

## **К РАСЧЕТУ ПЕРЕНОСА СЕЛЕКТИВНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ**

**А. Б. КАРАСЁВ, Т. В. КОНДРАНИН, И. Н. КУЗЬМИНСКИЙ**

(Москва)

В работе предлагается приближенный метод определения интегральных по спектру характеристик переноса лучистой энергии в плоскопараллельном слое газа, находящемся в состоянии локального термодинамического равновесия с произвольной степенью неизотермичности и с учетом различных механизмов испускания и поглощения излучения.

Сильно нерегулярный характер частотной зависимости коэффициента поглощения нагретого газа, особенно при учете переноса излучения в линиях, приводит к необходимости при решении различных задач радиационной газовой динамики использовать достаточно мелкий шаг по спектру для вычисления интегральных характеристик поля излучения (лучистого потока и его дивергенции). Для сильно-неизотермического газа, а также в случае переменного элементного состава такая процедура связана со значительными затратами времени, обусловленными необходимостью повторения подобной процедуры на каждой итерации при решении интегродифференциального уравнения сохранения энергии методом последовательных приближений.

Известно, что лишь в двух предельных случаях оптически тонкого и оптически толстого газа задачу интегрирования по спектру удастся решить точно путем введения не зависящих от частоты коэффициентов поглощения, а именно среднепланковского и росселандовского коэффициентов [1]. В случае произвольных оптических толщин упрощение определения интегральных величин достигается за счет различных допущений.

Так, например, в [2] представление коэффициента поглощения в виде произведения функции, зависящей только от температуры и плотности газа, и функции частоты, слабо зависящей от  $T$  и  $\rho$  на расстояниях порядка длины свободного пробега фотонов, свело задачу к решению системы  $k$  осредненных по спектру уравнений переноса, где  $k$  — число участков спектра, в которых проведена такая замена. Аналогичный подход использовался в [3]. В [4] замена сечения поглощения на произведение функции от координаты и функции от частоты позволила получить не зависящие от спектра выражения для интегрального лучистого потока. Однако в случае многокомпонентного газа, с которым, как правило, приходится иметь дело в задачах с большими перепадами температуры (пограничный слой), использование этих «многогрупповых» методов затруднительно.

В [5] предпринята попытка решить задачу путем приближенного представления неизвестной интенсивности излучения в виде ряда по полиномам Лаггера, коэффициенты которого зависят только от координаты. Однако точность этого метода зависит как от числа членов разложения по полиномам, так и от некоторых констант, выбор которых в общем случае затруднителен. Совершенно отличным от рассмотренных является подход, развитый в [6]. Он основан на эмпирически установленной слабой зависимости интегральной по спектру функции пропускания между двумя произвольными точками на рассматриваемом луче от распределения температуры между ними. Это позволило использовать сравнительно простые аппроксимирующие температурные профили, для которых интегральная по спектру функция пропускания рассчитывается заранее. Недостатком метода является априори неясная достаточность использования простых (линейных или билинейных) температурных профилей, особенно в случае неизотермического газа с холодными областями, когда определяющим процессом переноса лучистой энергии является поглощение.

Для учета переноса в линиях наибольшее распространение в настоящее время получил метод эквивалентных ширин [7, 8]. Однако использование его в случае сильно-неизотермического слоя переменного элементного состава сопряжено со значительным произволом в выборе эффективной ширины группы линий. Кроме того, прин-

ципальным ограничением этого метода является возможность использования только дисперсионного контура линии.

1. Пусть  $I_{\lambda}^{\pm}(z, \vartheta)$  — односторонняя спектральная интенсивность излучения в слое газа, ограниченном плоскими параллельными пластинами, имеющими разную температуру. В отсутствие рассеяния в условиях локального термодинамического равновесия величина  $I_{\lambda}^{\pm}(z, \vartheta)$  находится из решения уравнения переноса с соответствующими граничными условиями на поверхностях, которые предполагаются диффузно отражающими

$$(1.1) \quad \cos \vartheta \frac{dI_{\lambda}^{\pm}(z, \vartheta)}{dz} = \kappa_{\lambda}(z) \{B_{\lambda}[T(z)] - I_{\lambda}^{\pm}(z, \vartheta)\}$$

$$z=0, \quad I_{\lambda}^{-}(0, \vartheta) = \varepsilon_{\lambda}(0) B_{\lambda}(0) + (1 - \varepsilon_{\lambda}(0)) \frac{1}{\pi} \int_{2\pi} I_{\lambda}^{+}(0, \vartheta) \cos \vartheta d\Omega$$

(1.2)

$$z=\Delta, \quad I_{\lambda}^{+}(\Delta, \vartheta) = \varepsilon_{\lambda}(\Delta) B_{\lambda}(\Delta) + (1 - \varepsilon_{\lambda}(\Delta)) \frac{1}{\pi} \int_{2\pi} I_{\lambda}^{-}(\Delta, \vartheta) \cos \vartheta d\Omega$$

В формулах (1.1), (1.2)  $\kappa_{\lambda}(z) = \kappa_{\lambda}[T(z), c_k(z)]$  — спектральный коэффициент поглощения, зависящий от температуры и концентраций химических элементов  $c_k (k=1, 2, \dots, N_c)$ ;  $B_{\lambda}[T(z)]$  — интенсивность излучения абсолютно черного тела;  $\varepsilon_{\lambda}$  — степень черноты ограничивающих поверхностей.

Разобьем всю область между  $z=0$  и  $z=\Delta$  на  $N$  слоев, в пределах каждого из которых температура и концентрация химических элементов постоянны. В этом случае односторонняя интенсивность излучения на выходе из  $(j+1)$ -го слоя выражается через интенсивность на входе в него посредством рекуррентного соотношения

$$(1.3) \quad I_{\lambda, j+1}^{+}(\vartheta) = I_{\lambda, j}^{+}(\vartheta) \exp(-\Delta \tau_{\lambda, j+1}) + B_{\lambda, j+1} [1 - \exp(-\Delta \tau_{\lambda, j+1})]$$

где  $\Delta \tau_{\lambda, j+1} = \kappa_{\lambda, j+1} \Delta z_{j+1} / \cos \vartheta$  — оптическая толщина элементарного слоя  $j$  в направлении распространения луча света.

Поскольку в случае  $\varepsilon_{\lambda} \neq 1$  интенсивность на границах ( $z=0, \Delta$ ) зависит от значения интенсивности противоположного направления в этих точках, из (1.3) следует, что в произвольном узле  $j$  интенсивность излучения зависит от значений температур и концентраций  $c_k$  во всех  $N$  элементарных слоях

$$(1.4) \quad I_{\lambda, j}^{\pm}(\vartheta) = I_{\lambda, j}^{\pm}(\vartheta, T_1, T_2, \dots, T_N; c_{k,1}, c_{k,2}, \dots, c_{k,N})$$

Наряду с профилями температуры  $T_j$  и концентраций элементов  $c_{k,j}$ , для которых необходимо рассчитать интегральные по спектру характеристики переноса лучистой энергии, рассмотрим опорные распределения  $T_j^{\circ}$  и  $c_{k,j}$ . Ограничиваясь для простоты случаем бинарной смеси, представим искомую интенсивность  $I_{\lambda, j}^{\pm}(\vartheta) = I_{\lambda}^{\pm}(\vartheta, T_j, c_j)$  в виде разложения в ряд как функции  $2N$  переменных в окрестности опорных профилей

$$(1.5) \quad I_{\lambda, j}^{\pm}(\vartheta) = I_{\lambda}^{\pm}(\vartheta, T_j^{\circ}, c_j^{\circ}) + \sum_{i=0}^N \left( \frac{\partial I_{\lambda, j}^{\pm}(\vartheta)}{\partial T_i} \right)^{\circ} \delta T_i + \sum_{i=0}^N \left( \frac{\partial I_{\lambda, j}^{\pm}(\vartheta)}{\partial c_i} \right)^{\circ} \delta c_i +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{p=0}^N \sum_{q=0}^N \left( \frac{\partial^2 I_{\lambda,j}(\vartheta)}{\partial T_p \partial T_q} \right)^{\circ} \delta T_p \delta T_q + \frac{1}{2} \sum_{p=0}^N \sum_{q=0}^N \left( \frac{\partial^2 I_{\lambda,j}^{\pm}(\vartheta)}{\partial T_p \partial c_q} \right)^{\circ} \delta T_p \delta c_q + \dots$$

Здесь  $\delta T_i = T_i - T_i^{\circ}$ ,  $\delta c_i = c_i - c_i^{\circ}$ .

Подставляя (1.5) в формулу для интегрального по спектру лучистого теплового потока

$$q_j^{\pm} = \pi \int_0^{\infty} \left[ \int_{\vartheta} I_{\lambda,j}^{\pm}(\vartheta) \sin 2\vartheta d\vartheta \right] d\lambda$$

получим приближенное выражение, определяющее профиль  $q_j^{\pm}$

$$(1.6) \quad q_j^{\pm} = q_j^{\pm,0} + \sum_{i=0}^N A_{i,j}^{\pm,0} \delta T_i + \sum_{i=1}^N B_{i,j}^{\pm,0} \delta c_i + \sum_{p=0}^N \sum_{q=0}^N C_{pq,i}^{\pm,0} \delta T_p \delta T_q + \dots$$

$$q_j^{\pm,0} = \int_0^{\infty} \int_{\vartheta} [I_{\lambda,j}^{\pm}(\vartheta, T_j^{\circ}, c_j^{\circ}) \sin 2\vartheta d\vartheta] d\lambda$$

$$A_{ij}^{\pm,0} = \pi \int_0^{\infty} \int_{\vartheta} \left[ \left( \frac{\partial I_{\lambda,j}^{\pm}(\vartheta)}{\partial T_i} \right)^{\circ} \sin 2\vartheta d\vartheta \right] d\lambda$$

$$(1.7) \quad B_{ij}^{\pm,0} = \pi \int_0^{\infty} \int_{\vartheta} \left[ \left( \frac{\partial I_{\lambda,j}^{\pm}(\vartheta)}{\partial c_i} \right)^{\circ} \sin 2\vartheta d\vartheta \right] d\lambda$$

$$C_{pq,i}^{\pm,0} = \pi \int_0^{\infty} \int_{\vartheta} \left[ \left( \frac{\partial^2 I_{\lambda,j}^{\pm}(\vartheta)}{\partial T_p \partial T_q} \right)^{\circ} \sin 2\vartheta d\vartheta \right] d\lambda$$

Так как подынтегральные выражения в (1.7), зависящие от длины волны  $\lambda$  и угла  $\vartheta$ , определяются на опорных профилях  $T_j^{\circ}$  и  $c_j^{\circ}$ , то интегрирование в (1.7) по переменным  $\lambda$ ,  $\vartheta$  выполняется для этих профилей заранее с учетом различных механизмов переноса лучистой энергии, включая и линии произвольного контура, а любой заданной точностью. Распределение интегрального лучистого потока для других профилей  $T_j$  и  $c_j$  находится из (1.6) и (1.7) по известным отклонениям  $\delta T_j$  и  $\delta c_j$  в каждом из  $N$  слоев.

2. Для нахождения коэффициентов разложения (1.6) по формулам (1.7) необходимо знать профили спектральной интенсивности  $I_{\lambda,j}^{\pm}(\vartheta, T_j^{\circ}, c_j^{\circ})$ , а также ее производных  $(\partial I_{\lambda,j}^{\pm}(\vartheta)/\partial T_i)^{\circ}$ ,  $(\partial I_{\lambda,j}^{\pm}(\vartheta)/\partial c_i)^{\circ}$  и т. д. на опорных профилях  $T_j^{\circ}$  и  $c_j^{\circ}$ . Интенсивность при заданных граничных условиях на поверхностях определяется по формуле (1.3), в то время как ее производные находятся путем непосредственного дифференцирования этого выражения по соответствующим переменным.

Выпишем для примера выражения для первой и второй производных спектральной интенсивности по температуре

$$(2.1) \quad \frac{\partial I_{\lambda, j+1}}{\partial T_i} = \begin{cases} \frac{\partial I_{\lambda, j}}{\partial T_i} \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1}) & i \neq j+1 \\ 0 & 0 \leq i \leq N \\ \frac{\partial I_{\lambda, j}}{\partial T_{j+1}} \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1}) + \frac{\partial B_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}} (1 - \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1})) + \\ + (B_{\lambda, j+1} - I_{\lambda, j+1}) \frac{\partial \Delta\tau_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}} & i = j+1 \end{cases}$$

$$(2.2) \quad \frac{\partial^2 I_{\lambda, j+1}}{\partial T_p \partial T_q} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 I_{\lambda, j}}{\partial T_p \partial T_q} \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1}) - \delta_{j+1, q} \frac{\partial I_{\lambda, j}}{\partial T_p} \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1}) \frac{\partial \Delta\tau_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}} \quad 0 \leq q \leq N \\ \frac{\partial^2 I_{\lambda, j}}{\partial T_{j+1} \partial T_q} \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1}) - \frac{\partial I_{\lambda, j}}{\partial T_q} \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1}) \frac{\partial \Delta\tau_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}} \quad q \neq j+1 \\ \frac{\partial^2 I_{\lambda, j}}{\partial T_{j+1}^2} \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1}) + \frac{\partial^2 B_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}^2} [1 - \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1})] - \\ - \frac{\partial I_{\lambda, j}}{\partial T_{j+1}} \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1}) \frac{\partial \Delta\tau_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}} + \left[ \frac{\partial B_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}} (1 - \exp(-\Delta\tau_{\lambda, j+1})) - \right. \\ \left. - \frac{\partial I_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}} \right] \frac{\partial \Delta\tau_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}} + (B_{\lambda, j+1} - I_{\lambda, j+1}) \frac{\partial^2 \Delta\tau_{\lambda, j+1}}{\partial T_{j+1}^2} \quad q = j+1 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} p = j+1 \\ 0 \leq q \leq N \end{array} \right.$$

Здесь  $\delta_{i, q}$  — символ Кронекера. Отметим, что поскольку производные  $\partial I_{\lambda, j} / \partial T_i$  и  $\partial^2 I_{\lambda, j} / \partial T_p \partial T_q$  известны из предыдущих слоев, то выражения (2.1) и (2.2), так же как и (1.3), являются рекуррентными формулами, что делает эффективным их использование при численных расчетах.

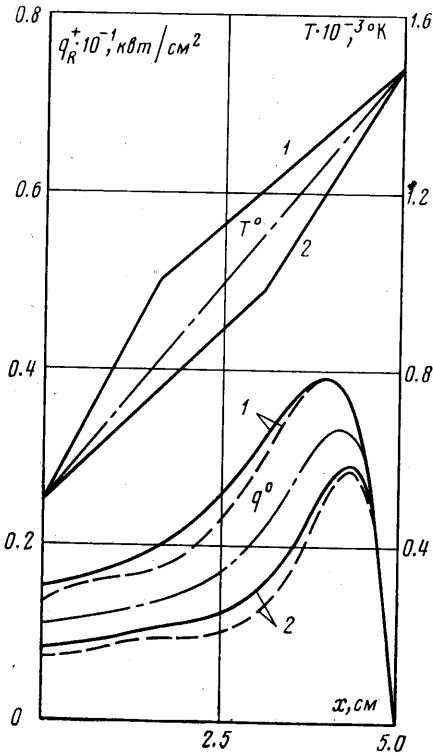
3. Рассмотрим теперь результаты расчетов лучистого теплообмена в плоскопараллельном неоднородном слое газа. Опорные и варьируемые профили, а также граничные условия выбирались применительно к задаче расчета лучистого теплообмена между отошедшей ударной волной ( $z = \Delta$ ) и поверхностью тела ( $z = 0$ ) в гиперзвуковом ударном слое, поверхность считалась абсолютно черной, а на ударной волне пренебрегалось опережающим излучением.

На фиг. 1–3 приводятся результаты модельных расчетов односторонних лучистых потоков  $q^+$  ( $\text{вт}/\text{м}^2$ ) в слое воздуха толщиной 5 см при давлении  $P = 1.0 \text{ атм}$ . Граничные значения температур равнялись соответственно  $T(0) = 5000^\circ \text{ К}$  (фиг. 1, 2),  $T(0) = 4000^\circ \text{ К}$  (фиг. 3) и  $T(\Delta) = 15000^\circ \text{ К}$ . Опорные профили температуры для этих вариантов брались в виде линейных (фиг. 1, 2) и билинейных (фиг. 3) распределений, причем в первом случае варьировалась температура не только внутри слоя (фиг. 1), но и на его границах (фиг. 2). Опорные профили температуры  $T^\circ$  и лучистых потоков  $q^\circ$  отмечены штрихпунктирными линиями, сплошные кривые для температуры соответствуют варьируемым профилям, а для потока — «точному» расчету для данного профиля  $T$  с использованием программы непосредственного интегрирования по спектру, пунктир — расчет по формуле (1.6) с учетом только первых производных. Отметим, что опорный профиль  $T^\circ$  на фиг. 3 моделирует распределение температуры в вязком ударном слое в отсутствие излучения, а профили  $T^1$  и  $T^2$  — распределения с учетом излучения.

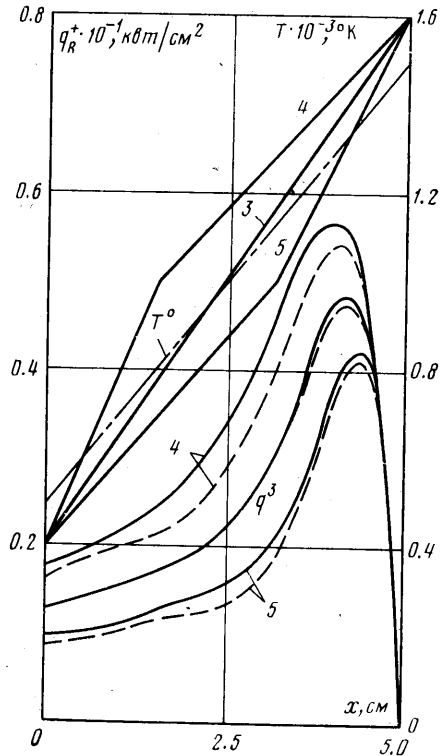
Из представленных данных видно, что приближение, соответствующее учету только первых производных в разложении (1.6), для всех рассмот-

ренных случаев обеспечивает точность в потоках  $q_3^+$  внутри слоя не хуже 15–20%, а на поверхности не превышает 5–7%.

Обращает на себя внимание тот факт, что для случаев, близких к реальным распределениям температуры в ударном слое (фиг. 3), результаты по приближенному методу в первом приближении практически



Фиг. 1



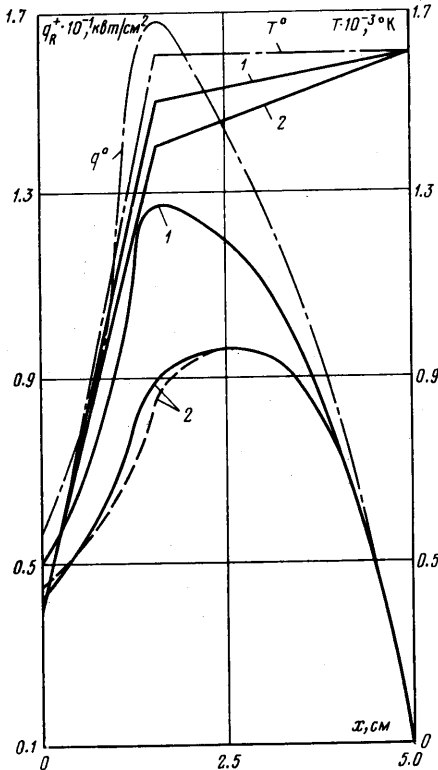
Фиг. 2

полностью совпадают с точным решением для набора варьируемых профилей, достаточно сильно отличающихся от опорного. Для модельных вариантов (фиг. 1, 2) несколько худшие результаты получаются в случае, если варьируются и граничные значения температуры при условии, что все  $\delta T_i > 0$  (вариант  $T^4, q^{+4}$ ).

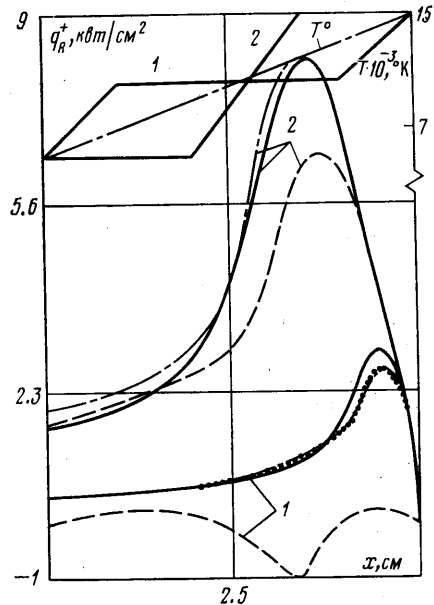
Кроме того, отметим, что в рассматриваемом приближении практически во всех случаях полученные результаты оказываются систематически заниженными по сравнению с точными. Учет вторых производных для рассматриваемых вариантов (фиг. 1, 2) приводит к практически полному совпадению результатов с точным расчетом. На графиках эти кривые совпадают со сплошными, соответствующими точному расчету.

Наряду с билинейными профилями температуры, моделирующими условия в ударном слое в отсутствие вдува, были проведены расчеты на трехзвенных профилях, аппроксимирующих распределение  $T(z)$  при наличии вдува с поверхности газа того же элементарного состава, что и набегающий (фиг. 4, 5), причем в качестве опорного брался опять линейный профиль с  $T(0) = 5000^\circ \text{K}$  и  $T(\Delta) = 15000^\circ \text{K}$ . Обозначения на фиг. 4, 5 те же, что и на фиг. 1–3, за исключением того, что штрихпунктирные кривые для потоков соответствуют расчету по приближенному методу с учетом вторых производных. Профили потоков для опорного распределения  $T^0$  не приводятся.

Первое важное замечание, которое следует сделать, анализируя эти результаты, состоит в следующем. В зависимости от характера и величины вариации температуры в слое расчет потока по первому приближению может приводить даже к качественно неверным результатам. Действительно, например, для профиля  $T^1$  (фиг. 4), соответствующего  $\delta T < 0$  при высоких температурах и  $\delta T > 0$  при низких ( $|\delta T|_{\max} = 3000^\circ \text{K}$ ), поток внутри слоя принимает отрицательные значения. Также очень грубо это



Фиг. 3



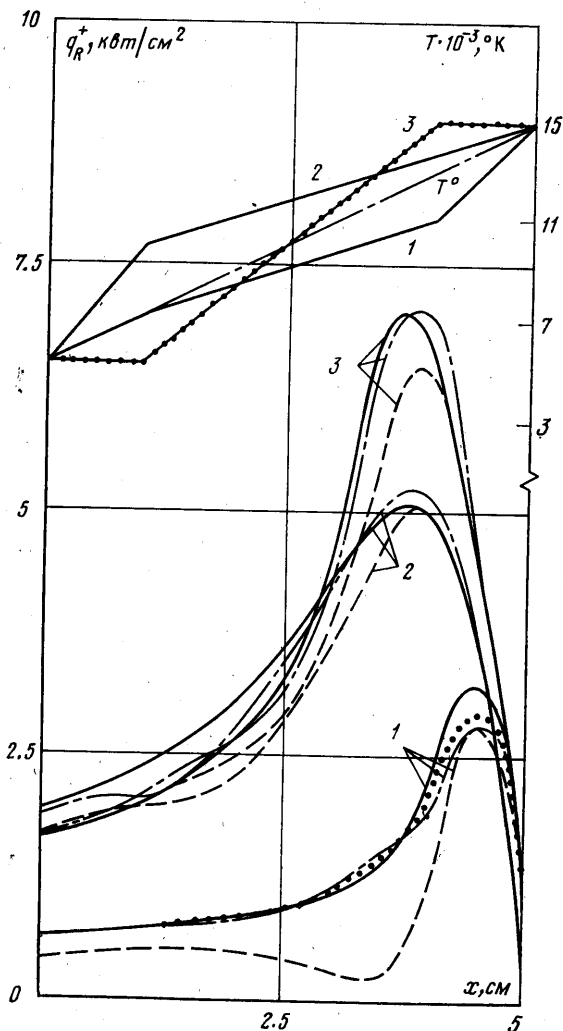
Фиг. 4

приближение описывает распределение потока для профиля  $T^1$  (фиг. 5); в то же время для вариаций температуры  $\delta T > 0$  при высоких  $T$  и  $\delta T < 0$  при низких (профиль  $T^2$ ,  $|\delta T|_{\max} = 4000^\circ \text{K}$  на фиг. 4) удовлетворительные результаты по потокам получаются даже в первом приближении.

Анализ результатов, полученных для других значений давления в слое, толщины слоя и граничных температур, показал, что, так же как и в представленных на фиг. 4, 5 данных, наихудшие результаты в первом приближении получаются для профилей температуры, имеющих более низкие значения  $T$  по сравнению с  $T^0$  в высокотемпературных частях слоя. Это связано с тем, что при высоких и низких температурах перенос лучистой энергии в газе обусловлен механизмами, играющими различную роль в разных участках спектра.

При высоких температурах доминирует высвечивание, величина которого пропорциональна излучательной способности газа  $\kappa_\lambda B_\lambda$ , в то время как при низких температурах основную роль играет поглощение, главным образом в ультрафиолетовой части спектра (для воздуха при  $\lambda \lesssim 0.12 \text{ мкм}$ ), зависящее от величины коэффициента поглощения  $\kappa_\lambda$ .

При понижении температуры в высокотемпературной части слоя ( $\delta T = T - T^0 < 0$ ) происходит сдвиг максимума функции Планка  $B_\lambda$  в длинноволновую область, где зависимость от температуры коэффициента поглощения газа (в данном случае воздуха) становится настолько сильной, что не описывается линейной зависимостью. Кроме того, начиная с некоторых  $|\delta T|$  линейная аппроксимация температурной зависимости функции Планка также оказывается весьма грубой. В то же время вариации



Фиг. 5

температуры в более холодных областях не оказывают столь существенного влияния на профиль лучистого потока, поскольку зависимость коэффициента поглощения воздуха от температуры при  $\lambda \leq 0.12$  мкм достаточно слабая, а в остальной части спектра при таких температурах газ является оптически тонким.

Положение существенно улучшается при учете второго приближения (штрихпунктирные кривые на фиг. 4, 5), которое обеспечивает хорошую точность для всех рассмотренных вариантов. Однако из основной формулы (1.6) видно, что эффективность предлагаемого метода расчета резко

снижается при учете вторых и высших производных, особенно при увеличении числа разбиений  $N$  всего слоя на элементарные участки. Так, например, в случае двухэлементной смеси и  $N=100$  (типичные значения при расчете поля селективного излучения в пограничном слое) учет только первых производных по  $T$  и  $s$  в (1.6) требует хранения  $\sim 2 \cdot 10^4$  проинтегрированных по спектру коэффициентов. Добавление вторых производных увеличивает это число соответственно до  $\sim 3 \cdot 10^6$ .

В связи с этим возникает вопрос о сокращении объема вычислений и памяти при сохранении требуемой точности. Один из кардинальных способов такого сокращения состоит в возможности в рамках рассматриваемого приближения, например второго, учесть при счете матрицы производных  $(\partial^2 I_{\lambda,j} / \partial T_p \partial T_q)^\circ$  только ее диагональные члены:  $(\partial^2 I_{\lambda,j} / \partial T_k^2)^\circ$ . Основанием для такого подхода является предварительная оценка величин таких производных для различных участков спектра. При нулевых граничных условиях при  $z=\Delta$  интенсивность излучения по направлению к телу  $I_{\lambda,j}^+$  зависит только от значений температур в предыдущих элементарных слоях.

При этом в случае оптически тонкого слоя газа (для воздуха это условие выполняется при  $\lambda \geq 0.12$  мкм) из выражения для интенсивности

$$I_{\lambda,j}^+ = \sum_{k=1}^j \Delta \tau_{\lambda}(T_j) B_{\lambda}(T_j) \text{ следует, что смешанные производные } \partial^2 I_{\lambda,j}^+ / \partial T_p \partial T_q$$

равны нулю. Такой же вывод можно сделать и для оптически толстого слоя, когда интенсивность близка интенсивности черного тела при температуре самого слоя. При промежуточных оптических толщинах ( $\Delta \tau_{\lambda,j} \sim 1$ ) также можно показать, что в тех областях спектра, где  $\Delta \tau_{\lambda,j}$  является слабоменяющейся функцией температуры

$$|\partial^2 I_{\lambda,j}^+ / \partial T_p \partial T_q| \ll |\partial^2 I_{\lambda,j}^+ / \partial T_k^2| \quad (k, p, q=1, 2, \dots, j)$$

Проведенное рассуждение подтверждается расчетами. На фиг. 4, 5 наряду с кривыми, изображающими распределения лучистых потоков, вычисленных во втором приближении с учетом всех членов матрицы вторых производных, приведены кривые (отмечены токами), соответствующие учету только диагональных членов. Во всех рассмотренных случаях это приближение обеспечивает практически такую же точность как и полный расчет.

В заключение авторы благодарят В. А. Варнаву за обсуждение работы.

Поступила 29 XII 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
2. Гольдиль В. Я., Четверушкин Б. Н. Методы решения одномерных задач радиационной газовой динамики. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 4.
3. Немчинов И. В. Об осредненных уравнениях переноса излучения и их использовании при решении газодинамических задач. ПММ, т. 34, 1970, № 4.
4. Овсянников В. М. Метод эффективных сечений для учета селективности излучения и поглощения в горячем газе. ПМТФ, 1972, № 5.
5. Шмыглевский Ю. Д. Вариант моментного метода расчета переноса селективного излучения. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1977, т. 17, № 3.
6. Севастьяненко В. Г. Теплообмен излучением в реальном спектре. В сб. «Свойства низкотемпературной плазмы и методы ее диагностики». Новосибирск, «Наука», 1977.
7. Бронин С. Я., Лагарьков А. Н. Перенос излучения в неоднородных слоях в спектральной линии ударного профиля. Теплофизика высоких температур, 1970, т. 8, № 4.
8. Wilson K. H. Stagnation point analysis of coupled viscous - radiating flow with massive blowing. NASA CR, 1970, No. 1548.