

ЛИТЕРАТУРА

1. Шаганов В. Ш. Распространение малых возмущений в жидкости с пузырьками. ПМТФ, 1977, № 1.
2. Нигматулин Р. И. Мелкомасштабные течения и поверхностные эффекты в гидромеханике многофазных сред. ПММ, 1971, т. 35, вып. 3.
3. Богуславский Ю. Я. О поглощении и дисперсии звуковых волн в двухфазной среде. Акуст. ж., 1978, т. 24, № 1.
4. Акулитчев В. А., Алексеев В. Н. Акустические волны в жидкости с паровыми пузырьками. В сб. «Нелинейн. волнов. процессы в двухфаз. средах». Новосибирск, 1977.
5. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Динамика парогазовых пузырьков. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 6.
6. Хабеев Н. С. Эффекты теплообмена и фазовых переходов при колебаниях паровых пузырьков. Акуст. ж., 1975, т. 21, вып. 5.
7. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., «Наука», 1972.

УДК 532.546

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛАГИ ВОКРУГ ПЕРФОРИРОВАННОЙ ТРУБЫ ПРИ ПОДПОЧВЕННОМ ОРОШЕНИИ

О. А. КОРОЛЕВА, А. В. КОРОЛЕВ

(Москва)

Одним из возможных и эффективных способов орошения является подача воды в почву с помощью перфорированных труб, проложенных под поверхностью грунта. При проектировании систем подпочвенного орошения часто пользуются эмпирическими зависимостями, достаточно приближенно описывающими процесс влагопереноса [1]. В данной работе распространение влаги от перфорированной трубы представлено дифференциальным уравнением, учитывающим действие капиллярной диффузии и сил гравитации [2]. Уравнение решается конечно-разностным методом с применением локально-одномерной схемы. Процесс увлажнения почвы при различных соотношениях капиллярных и гравитационных сил иллюстрируется результатами численных расчетов. Отмечается возможность моделирования поступления воды в грунт в виде точечного источника, что подтверждается и расчетами с использованием предложенного разностного метода.

1. В полярных координатах (r, φ) двумерный перенос влаги при неполном насыщении почвы можно описать уравнением

$$(1.1) \quad \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(D \frac{\partial w}{\partial r} - K \sin \varphi \right) \right] -$$

$$- \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} D \frac{\partial w}{\partial \varphi} - K \cos \varphi \right) = 0$$

Здесь w — объемная насыщенность порового пространства водой (влажность), $D(w)$ — коэффициент капиллярной диффузии, $K(w)$ — коэффициент влагопроводности, v — скорость переноса влаги, индексы r и φ определяют соответствующие компоненты скорости, t — время.

Рассматривается истечение воды в однородный грунт из бесконечной перфорированной цилиндрической трубы радиуса r_T при заданном расходе Q с единицы длины трубы, равномерно распределенном по ее поверхности

$$(1.2) \quad v_r = -D \frac{\partial w}{\partial r} + K \sin \varphi = \frac{Q}{2\pi r_T}, \quad r = r_T, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad t > 0$$

Начальное распределение влаги в почве определяется $w(r, \varphi, 0) = w_0(r, \varphi)$, $r > r_T$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Принимая $D(w) = D_0 D_*(w)$, $K(w) = K_0 K_*(w)$, где D_0 , K_0 — характерные величины коэффициентов диффузии и влагопроводности, и делая замену переменных $\xi = r/r_T$, $\tau = D_0 t / r_T^2$, уравнение (1.1), граничные и начальные условия приведем к безразмерному виду

$$(1.3) \quad \frac{\partial w}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\xi \left(D_* \frac{\partial w}{\partial \xi} - \pi_1 K_* \sin \varphi \right) \right] + \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\xi} D_* \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \pi_1 K_* \cos \varphi \right), \quad \pi_1 = \frac{K_0 r_T}{D_0}$$

$$(1.4) \quad -D_* \frac{\partial w}{\partial \xi} + \pi_1 K_* \sin \varphi = Q / (2\pi D_0) \equiv \pi_2, \quad \xi \geq 1, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad \tau > 0$$

$$(1.5) \quad w(\xi, \varphi, 0) = w_0(\xi, \varphi), \quad \xi \geq 1, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

При фиксированном начальном условии (1.5) процесс влагопереноса в почве полностью определяется двумя безразмерными параметрами π_1 и π_2 , характеризующими соотношение между капиллярными и гравитационными силами, а также интенсивностью поступления воды из трубы.

При больших значениях параметра π_2 (в частности, при больших расходах Q) вокруг трубы может образовываться зона с полным насыщением порового пространства водой, в которой описание течения с помощью уравнений (1.1), (1.3), учитывающая способ их получения из уравнений относительно напора [2], теряет смысл. Однако, специальным образом дополнив существующую зависимость коэффициента капиллярной диффузии от влагосодержания, можно распространить действие указанных уравнений и на случай полного насыщения. Так, зону полного насыщения можно промоделировать, резко увеличивая интенсивность диффузионного переноса влаги при стремлении влагосодержания почвы к максимальному значению.

В настоящих расчетах зависимости для коэффициентов диффузии и влагопроводности имели вид

$$(1.6) \quad D = D_0 \cdot 10^{10(w-0.1)}, \quad 0.1 \leq w \leq 0.495, \quad D = D_0 [1 + 10^4(w-0.495)] \cdot 10^{10(w-0.1)}, \\ w > 0.495; \quad K = K_0 [(w-0.1)/0.4]^4, \quad 0.1 \leq w \leq 0.5$$

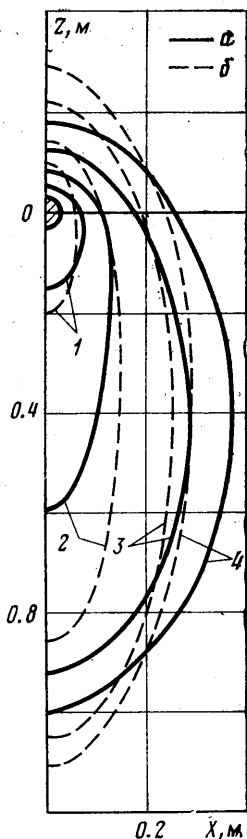
2. Эффективным способом решения уравнения (1.1) является метод конечных разностей. Для построения консервативной разностной схемы на неравномерной сетке в пространстве (r, φ, t) аппроксимируется интегральный аналог уравнения сохранения (1.1). Выбирая полуневную аппроксимацию для диффузионных членов уравнения (коэффициенты диффузии определяются по значениям на старом временном слое, пространственные производные — по значениям на новом слое) и явную для конвективных членов, получим линейную систему разностных уравнений относительно искомого значения влагосодержания в узлах сетки, имеющую пятидиагональную матрицу. Для обеспечения условной устойчивости схемы при аппроксимации конвективных членов односторонними разностями осуществляется выбор соответствующего направления уголкового шаблона. Без понижения порядка аппроксимации данная система заменяется локально-одномерной схемой [3], решение уравнений в которой сводится к последовательному применению метода прогонки.

Описанная разностная схема использовалась для расчета процесса увлажнения почвы с начальным содержанием влаги, соответствующим ее связанному состоянию $w(r, \varphi, 0) = w_0 = 0.1$, с помощью перфорированной цилиндрической трубы радиуса $r_T = 3$ см, расположенной в грунте на некотором расстоянии от его поверхности. В данной работе рассматривалась стадия процесса до достижения фронтом увлажнения (распространяющимся с конечной скоростью) реально существующих границ области, в роли которых могут выступать дневная поверхность грунта, водоупор или поверхность водного зеркала, а также плоскостей симметрии в случае фильтрации воды около регулярной системы труб. По этой причине расчеты течения проводились для цилиндрической области достаточно большого радиуса с непроницаемой внешней границей. Учитывая, что в силу симметричности начальных и граничных условий относительно вертикальной плоскости, проходящей через ось трубы, решение задачи также обладает симметрией, численные расчеты достаточно проводить лишь для одной полуплоскости (например, правой), дополнив граничные условия условиями непроницаемости на плоскости симметрии.

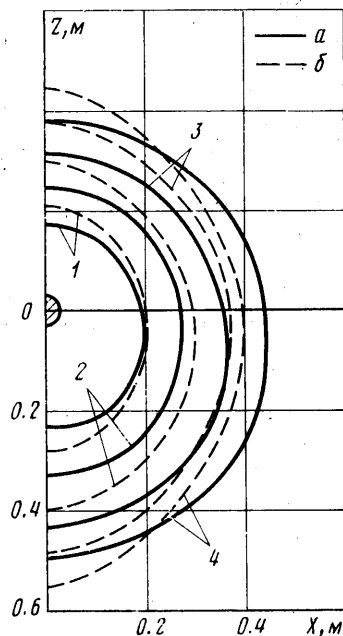
С учетом сделанного выше анализа размерностей, исследование влияния величин, характеризующих степень проявления капиллярных и гравитационных сил, интенсивность поступления в грунт воды, диаметр трубы, надо проводить, рассматривая варианты процесса с различными значениями безразмерных параметров π_1 и π_2 . Влияние соотношения коэффициентов диффузии D_0 и влагопроводности K_0 на ха-

раектер распределения поступившей в почву влаги проиллюстрируем с помощью изолиний влагосодержания, построенных по результатам численных расчетов с $K_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ и $2 \cdot 10^{-6}$ м/сек ($Q = 4 \cdot 10^{-6}$ м²/сек, $D_0 = 2 \cdot 10^{-9}$ м²/сек, $r_r = 0.03$ м), чему соответствуют значения $\lambda_1 = 300$ и 30 ($\lambda_2 = 318$). На момент времени $t = 12$ час ($\tau = 0.096$) линиями a для w , равного 0.45, 0.40, 0.30 и 0.20 (1-4 соответственно) на фиг. 1 представлено распределение влагонасыщенности при $\lambda_1 = 300$, на фиг. 2 - при $\lambda_1 = 30$. При большем значении λ_1 (влияние гравитации сильнее) изолинии, представляющие собой в пренебрежении силой тяжести концентрические окружности, в значительной степени деформированы и имеют вид овалов, вытянутых книзу.

И в том, и в другом случае в окрестности трубы образуется зона с почти полным насыщением порового пространства влагой, благодаря чему эта зона практи-



Фиг. 1



Фиг. 2

чески выступает в виде трубы большего диаметра, подающей воду в окружающее ее пространство. Последнее означает, что при фиксированной величине расхода Q уменьшение диаметра трубы слабо влияет на распространение влаги в почве, что позволяет в численных расчетах учитывать подачу воды в почву в виде точечного источника заданной интенсивности.

В прямоугольной системе координат (x, z) уравнению (1.1) с граничным условием (1.2) в этом случае соответствует уравнение

$$(2.1) \quad \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial w}{\partial z} - K \right) + Q \delta(x - x_0, z - z_0)$$

где $\delta(\cdot)$ - дельта-функция Дирака, (x_0, z_0) - координаты точечного источника с расходом Q , ось z направлена вниз.

По разностной схеме, полностью аналогичной описанной выше, для уравнения (2.1) были проделаны расчеты процесса распространения влаги от точечного источника при тех же, что и ранее, значениях определяющих величин. Для сравнения

численные результаты, представленные также в виде линий равного влагосодержания, нанесены на фиг. 1, 2 кривыми *б* с нумерацией, соответствующей ранее указанной.

Удовлетворительное совпадение результатов, полученных в различных подходах к расчету процесса распространения влаги в грунте (лучшее совпадение может быть получено в расчетах на более мелких разностных сетках), подтверждает возможность моделирования поступления воды из трубы с помощью точечного источника и дает основание для использования представленного численного метода при оценке характеристик процесса влагопереноса в почве и выборе лучших условий подпочвенного орошения.

В заключение авторы благодарят М. Г. Хубляряна за постановку задачи и внимание к работе.

Поступила 7 IV 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Fok Y. -S., Willardson L. S. Subsurface irrigation system analysis and design. J. Irrigation and Drainage Division, 1971, vol. 97, No. 3.
2. Чайлдс Э. Физические основы гидрологии почв. Л., Гидрометеоздат, 1973.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.

УДК 532.546

РАСЧЕТ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ РАБОТЕ КОНЕЧНОГО ЧИСЛА ЗАКРЫТЫХ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ДРЕН

А. БЕГМАТОВ, Г. П. БЕЛОВА, Д. Ф. ШУЛЬГИН

(Ташкент, Калинин)

В гидродинамической постановке рассматривается неустановившаяся фильтрация в водоносной толще при работе конечного числа закрытых дрен и наличии переменного инфильтрационного питания. Дрены моделируются линейными стоками с известными переменными во времени расходами на единицу длины дрен. Найденные в работе зависимости позволяют прогнозировать, а при необходимости также регулировать динамику уровня грунтовых вод на дренируемом массиве, что имеет практический интерес в задачах по изучению процессов засоления и заболачивания земель.

1. Однородный пласт на водоупоре. Рассмотрим следующую краевую задачу (фиг. 1) [1, 2]:

$$(1.1) \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \delta(z-z_0) \sum_{j=1}^N q_j(t) \delta(x-x_j)$$

$$\frac{\partial H(x, z, t)}{\partial t} + b \frac{\partial H(x, z, t)}{\partial z} = W(x, t) \quad (z=1).$$

$$\frac{\partial H(x, z, t)}{\partial z} = 0 \quad (z=0), \quad H(x, 1, 0) = 1, \quad H = \frac{H'(x, z, t)}{h_e}, \quad x = \frac{x'}{h_e},$$

$$z = \frac{z'}{h_e}, \quad t = \frac{t'k}{h_e \mu}, \quad b = 1 + \frac{\varepsilon}{k}, \quad q_i = \frac{q_i'}{kh_e}, \quad W = \frac{\varepsilon}{k}.$$