенное выделение энергии. Так как для моментов времени, близких к нулю, выделением тепла за счет экзотермических реакций можно пренебречь, при $t < t_0$ используется известное автомодельное решение [1], которое легко обобщается на случай переменной плотности среды.

Так как при нулевой температуре выделение тепла за счет экзотермических реакций не происходит, можно предположить, что в начальный момент времени концентрация непрореагировавшего вещества β всюду равна единице.

В силу симметрии поток тепла в центре ($r=0$) равен нулю.

Отсюда следует, что краевые условия для системы (1) будут в первом случае

$$T(0, r) = \begin{cases} T_1 & r \leq r_1 \\ 0 & r > r_1 \end{cases}, \quad \beta(0, r) = 1$$

$$\left(r^\nu \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0$$

во втором случае

$$T = T(r) \quad (t = t_0), \quad \beta = 1 \quad (t = t_0)$$

Здесь $T(r)$ – автомодельное решение, аналогичное полученному в работе [1].

Решение строится при $t > t_0$.

Запишем систему уравнений (1) в безразмерном виде. Для этого введем следующие обозначения (для сокращения записи считаем $a_1 = b_1 = 0$):

$$(4) \quad T(r, t) = T \cdot \bar{T}(\bar{r}, \bar{t}), \quad T_* = Q/R, \quad r = r_* \bar{r}, \quad t = t_* \bar{t}$$

Здесь \bar{T} , \bar{r} , \bar{t} – безразмерные температура, пространственная координата и время соответственно. В дальнейшем выкладках черту будем опускать.

С учетом соотношений (2) – (4) перепишем систему уравнений (1) в безразмерном виде

$$(5) \quad \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial T}{\partial t} = \pi_1 r^{\omega - \nu} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^\nu T^\alpha \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\partial \beta}{\partial t} - \pi_4 \frac{T^{1/2}}{r^\omega}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = - \pi_2 \frac{\beta^\alpha T^s}{r^{\omega z}} \exp(\pi_3 T^{m-1})$$

$$\pi_1 = \kappa_0 \frac{d^{\omega-1}}{R} T_*^\alpha r_*^{\omega-2} t_*^{-\omega}, \quad \pi_2 = k_1 d^z T_*^s r_*^{-\omega z} t_*^{-\omega}$$

$$\pi_3 = - \frac{E_1}{R} T_*^{m-1}, \quad \pi_4 = \frac{A d}{R T_*^{1/2}} t_*^{-\omega}$$

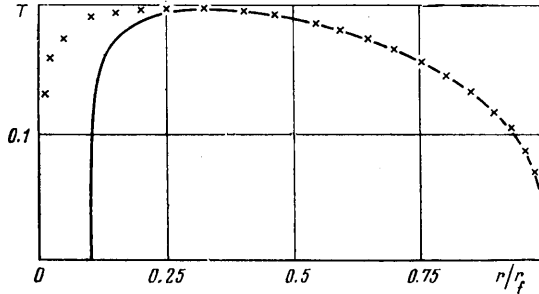
Для контроля точности вычислений используется интегральный закон сохранения энергии. Так как тепловая (внутренняя) энергия нагретой среды в момент времени t_1 равна сумме начальной энергии и энергии, выделяющейся в результате экзотермической реакции, то с учетом потерь энергии на тормозное излучение этот

закон будет иметь следующий вид:

$$(6) \quad \sigma_v \int_0^{r_f} \frac{\rho R}{\gamma-1} T r^\nu dr = Q_1 + \sigma_v \int_0^{r_f} \rho Q (1-\beta) r^\nu dr - \\ - \sigma_v \int_0^{t_1} \left(\int_0^{r_f} A \rho^2 T^{1/2} r^\nu dr \right) dt$$

Здесь Q_1 — начальная энергия, $\sigma_v = 2\pi\nu + (\nu-1)(\nu-2)$, r_f — координата фронта тепловой волны в момент времени t_1 .

Система уравнений (5) решалась численно методом прогонки. Для расчета использовалась трехслойная разностная схема, аналогичная [8]. Так как получающаяся



Фиг. 1

система разностных уравнений нелинейна, для ее решения использовался итерационный метод.

Расчет проводился для значений параметров среды, указанных в [9, 10]. Решение изучалось в случае сферической симметрии.

Для проверки правильности численного решения первоначально были проведены расчеты с параметрами, удовлетворяющими решению, которое существует при условии $\omega z = 1$, $\omega(z-b+1) = 2$ [11]. Для этого случая брались следующие постоянные: $\omega = 1$, $z = 1$, $b = 0$. В автомоделных расчетах начальной энергией пренебрегалось по сравнению с энергией, выделившейся в результате экзотермической реакции.

Как показали расчеты, решение через несколько шагов по времени выходит на режим, близкий к автомоделному. Можно оценить значения координат фронта тепловой волны, для которых начальной энергией можно пренебречь по сравнению с энергией, выделившейся в результате реакции. Аналогичные оценки для детонирующего газа приведены в [12, 13].

Из интеграла энергии имеем

$$\sigma_v \int_0^{r_f} \rho Q (1-\beta) r^\nu dr \gg Q_1$$

Преобразуя это неравенство, получим

$$r_f \gg \left(\frac{Q_1}{\sigma_v Q d I} \right)^{1/(\nu+1)}, \quad I = \int_0^1 \rho (1-\beta) \tau^\nu d\tau, \quad \tau = \frac{r}{r_f}$$

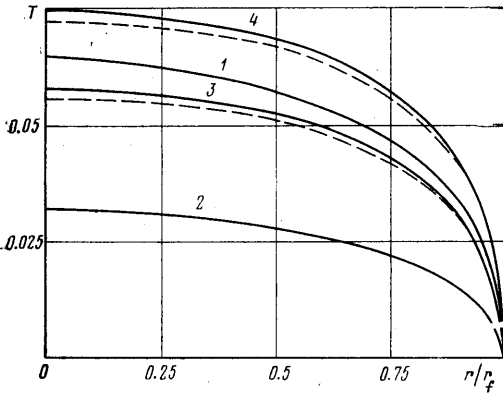
Расчеты проводились с граничными условиями как первого, так и второго типа, что приводило к близким результатам. Различия были заметны только на начальной стадии расчета.

На фиг. 1 приведено сравнение автомоделного расчета (сплошная линия) с расчетами по общим программам. Величина Q_0 бралась равной 10^{18} , масштаб плотности $d = 10$, тормозное излучение не учитывалось (все размерные величины даны в систе-

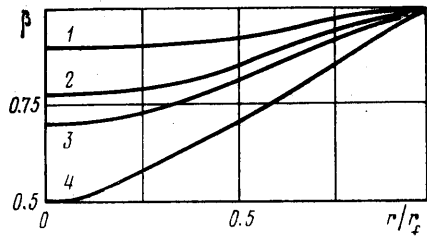
ме СГС, температура – в градусах Кельвина). Как следует из фиг. 1, различие между решениями заметно лишь вблизи центра симметрии.

Заметим, что значения внутренней энергии нагретого вещества в случае автономного и неавтономного расчетов мало отличаются одно от другого. Это связано с наличием множителя r^{ν} в интеграле, стоящем в левой части выражения (6). В сферическом случае разница в значениях температуры вблизи центра симметрии практически не влияет на величину внутренней энергии. Скорость распространения тепловой волны также не отличается от автономных расчетов.

Остальные расчеты были проведены в случае постоянной плотности, т. е. для значений $\omega=0$. Во всех случаях, для которых проводились расчеты, характер процесса

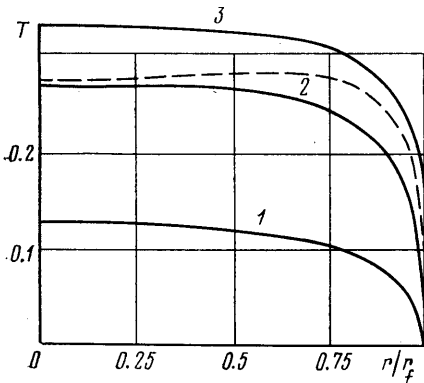


Фиг. 2

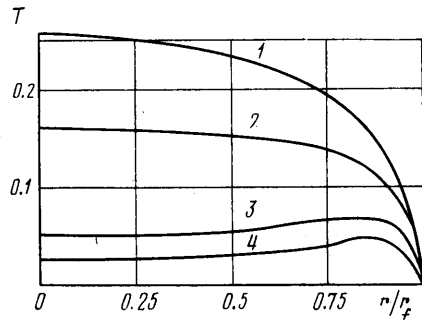


Фиг. 3

был неавтономным. Температура в первоначально нагретой области сначала падает, затем начинает расти. Однако рост температуры наблюдается не во всех случаях. Для воспламенения необходимо, чтобы величина начальной энергии была не ниже некоторого критического значения, которое зависит от параметров задачи. Так, для значений $Q_0=10^{18}$, $d=100$ в сферическом случае величина критической энергии



Фиг. 4



Фиг. 5

порядка 10^8 эрг, для случая $d=1000$ эта величина на порядок ниже. При уменьшении значений d величина критической энергии значительно возрастает.

Для проверки правильности расчетов численное решение строилось в плоском случае ($\nu=0$) для значений $d=0.2$, что соответствует твердотельному состоянию вещества (аналогичные расчеты проводились в [4]). В этом случае величина критической энергии порядка 10^{15} эрг/см, что совпадает по порядку с величиной, полученной в [4]. Значения скорости фронта тепловой волны также мало отличаются от полученных в [4]. Значения же температуры получаются более высокими, так как не учитываются движение вещества и двухтемпературные эффекты.

На фиг. 2 и 3 приведены результаты расчета движения тепловой волны для $Q_0=10^{18}$, $d=100$. Масштаб времени $t_*=10^{-10}$ сек. Величина T_* порядка 10^{10} . Вдоль

оси абсцисс отложена величина $\tau=r/r_f$. Значение начальной энергии в этом расчете порядка 10^{10} эрг, что выше критической. На графиках пунктирной линией изображена зависимость температуры от τ с учетом потерь энергии на тормозное излучение и сплошной линией — зависимость без учета излучения. Индексами 1, 2, 3, 4 обозначены профили температуры для следующих значений безразмерного времени: $3 \cdot 10^{-4}$, 10^{-2} , $7 \cdot 10^{-2}$; 10^{-1} . Скорость распространения фронта волны для данных моментов времени равна соответственно 10^{10} , $2.2 \cdot 10^9$, $2.5 \cdot 10^9$, $3.4 \cdot 10^9$ см/сек. Для данных значений времени тормозное излучение не оказывает существенного влияния на процесс распространения тепла. К такому же выводу можно прийти, если оценить характерное время тормозного излучения по формуле, приведенной в [4]. Заметим, что скорость распространения фронта волны сначала падает, а после зажигания растет.

Для случая $d=1000$ удалось провести расчет до моментов времени, соответствующих выходу волны на стационарный режим (значения остальных параметров те же, что и в предыдущем случае). Масштаб времени равен 10^{-11} сек. Скорость распространения волны в стационарном режиме равна 10^{10} см/сек. Выделение тепла происходит в основном вблизи фронта волны. В центре симметрии величина β стремится к нулю. Результаты расчета показаны на фиг. 4 сплошной линией. Индексами 1, 2, 3 обозначены значения температуры в моменты времени 10^{-2} , $5 \cdot 10^{-2}$, 10^{-1} . При $t > 10^{-1}$ зависимость температуры от τ практически не меняется.

В расчетах, приведенных на фиг. 4, не учитывалось влияние потерь энергии за счет тормозного излучения. При учете этих потерь возможно образование немонотонных профилей температуры. Как показано пунктиром на фиг. 4, для $Q_0=10^{18}$, $d=500$ при $t > 10^{-1}$ профиль температуры имеет немонотонный характер.

На фиг. 5 приведены результаты расчета в случае, когда начальная энергия меньше критической. Расчет проводился со значениями $Q_0=10^{17}$, $d=500$. Из приведенных зависимостей температуры от величины r/r_f видно, что происходит остывание среды, причем профили имеют немонотонный характер. Кривые 1-4 соответствуют растущим значениям времени.

В заключение автор благодарит В. А. Левина за внимание к работе.

Поступила 26 VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических процессов. М., «Наука», 1966.
2. Alikhanov S. G., Konkashbaev I. K. Thermonuclear wave combustion. Nuclear Fusion, 1974, vol. 14, No. 2.
3. Настоящий А. Ф., Шевченко Л. П. Термоядерная волна горения в ограниченной плазме. Атомная энергия, 1972, т. 32, вып. 6.
4. Chu M. C. Thermonuclear reaction waves at high densities. Phys. Fluids, 1972, vol. 15, No. 3.
5. Самарский А. А., Змитренко Н. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П. Эффект метастабильной локализации тепла в среде с нелинейной теплопроводностью. Докл. АН СССР, 1975, т. 223, № 6.
6. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П., Самарский А. А. Локализация термоядерного горения в плазме с электронной теплопроводностью. Письма в ЖЭТФ, 1977, т. 26, вып. 9.
7. Лейбензон А. С. Задача о поршне с учетом конечной скорости экзотермических реакций и нелинейной теплопроводности. Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, № 1.
8. Голайдо С. И., Маргинсон Л. К., Павлов К. Б. Нестационарные задачи нелинейной теплопроводности с объемным поглощением тепла. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1973, т. 13, № 5.
9. Арцимович Л. А. Управляемые термоядерные реакции. М., Физматгиз, 1963.
10. Brueckner K. A., Jorna S. Laser-driven fusion Rev. Modern Physics, 1974, vol. 46, № 2.
11. Лейбензон А. С. Распространение автомодельной волны термоядерного горения. 5-й Всесоюзный симпозиум по горению и взрыву. Одесса, 1977. Тез. докл. Черноголовка, 1977.
12. Левин В. А. Приближенное решение задачи о сильном точечном взрыве в горючей смеси. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.
13. Коробейников В. П. Точечный взрыв в детонирующем газе. Докл. АН СССР, 1967, т. 177, № 2.