

РАСЧЕТ СВЕРХЗВУКОВОГО ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ В КРУГЛЫХ СОПЛАХ С ВНЕЗАПНЫМ РАСШИРЕНИЕМ

Л. В. ГОГИЩ, С. Г. ДАШЕВСКАЯ

(Москва)

Рассматривается взаимодействие круглой сверхзвуковой струи с турбулентным слоем типа ближнего следа, образующимся за кольцевым уступом на обечайке сопла с внезапным расширением. Течение в вязком слое рассчитывается интегральным методом, а в невязком потоке — методом сквозного счета при помощи монотонной явной разностной схемы первого порядка точности. Взаимодействие между невязким и турбулентным потоками определяется толщиной вытеснения вязкого слоя. Начальные условия для течения в слое определяются из интегральных условий склеивания его с изобарическим течением смещения в донной области за уступом. Расчетные течения взаимодействия определяются в зависимости от длины обечайки и противодействия совместно или порознь крайвым условием равенства давления на кромке обечайки давлению внешней среды и особым решением уравнений, проходящим через седловую особую точку — горловину следа.

В коническом сопле с профилированной приставкой различной длины рассчитаны отрывные течения с разомкнутой и замкнутой донной областями с учетом повторного отрыва. Полученные решения оказываются многозначными в определенном диапазоне длин обечайки и величины противодействия. На основании анализа режимов работы сопла проведен отбор реализующихся в действительности решений и определены расчетные области гистерезиса и связанных с ним низкочастотных нестационарных отрывных течений.

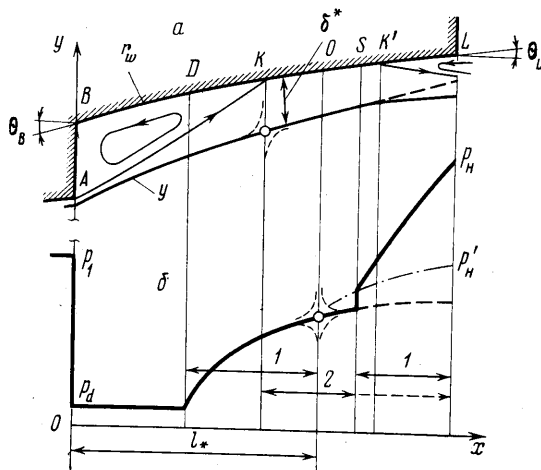
Под термином «сопло с внезапным расширением» подразумеваются разнообразные сопловые устройства, в которых в сопле Лаваля за кольцевым уступом конечной длины возникает область турбулентного отрывного течения, протяженность которой соизмерима с длиной обечайки сопла за уступом, а точка отрыва фиксирована. Отрывные течения в соплах с внезапным расширением существенно зависят от противодействия и сопровождаются гистерезисными явлениями и низкочастотными пульсациями, связанными с перестройкой потока. В некотором смысле они сочетают в себе свойства отрывных течений в кольцевых соплах и в гладких круглых соплах [1].

Судя по экспериментальным данным, существует по крайней мере четыре устойчивых типа отрывного течения. Первый из них характеризуется отсутствием сильного взаимодействия струи с турбулентным течением в изобарической донной области за кольцевым уступом, давление в которой практически равно давлению во внешней среде. В остальных случаях такое взаимодействие имеет место, вследствие чего давление в донной области существенно отличается от давления во внешней среде. Так же как и в кольцевых соплах, существуют режимы течения с разомкнутой и замкнутой донной областью, причем в последнем случае возможен повторный отрыв, вызываемый повышенным противодействием.

Указанные формы отрывного течения помимо конкретной конфигурации сопла определяются двумя характерными параметрами — величиной противодействия p_n и относительной длиной обечайки за уступом l . Известно большое число работ, посвященных определению донного давления в эжекторных соплах на режиме замкнутой донной области при нулевом или малом коэффициенте эжекции. В них используются различные численные приближенные методы расчета невязкого потока и полумпирические условия его присоединения к обечайке сопла (см., например, [2, 3]).

В отличие от предшествующих в настоящей работе используется расчетная модель, позволяющая рассчитать более разнообразные формы отрывных течений, возникающие в соплах с внезапным расширением. Эта модель основывается на расчете взаимодействия невязкого течения в ядре

потока и турбулентного слоя вблизи стенки сопла вплоть до выходного сечения. На фиг. 1 изображена расчетная схема наиболее общего вида отрывного течения с замкнутой донной областью и повторным отрывом a и соответствующее распределение давления вдоль обечайки b . Граница невязкого потока $y(x)$ смещена от обечайки $r_w(x)$ на толщину вытеснения слоя $\delta^*(x)$. Начиная от кольцевого торца уступа AB , вниз по потоку располагаются изобарическая донная область BD , область присоединения DS с критической точкой K и горловиной, или сечением запирания O , а за ней — область повторного отрыва SL со второй критической точкой K' . Давление на кромке обечайки по предположению считается равным дав-



Фиг. 1

лению внешней среды p_H . Пунктиром в области SL показано невозмущенное течение, реализующееся при значениях противодавления, меньших некоторой критической величины p_H' . Отметим, что длина l_* до сечения запирания является характерным размером задачи.

Расчет течения в турбулентном слое проводится интегральным методом в предположении, что в области взаимодействия DL трение на стенке пренебрежимо мало и в слое реализуется однопараметрический профиль скорости, как в плоском следе [1]

$$\frac{u}{u_\delta} = 1 - mf(\eta), \quad m = \frac{u_\delta - u_w}{u_\delta}, \quad f(\eta) = 1 - 3\eta^2 + 2\eta^3, \quad \eta = \frac{r_w - y}{r_w - y_\delta}$$

Индексами δ и w обозначены параметры на внешней границе слоя и на стенке сопла. Принятая расчетная модель течения в турбулентном слое со скольжением далее для краткости называется следом.

Так же как и ранее, течение в следе описывается простейшими уравнениями импульсов для следа и вдоль его криволинейной оси, совпадающей с контуром сопла $r_u(x)$ ($\delta/r_w \ll 1$ и $dr_w/dx \ll 1$)

$$\frac{d}{dx} \ln(\delta^{**} r_w) + (2 + H - M^2) \frac{d \ln C}{dx} = 0, \quad \rho_w u_w \frac{du_w}{dx} + \frac{dp}{dx} = \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} \right)_w$$

Для принятого однопараметрического профиля скорости в следе и обычной формулы Прандтля для турбулентного касательного напряжения [1] эти уравнения приводятся к виду, соответствующему либо сильному,

либо слабому взаимодействию следа с невязким потоком. Сильное взаимодействие

$$(1) \quad \frac{dm}{dx} = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \frac{d \ln C}{dx} = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

$$\Delta = -\varphi(1-m) \left[\Delta_2 + \frac{m(2-m)}{(1-m)(1-C^2)} \Delta_3 \right]$$

$$\Delta_2 = \frac{d \ln(\delta^* r_w)}{dx} \varphi \frac{m(2-m)}{1-C^2} + \frac{\partial \ln H}{\partial \ln C} - (2+H-M^2)$$

$$\Delta_3 = - \left[\frac{d \ln(\delta^* r_w)}{dx} \varphi(1-m) + \frac{\partial \ln H}{\partial m} \right]$$

Слабое взаимодействие (модель пограничного слоя)

$$(2) \quad \frac{dm}{dx} = \frac{\Delta_4}{m-1}, \quad \frac{d \ln \delta^*}{dx} = \frac{\Delta_5}{m-1}$$

$$\Delta_4 = \frac{m(2-m)}{1-C^2} \frac{d \ln C}{dx} + \varphi^{-1}$$

$$\Delta_5 = \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \ln H}{\partial m} + \left\{ \frac{\partial \ln H}{\partial m} \frac{m(2-m)}{1-C^2} - (1-m) \left[\frac{\partial \ln H}{\partial \ln C} - (2+H-M^2) \right] \right\} \frac{d \ln C}{dx} - \frac{d \ln r_w}{dx}$$

$$C = \frac{u}{u_{\max}} = \left(1 - \frac{1}{(\gamma-1)M^2} \right)^{-1/2}, \quad \varphi = \frac{\delta^*}{(-a\kappa)m^2 H^*}$$

$$H^* = \frac{\delta^*}{\delta}, \quad H^{**} = \frac{\delta^{**}}{\delta}, \quad H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}$$

Здесь C — приведенная скорость внешнего потока на границе следа, m — формпараметр профиля скорости следа, $(-a\kappa)$ — эмпирическая постоянная, связанная с постоянной турбулентности в формуле Прандтля, δ , δ^* , δ^{**} — соответственно толщины слоя, вытеснения и потери импульса. Толщина вытеснения слоя $\delta^*(x)$ определяет взаимодействие слоя и потока.

В уравнениях (1) на каждой итерации толщина вытеснения $\delta^*(x)$ считается известной из расчета невязкого потока. В уравнениях (2) аналогично считается известной скорость или давление на границе следа $C(x)$ или $p(x)$. Соответственно изменяются граничные условия невязкого потока. При использовании уравнений (1) на границе невязкого потока задается распределение давлений $p(x)$ или $C(x)$, при использовании уравнений (2) задается граница невязкого потока $y(x) = r_w(x) - \delta^*(x)$.

Особенности уравнений (1) и (2) известны, не зависят от характера невязкого потока и связаны с обращением в нуль их определителей. Уравнения (1) имеют интегрируемую особенность типа седла в сечении записания следа, где $\Delta_2 = \Delta_3 = \Delta = 0$.

Соответствующее уравнение кривой записания $m(C) < 1$ имеет вид

$$(3) \quad \frac{\partial \ln H}{\partial \ln C} - (2+H-M^2) - \frac{m(2-m)}{(1-C^2)(1-m)} \frac{\partial \ln H}{\partial m} = 0$$

Уравнения (2) имеют неинтегрируемую особенность в критической точке $m=1$, характерную для задач теории пограничного слоя.

Таким образом, особенности уравнений (1) и (2) не совпадают и это позволяет использовать их попеременно.

От начального сечения ближнего следа D до его горловины O (фиг. 1) используются уравнения (1), обеспечивающие прохождение через критическую точку K ($m=1$); от критической точки K до кромки обечайки L при отсутствии повторного отрыва или до сечения сверхкритического прыжка S — уравнения (2), обеспечивающие прохождение через горловину следа $\Delta=0$; наконец, при наличии повторного отрыва, от его начала S до кромки сопла L — уравнения (1).

Начальные условия ближнего следа определяются как обычно из интегральных условий склеивания его с течением смещения в изобарической донной области за уступом в предположении непрерывности δ^* и δ^{**} — толщины вытеснения и потери импульса вязкой области, и сохранения массы газа в донной области с учетом вдува (отсоса) [4]. Из них получается известное уравнение для определения начального значения m_a [4] и новое уравнение для координаты сечения сшивки x_a

$$(4) \quad \frac{H^{**}(m, C)}{G(m, C)} = \frac{1+S}{1-B} = t, \quad r_w(r_w - y) - b s_0 H^{**}(1-C) \frac{H^*(m, C)}{G(m, C)} = 0$$

$$S = \frac{\delta_1^* f}{H^*(1, C) b s_0(x)}, \quad B = \frac{(\rho u)_2}{(\rho u)_1} [b H^{**}(1, C) s_0(x)]^{-1}$$

$$s_0(x) = \int_0^x y_0 \sqrt{1+y'^2} dx.$$

$$G = - \int_0^{\eta_*} \frac{\rho u}{(\rho u)_0} d\eta, \quad f(\eta_*) = m^{-1}$$

Здесь S — параметр начального пограничного слоя, B — параметр вдува, G — относительный расход возвратного течения в следе, $b=0.27(1-C^2/2)$ — коэффициент утолщения слоя смещения в донной области. Невязкое сверхзвуковое течение рассчитывается методом сквозного счета [5] по программе, описанной в [6].

Число узлов в поперечном сечении потока принималось обычно равным $i=30$ и удваивалось для проверки точности. Параметры в выходном сечении сопла предварительного расширения задавались как в течении из источника. В донной области давление на границе струи считалось постоянным. В области сильного взаимодействия на верхней границе потока задавалось полученное из уравнений (1) распределение давления $C(x)$ или $p(x)$, в области слабого взаимодействия верхняя граница потока отождествлялась с поверхностью контура вытеснения $y=r_w-\delta^*$.

Расчет течения сильного взаимодействия для заданной величины относительного донного давления $P_d=p_d/p_1$ начинается от сечения сшивки x_a и проводится итерациями [4]. По заданному в первом приближении распределению давлений вдоль ближнего следа определяется граница невязкой струи $y(x)$ и толщина тела вытеснения $\delta^*(x)=r_w(x)-y(x)$. Затем по уравнениям следа (1) вычисляется новое распределение давлений и так далее до сходимости итераций.

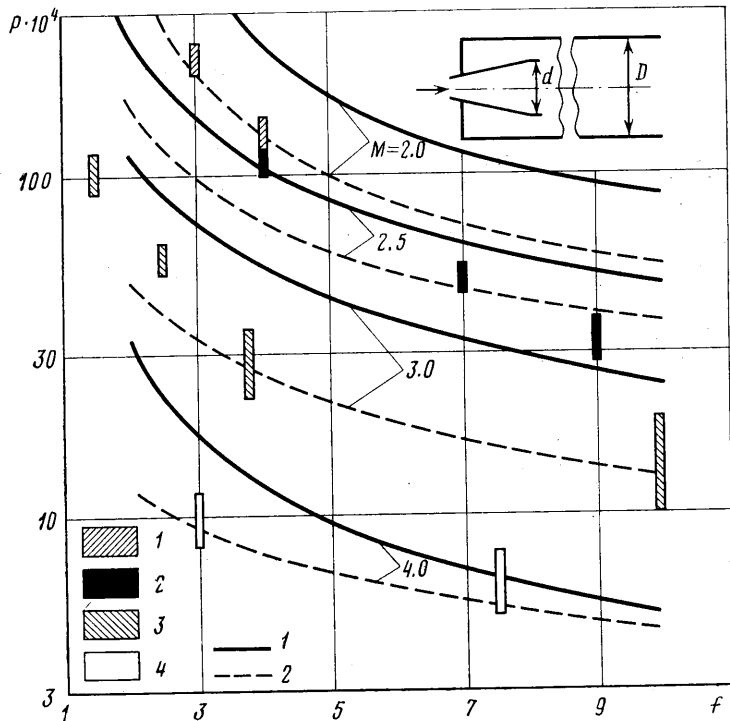
В случае, когда длина обечайки $l>l_*$, в зависимости от заданной величины донного давления получается два семейства интегральных кривых, что позволяет выделить величину донного давления в замкнутой донной области и начальный участок особой интегральной кривой. Для расчета каждой интегральной кривой требуется 3–5 итераций, за исключением интегральных кривых, расположенных вблизи особой кривой, где число итераций может возрастать вдвое вследствие возможного перехода интегральной кривой из одного семейства в другое (при постоянном донном давлении). Потребное время счета одной итерации на ЭВМ БЭСМ-6 составляло ~ 1 мин.

Для прохождения особой седловой точки после построения начального участка особой интегральной кривой переходим от уравнения вида (1) к виду (2). В случае

необходимости применяется экстраполяция особого решения через критическую точку $m=1$ вплоть до значений $m=0.95 \div 0.9$. После завершения итераций и построения особого решения вплоть до кромки обечайки проводится его сглаживание в окрестности, где имела место смена уравнений.

Первоначально для сравнения с известными экспериментальными данными [2, 3] было рассчитано относительное донное давление в длинной цилиндрической трубе, в начальном сечении которой расположено круглое сверхзвуковое коническое сопло меньшего диаметра.

Для заданного однопараметрического семейства сопл помимо угла полураствора θ и числа M в выходном сечении сопла определяющим параметром задачи является отношение площадей трубы и выходного сечения

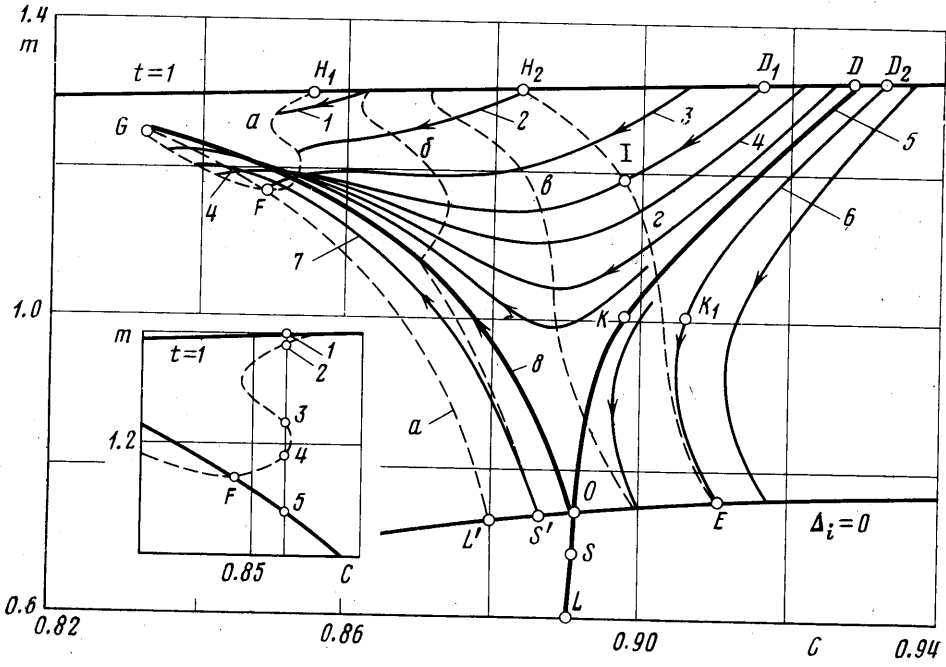


Фиг. 2

сопла $f = (D/d)^2$. Труба считается достаточно длинной, а противодействие достаточно малым для того, чтобы в конце трубы поток был сверхзвуковым. Тогда единственный устойчивый тип отрывного течения описывается особой интегральной кривой уравнений (1), соответствующей запертию следа в пределах первой бочки струи.

На фиг. 2 представлена двухпараметрическая зависимость безразмерного донного давления $P = p_d / p_0$ от степени расширения трубы f и числа M конического сопла с углом полураствора $\theta = 10^\circ$. Кривыми 1 показан расчет настоящей работы, кривыми 2 — обобщенные экспериментальные данные для цилиндрических эжекторов из работы [3], значками 1—4 — экспериментальные данные работы [2], полученные соответственно для чисел $M = 2.0, 2.5, 3.0, 4.6$. В целом удовлетворительное совпадение с экспериментом получается при прежнем значении эмпирической постоянной $(-ax) = 0.03$ [1, 4]. Толщина начального пограничного слоя принималась равной нулю, вдув отсутствовал, $S = B = 0, t = 1$.

Чтобы продемонстрировать возможности расчетной модели отрывного течения в условиях краевой задачи, было рассчитано течение в коническом сопле с внезапным расширением и профилированной приставкой. Число Маха в выходном сечении сопла предварительного расширения $M=3.6$, угол полураствора сопла $\theta=10^\circ$. Конфигурация и геометрические размеры уступа и обечайки приставки характеризуются координатами x, y конечных точек и углами наклона контура в них θ (фиг. 1): $A(0, 2.80, 10^\circ)$, $B(0, 3.60, 12^\circ)$, $L(4.20, 4.21, 5^\circ)$. Линейные размеры отнесены к радиусу критического сечения сопла.



Фиг. 3

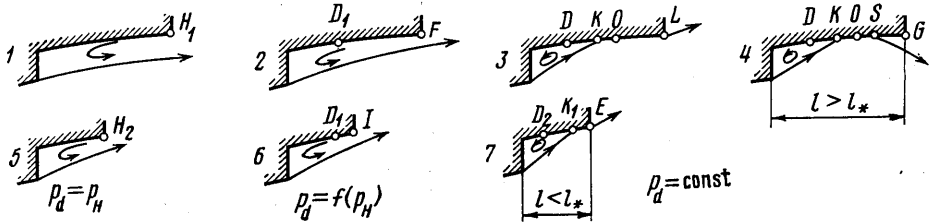
На фиг. 3 в плоскости mC представлены результаты интегрирования уравнений взаимодействия (в диапазоне значений относительного донного давления $p_d/p_1=0.08-1.2$), p_1 — давление на кромке сопла перед уступом. Обозначенные цифрами 1-4, 6 интегральные кривые получены по уравнениям (1) при значениях относительного донного давления p_d/p_1 , соответственно равных 1, 0.6, 0.3, 0.16, 0.1. Особая интегральная кривая DOL , обозначенная цифрой 5, соответствует значению $p_d/p_1=0.12$. Стрелками на кривых показано направление перемещения вдоль по потоку от начального сечения ближнего следа $t=1$ к кромке обечайки.

Кривые $a-g$ обозначают расстояние вдоль оси сопла от донного торца, соответственно равное 4.2, 3.1, 2.5, 2.0.

Все левые ветви интегральных кривых, ограниченные второй особой кривой OG , заканчиваются на отрезке H_1FG кривой a . Они описывают течения взаимодействия с разомкнутой донной областью. В данном случае расчетные течения взаимодействия определяются краевым условием, заключающимся в том, что на кромке приставки при $x=l$ давление равно давлению внешней среды $p=p_H$ или $C=C_H$. Эта краевая задача решается как задача с начальными данными. Величина донного давления $p_d/p_0=\pi(C_d)$ определяется абсциссой начальной точки интегральной кривой, расположенной на кривой начальных данных $t=1$. Соответствующее дав-

ление внешней среды $p_H/p_0 = \pi(C_H)$ определяется абсциссой C_H конечной точки интегральной кривой, расположенной на кривой a .

Как видно на фиг. 3, кривая a несколько раз пересекается вертикалями и, следовательно, одному и тому же значению C_H соответствуют несколько различных интегральных кривых. С другой стороны диапазон возможных значений C_H или значений противодавления p_H/p_0 , при которых реализуются полученные решения, ограничен: $C_H = 0.832 \div 0.853$. Отметим, что линии $a-g$, показанные на фиг. 3, определяют крайние условия для обечайки соответствующей длины. При укорочении обечайки до $l < l_*$, где l_* относится к горловине следа, течения взаимодействия описываются



Фиг. 4

также и правыми ветвями интегральных кривых, которые заканчиваются на линии заграждения $\Delta = 0$. В этом случае, однако, в зависимости от противодавления получаются однозначные решения.

Приведенные на фиг. 4 схемы поясняют расчетные формы и особенности отрывного течения в сопле с внезапным расширением. Схемы 1-4 относятся к соплу с длинной обечайкой ($l > l_*$), схемы 5-7 — к соплу с короткой обечайкой. Буквенные обозначения на схемах и в плоскости mc на фиг. 3 совпадают.

Схемы 1, 5 соответствуют предельному случаю отсутствия сильного взаимодействия в области отрыва, когда длина донной области равна длине обечайки. Схемы 2, 6 соответствуют случаю разомкнутой донной области, а схемы 3, 7 — замкнутой донной области. Схема 4 изображает отрывное течение в замкнутой донной области при наличии повторного отрыва.

Расчет течения с повторным отрывом в дальнем следе основывается на использовании модифицированной модели «сверхкритического прыжка» [7, 8] от заданных сверхкритических параметров следа к критическим, которые выражаются уравнением $\Delta = 0$ (3). Состояния слоя до прыжка и за ним изображаются на фиг. 3 соответственно точками S и S' .

Для определения параметров слоя в сечении S за прыжком δ_2 , m_2 , C_2 помимо уравнения (3) используются конечные уравнения расхода и импульсов, которые записываются в виде [8]

$$C_1 k_1 = C_2 \left[k_2 + K_p \frac{\varphi_2 \delta_1}{k_2 \delta_2} \right], \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{q(C_2)}{q(C_1)} \frac{\varphi_1/k_1}{\varphi_2/k_2}$$

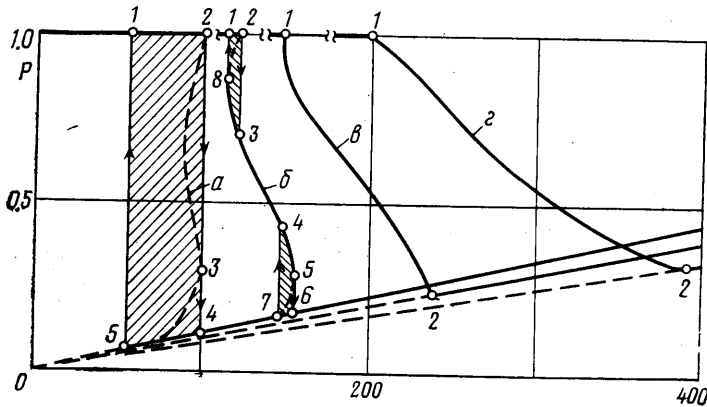
$$K_p = \frac{\pi_2 - \pi_1}{\gamma M_2^2 \pi_2}, \quad k = \frac{1 - H^* - H^{**}}{1 - H^*}, \quad \varphi = \frac{1 - H^* - H^{**}}{(1 - H^*)^2}$$

Здесь q , π — газодинамические функции, приведенные расход и давление. Индексом 1 обозначены известные параметры слоя в сечении S перед прыжком.

Течение сильного взаимодействия в области повторного отрыва, начиная от выбранного сечения x_s , рассчитывается итерациями с использова-

нием уравнений (1). Соответствующие интегральные кривые на фиг. 3 начинаются на кривой заширения $\Delta=0$ и заканчиваются на отрезке GFL' кривой a (например, линия 7).

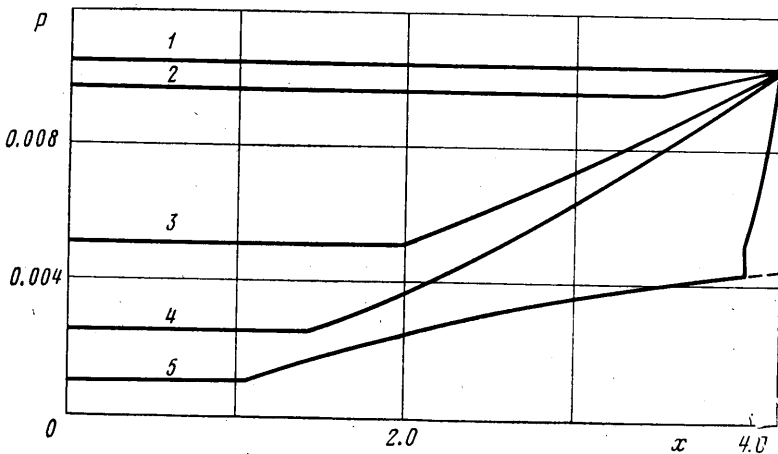
На фиг. 5 изображены построенные по фиг. 3 зависимости относительного донного давления $P=p_d/p_H$ от располагаемого отношения давлений



Фиг. 5

$\Pi=p_0/p_H$ для рассматриваемого сопла с обечайками различной длины. (Графики соответствуют кривым $a-g$ на фиг. 3.)

На этой фигуре показано три характерных вида перехода от разомкнутой к замкнутой донной области. Первый из них, показанный на графике a , реализуется в случае обечайки наибольшей длины, $l=4.2$. Здесь переход от режима 2, где струя не взаимодействует с обечайкой, к режиму 4



Фиг. 6

замкнутой донной области происходит разрывным образом практически при одном и том же располагаемом отношении давлений. Обратный переход $5-1$ сопровождается заметным гистерезисом. Все промежуточные виды течения взаимодействия, кроме возможного режима 3, не реализуются.

Другой вид перехода, показанный на графике b , реализуется в случае более короткой обечайки, $l=3.1$, и характеризуется наличием

двух областей гистерезиса. Соответствующая зависимость состоит из двух скачкообразных переходов и плавного участка. С увеличением Π последовательность смены режимов будет следующей: 1-2-3-4-5-6. При уменьшении Π реализуется другая последовательность: 6-7-4-3-8-1. В соответствии с результатами работ [1, 4] можно заключить, что прямой переход 5-6 и обратный переход 8-1 сопровождаются расходными пульсациями отрывного течения.

Наконец, третий и наиболее простой тип перехода реализуется в случае коротких обечаек, длина которых меньше длины ближнего следа до его горловины $l \leq 2.5$ (графики ϵ и ϵ). В этом случае относительное донное давление монотонно изменяется с изменением Π , причем величина донного давления в замкнутой донной области уже зависит от длины обечайки. Соответствующее отрывное течение описывается правыми ветвями на фиг. 3.

В качестве иллюстрации возможностей развитого метода приводятся пять расчетных распределений давления $P = p / p_0$ вдоль обечайки (фиг. 6), полученных решением краевой задачи при $C_H = 0.853$ ($\Pi = 95$). На фиг. 3 в крупном масштабе показаны конечные точки интегральных кривых в плоскости mC . В данном случае из пяти полученных решений реализуются только два, отмеченные цифрами 1 и 5, однако остальные могут характеризовать возможные амплитуды пульсаций донного давления.

Расчетные зависимости относительно донного давления в сопле с внешним расширением (фиг. 5) хорошо соответствуют наблюдаемым экспериментально.

Авторы признательны М. Я. Иванову за консультации по использованию программы [6] и З. А. Донсковой за помощь в оформлении работы.

Поступила
20 VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г. Ю., Гогош Л. В. Квазиодномерная газодинамика сопел ракетных двигателей. М., «Машиностроение», 1973.
2. Ваграменко Я. А., Пучкова А. Ф. К определению донного давления при истечении осесимметричной сверхзвуковой струи в канал. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 6.
3. Ефремов Н. Л., Тагиров Р. К. Расчет донного давления в эжекторных соплах различной длины при нулевом коэффициенте эжекции. Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 6.
4. Гогош Л. В., Покровский О. С. Расчет гистерезиса и расходных колебаний донного давления в сверхзвуковых кольцевых соплах. Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1.
5. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
6. Благодослов В. И., Иванов М. Я. Алгоритм и программа расчета двумерных сверхзвуковых течений идеального газа. Тр. ЦАГИ, 1975, вып. 1660.
7. Crocco L. Considerations of the shock-boundary layer interaction. Proc. Conf. High-Speed Aeronaut. Brooklyn, Polytechn. Inst., 1955.
8. Гогош Л. В. Приближенный расчет критических давлений присоединения и отрыва турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 4.