МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 3 · 1979

УДК 532.4

ОЦЕНКА КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ ПУЛЬСАЦИЯМИ ДАВЛЕНИЯ И ДИВЕРГЕНЦИИ СКОРОСТИ В ДОЗВУКОВЫХ ПОТОКАХ ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТИ

В. Р. КУЗНЕЦОВ

(Москва)

В потоках с переменной плотностью в уравнении энергии турбулентности содержится большое количество корреляций, о которых в настоящее время имеется мало сведений [1]. Одной из наименее изученных является корреляция между давлением и дивергенцией скорости. Обычно эта корреляция не учитывается [2, 3].

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы оценить пульсации дивергенции скорости и ее корреляцию с пульсациями давления в дозвуковом турбулентном потоке с переменной плотностью. Рассмотрены три случая: 1) смешение газов, обладающих разной плотностью, 2) диффузионное горение, 3) горение гомогенной смеси. Предполагается, что число Маха мало, число Рейнольдса велико, коэффициенты молекулярной диффузии и температуропроводности равны, внешние силы отсутствуют.

1. В принятых предположениях при отыскании плотности давление можно считать постоянным и равным среднему. Поэтому плотность зависит только от температуры и концентраций. Кроме того, уравнения диффузии и теплопроводности подобны. Обычно подобны также начальные и граничные условия. В силу этого плотность однозначно определяется концентрацией какого-нибудь одного компонента. Существенно, что в первых двух случаях плотность выражается через концентрацию инертного (не принимающего участия в реакции) компонента. Предполагается, что эта зависимость заранее известна. Проиллюстрируем ее качественный характер в предположении о том, что мольные теплоемкости всех газов одинаковы и не зависят от температуры. При смешении без реакции, пользуясь подобием полей энтальпии и массовой концентрации, находим

$$\rho(z)=(Az+B)^{-1} \tag{1.1}$$

Здесь ρ — плотность, z — концентрация инертного компонента, A, B — постоянные, выражающиеся через среднее давление, молекулярные веса и начальные температуры смешивающихся газов. Конкретные значения этих постоянных для дальнейшего не существенны.

Для описания диффузионного горения воспользуемся результатами [4]. Если теплоемкость всех газов не зависит от температуры, получаем

$$\rho(z)=\frac{\rho_s\rho_0}{\rho_s+(\rho_0-\rho_s)z/z_s} \quad (z<z_s), \tag{1.2}$$

$$\rho(z)=\frac{\rho_s\rho_1}{\rho_s+(\rho_1-\rho_s)(1-z)/(1-z_s)} \quad (z>z_s)$$

$$z=(Lc_1-c_0+1)(1+L)^{-1}, \quad z_s=(1+L)^{-1}$$

Здесь индексы соответствуют: 1 — горючему, 0 — окислителю, s — продуктам сгорания стехиометрической смеси; c — концентрация, L — стехиометрический коэффициент. Фронт пламени описывается уравнением $z=z_s$. При $z=z_s$ из-за тепловыделения зависимость $\rho(z)$ имеет излом.

В дальнейшем часто придется осреднять зависимости вида $K=\nu f(\varphi, \psi)(\partial\varphi/\partial x_l)(\partial\psi/\partial x_l)$, где ν — коэффициент кинематической вязкости, f — некоторая функция, x — координата, а под величинами φ и ψ понимается скорость, концентрация или давление. Сформулируем гипотезу, которой будем пользоваться при осреднении таких зависимостей. Обезразмерим все переменные: координату x отнесем к интегральному масштабу турбулентности, а величины φ и ψ к их среднеквадратичным значениям. При очень больших числах Рейнольдса величины φ и ψ определяются крупномасштабными возмущениями, а величины $(\partial\varphi/\partial x_l)$ и $(\partial\psi/\partial x_l)$ — мелкомасштабными. Поэтому исходя из теории локально-однородной турбулентности [5, 6] можно предположить, что величины, зависящие от крупномасштабных возмущений, статистически не связаны с величинами, определяющимися движением наиболее мелких вихрей. Выражаясь точно, предполагается, что величину $\partial\varphi/\partial x_l$ можно представить в виде

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x_l}=\sqrt{\mathrm{Re}}\,Q_l+q_l,\quad \langle Q_l^2\rangle\sim 1$$

$$\lim_{\mathrm{Re}\to\infty}\frac{\langle q_l^2\rangle}{\sqrt{\mathrm{Re}}}=0,\quad \langle Q_l f(\varphi)\rangle=0$$

Эта гипотеза справедлива для любой области течения, в которой число Рейнольдса, построенное по локальным характеристикам турбулентности, велико. Следует иметь в виду, что при наличии перемежаемости в потоке возникают области, занятые потенциальным течением, в которых локальное число Рейнольдса мало. В этих областях $(\partial\varphi/\partial x_l)\sim 1$, т. е. существенно меньше, чем значения $(\partial\varphi/\partial x_l)$ в турбулентной жидкости. Поэтому $\langle K\rangle=\gamma\langle\nu f(\partial\varphi/\partial x_l)(\partial\psi/\partial x_l)\rangle_t$, где индекс t означает, что осреднение проводится по турбулентной жидкости, а γ — коэффициент перемежаемости. Именно для такого осреднения и справедлива сформулированная гипотеза. Используя ее, получаем

$$\langle K\rangle=\gamma\left\langle\nu\frac{\partial\varphi}{\partial x_l}\frac{\partial\psi}{\partial x_l}\right\rangle_t\langle f\rangle_t=\left\langle\nu\frac{\partial\varphi}{\partial x_l}\frac{\partial\psi}{\partial x_l}\right\rangle\langle f\rangle_t \tag{1.3}$$

Величина $\langle K\rangle$, очевидно, порядка единицы. Гипотеза (1.3) будет использоваться также и в случае, когда в величину K входят производные более высокого порядка.

Принятая гипотеза использовалась в [7, 8] при выводе уравнений для распределения вероятностей скорости и концентрации. В [9] содержатся отдельные экспериментальные результаты, подтверждающие принятое предположение.

2. Случаи смешения и диффузионного горения принципиально не отличаются один от другого, так как в диффузионном пламени химические превращения лимитируются процессами смешения. Поэтому их целесообразно анализировать вместе. Уравнения неразрывности и диффузии имеют вид

$$\begin{gathered}\frac{\partial\rho}{\partial t}+u_i\frac{\partial\rho}{\partial x_i}+\rho d=0,\quad d=\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\\ \rho\frac{\partial z}{\partial t}+u_i\frac{\partial z}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_l}\left(D\rho\frac{\partial z}{\partial x_l}\right)\end{gathered}\tag{2.1}$$

Здесь t — время, $\mathbf{u}$ — скорость, D — коэффициент молекулярной диффузии. Поскольку ρ однозначно определяется величиной z, то из (2.1) можно исключить $\partial\rho/\partial t$ и $\partial z/\partial t$. Имеем

$$d=-\frac{1}{\rho^2}\frac{d\rho}{dz}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(D\rho\frac{\partial z}{\partial x_i}\right)$$

$$\langle d\rangle=-\frac{\partial}{\partial x_i}\left\langle\rho^{-1}\frac{d\rho}{dz}D\frac{\partial z}{\partial x_i}\right\rangle-\left\langle\rho N\frac{d^2\rho^{-1}}{dz^2}\right\rangle,\quad N=D\left(\frac{\partial z}{\partial x_i}\right)^2$$

Первый член в правой части (2.2) описывает перенос осредненных параметров молекулярной диффузией. При больших числах Рейнольдса он несуществен и в дальнейшем не учитывается. Для случая смешения без химических реакций из (1.1) и (2.2) получаем $\langle d\rangle=0$. В качестве примера такого течения можно привести зону смешения между холодным потоком воздуха и нагретым (например, до 1000° K) потоком водорода. Здесь, несмотря на то что плотность меняется почти в 50 раз, дивергенция средней скорости равна нулю. Эта формула получена ранее [10, 11] в рамках полуэмпирической теории турбулентности. Здесь только показано, что этот результат не зависит от конкретной аппроксимации неизвестных членов, содержащихся в осредненных уравнениях.

При произвольной зависимости $\rho(z)$ из (1.3) и (2.2) имеем

(2.3) $$\langle d\rangle=-\langle N\rangle\left\langle\rho\frac{d^2\rho^{-1}}{dz^2}\right\rangle_t=-\langle N\rangle\int\rho\frac{d^2\rho^{-1}}{dz^2}P_t(z)\,dz$$

Здесь P_t — плотность распределения вероятностей концентрации в турбулентной жидкости. Если рассматривается случай диффузионного горения, то из (1.2) получаем

(2.4) $$\frac{d^2\rho^{-1}}{dz^2}=-z_s^{-1}\rho_s^{-1}\delta(z-z_s)$$

В этой формуле учтено, что обычно $\rho_s\ll\rho_0$, $\rho_s\ll\rho_1$, $z_s\ll1$. Из (2.3), (2.4) находим $\langle d\rangle=z_s^{-1}\langle N\rangle P_t(z_s)$.

Таким образом, дивергенция средней скорости пропорциональна скалярной диссипации и вероятности наблюдения фронта пламени. Отсюда видно, что основной вклад в дивергенцию средней скорости вносит химическая реакция (параметр N характеризует поток горючих компонентов к зоне реакции). В отсутствие реакции имеем $\langle d\rangle=0$.

Оценим теперь величину $\langle d^2\rangle$. В первом приближении будем считать $D\rho=\text{const}$ (в неизотермическом потоке величина $D\rho$ пропорциональна корню квадратному из температуры и меняется не очень сильно). Из (1.3), (2.2) находим $\langle d^2\rangle=\langle(d\ln\rho/dz)^2\rangle\langle D^2(\Delta z)^2\rangle$. В силу [5, 6] величина $\beta=\langle D^2(\Delta z)^2\rangle$ может зависеть только от D, ν, N и $\varepsilon=\langle\nu(\partial u_i/\partial x_l)^2\rangle$. Учитывая, что имеется следующая группа преобразований $z\to kz$, $\langle N\rangle\to k^2\langle N\rangle$, $\beta\to k\beta^2$, заключаем, что $\beta\sim\langle N\rangle$. Тогда из соображений размерности находим

$$\langle d^2\rangle=\left\langle\left(\frac{d\ln\rho}{dz}\right)^2\right\rangle\langle N\rangle\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\nu}}F\left(\frac{D}{\nu}\right)$$

Видно, что $\langle d^2\rangle\to\infty$ при $\mathrm{Re}\to\infty$, т. е. пульсации дивергенции скорости очень велики. Это свидетельствует о том, что существует дополнительная диссипация энергии, связанная с пульсациями дивергенции скорости. Однако поскольку $\langle d^2\rangle\sim\sqrt{\mathrm{Re}}$, то диссипация, связанная с пульсациями дивергенции скорости, при смешении и при диффузионном горении мала (порядка $\mathrm{Re}^{-1/2}$).

3. Оценим теперь корреляцию между пульсациями давления и дивергенции скорости. По-прежнему рассмотрим смешение без реакций и диффузионное горение. Из (2.2) имеем

$$\langle pd\rangle = +\frac{\partial}{\partial x_l}\left\langle p\frac{d\rho^{-1}}{dz}D\rho\frac{\partial z}{\partial x_l}\right\rangle - \left\langle D\rho\frac{d\rho^{-1}}{dz}\frac{\partial p}{\partial x_l}\frac{\partial z}{\partial x_l}\right\rangle - -\left\langle \rho p\frac{d^2\rho^{-1}}{dz^2}N\right\rangle \tag{3.1}$$

Здесь p — разность между давлением и его средним значением. Первый член в правой части (3.1) описывает перенос осредненных параметров молекулярной диффузией. При больших числах Рейнольдса он мал. Второй член в силу (1.3) приобретает вид

$$\left\langle D\rho\frac{d\rho^{-1}}{dz}\frac{\partial p}{\partial x_l}\frac{\partial z}{\partial x_l}\right\rangle - \left\langle\frac{d\ln\rho}{dz}\right\rangle\left\langle D\frac{\partial p}{\partial x_l}\frac{\partial z}{\partial x_l}\right\rangle \tag{3.2}$$

Корреляция между градиентом давления и градиентом концентрации определяется наиболее мелкими вихрями с размером порядка $\eta = \nu^{3/4}\varepsilon^{-1/4}$; разность концентрации на расстояниях порядка η — величина, примерно равная $|\partial z/\partial x_l|\eta \sim \mathrm{Re}^{-1/4}$. Поэтому и разность плотностей на таких расстояниях порядка $\mathrm{Re}^{-1/4}$. Таким образом, можно считать, что течение локально-несжимаемо. Это указывает на то, что корреляция между $\partial p/\partial x_l$ и $\partial z/\partial x_l$ такая же, как и в несжимаемой жидкости. Тогда, умножая уравнение Навье — Стокса на $\partial z/\partial x_l$ и осредняя полученное соотношение, имеем

$$\left\langle\frac{\partial z}{\partial x_l}\frac{\partial u_l}{\partial t}\right\rangle + \left\langle u_k\frac{\partial z}{\partial x_l}\frac{\partial u_l}{\partial x_k}\right\rangle = -\frac{1}{\rho}\left\langle\frac{\partial p}{\partial x_l}\frac{\partial z}{\partial x_l}\right\rangle + +\nu\left\langle\frac{\partial z}{\partial x_l}\Delta u_l\right\rangle \tag{3.3}$$

В это соотношение входят только корреляции между производными — величинами, которые определяются наиболее мелкими вихрями. В силу [5, 6] можно считать, что статистические характеристики таких вихрей однородны, изотропны и стационарны. Тогда получаем

$$\left\langle\frac{\partial z}{\partial x_l}\frac{\partial u_l}{\partial t}\right\rangle = \frac{\partial^2 R_l(0,0)}{\partial r_l\partial\tau}, \quad \left\langle\frac{\partial z}{\partial x_l}\Delta u\right\rangle = = \frac{\partial^3 R_l(0,0)}{\partial r_l\partial r_k^2}, \quad R_l(\mathbf{r},\tau) = \langle z(\mathbf{x},t)u_l(\mathbf{x}+r, t+\tau)\rangle$$

В изотропной турбулентности при отсутствии пульсации плотности имеем $R_l=0$. Поэтому обе рассмотренные корреляции равны нулю. Учитывая (1.3), имеем $\langle u_k(\partial z/\partial x_l)(\partial u_l/\partial x_k)\rangle = \langle u_k\rangle(\partial^2 R_l\partial r_l\partial r_k) = 0$.

Тогда из (3.3) получаем

$$\left\langle\frac{\partial p}{\partial x_l}\frac{\partial z}{\partial x_l}\right\rangle = 0 \tag{3.4}$$

Отметим, что этот результат справедлив асимптотически при $\mathrm{Re}\to\infty$. Из (1.3), (3.1), (3.4) находим

$$\langle pd\rangle = -\left\langle p\rho\frac{d^2\rho^{-1}}{dz^2}N\right\rangle = -\left\langle p\rho\frac{d^2\rho^{-1}}{dz^2}\right\rangle_t\langle N\rangle \tag{3.5}$$

Пусть химическая реакция отсутствует. Тогда из (1.1), (3.5) вытекает, что $\langle pd\rangle = 0$, т. е. при смешении без реакции корреляция между пульсациями давления и дивергенции скорости отсутствует.

Рассмотрим диффузионное горение. Из (2.4), (3.5) имеем

(3.6) $\langle pd\rangle=-z_s^{-1}\langle N\rangle\langle p\rangle_s P_t(z_s)$.

Величина $\langle p\rangle_s$ – значение пульсаций давления (отклонения от среднего значения), осредненных по таким промежуткам времени, когда в точке наблюдения находится фронт пламени. В отличие от безусловно осредненного значения $\langle p\rangle$ эта величина, вообще говоря, не равна нулю. Оценим безразмерное отношение $g=\langle pd\rangle/\langle\rho\rangle\varepsilon$ для случая горения в затопленной осесимметричной струе. Рассмотрим точку на оси факела, в которой $\langle z\rangle=z_s$.

Имеющиеся экспериментальные данные [12] свидетельствуют о том, что на оси диффузионного факела, так же как на оси изотермической струи, пульсации газодинамических параметров малы. Поэтому в первом приближении $\langle\rho\rangle=\rho_s$. Для величины $\langle p\rangle_s$ примем оценку $\langle p\rangle_s\sim\rho_s v^2$, $v^2=\langle u-\langle u\rangle^2\rangle$, т. е. предположим, что в данной точке появление фронта пламени сопровождается одинаковыми по знаку отклонениями от среднего давления, которые по порядку величины равны разности средних статических давлений в факеле. Для оценки величин ε, $P_t(z_s)$ воспользуемся выдвинутой в [13] гипотезой, согласно которой можно считать, что диффузионный факел эквивалентен не горящей струе топлива, вытекающей в атмосферу продуктов сгорания стехиометрической смеси.

Справедливость этой гипотезы обусловлена тем, что $z_s\ll 1$, и поэтому на большей части факела фронт пламени располагается на краю струи. Будем также считать, что течение в факеле приблизительно автомодельно. Эти предположения позволяют воспользоваться зависимостями, экспериментально полученными в изотермической струе. При этом следует внести лишь одну поправку: заменить диаметр сопла d_0 на величину $d_l=d_0\sqrt{\rho_1/\rho_s}$. Для величины ε воспользуемся формулой $\varepsilon=48d_l^3u_1^3x^{-4}$ [14]. Величина $\langle N\rangle$ оценена в [8] по экспериментальным данным [15]. Имеем $\langle N\rangle=9u_1d_l^3x^{-4}$. Распределение вероятностей концентрации близко к нормальному [8]. Учитывая, что $\langle z\rangle=z_s$, получаем $P(z_s)=0.4/\langle(z-\langle z\rangle)^2\rangle^{1/2}$. Примем также, что интенсивность пульсаций скорости и концентрации порядка 20%, а распределения средней скорости и концентрации даются известными зависимостями $\langle u\rangle=6.4u_1d_l/x$.

Тогда получаем $g=2\cdot10^{-2}$. Эта оценка в первом приближении справедлива и для всего факела. Сказанное обусловлено тем, что распределения параметров N и ε примерно одинаковы. Видно, что в рассмотренном конкретном случае корреляция $\langle pd\rangle$ мала и не играет существенной роли. Отметим, что в дозвуковых потоках отсутствует непосредственная связь между пульсациями давления и появлением фронта пламени. Это связано с тем, что появление диффузионного фронта пламени зависит от условий смешения и по существу обусловлено локально-действующими причинами. Пульсации давления определяются не локальными условиями и зависят от распределения скорости и концентрации во всем поле течения. Поэтому трудно ожидать, что фронт пламени, который в рассматриваемом приближении есть изоскалярная поверхность, должен располагаться в тех областях потока, в которых давление выше или ниже среднего уровня.

Таким образом, можно считать (и проведенные оценки подтверждают сказанное), что при смешении без химических реакций и при диффузионном горении корреляции между пульсациями давления и дивергенции скорости несущественны.

4. Рассмотренные выше случаи смешения без горения и диффузионного горения качественно не отличаются один от другого. Это обусловлено тем, что геометрические масштабы динамического и скалярного поля – величины одного порядка. В этом смысле горение гомогенной смеси в турбулентном потоке является особым случаем. В ламинарном потоке тепловая толщина фронта пламени порядка $D/u_n\sim0.1-1$ *мм*. Здесь u_n – скорость нормального распространения пламени. В потоке с достаточно большим масштабом турбулентности тонкий «ламинарный» фронт пламени будет искривленным, а его толщина будет существенно меньше масштаба турбулентности. Если сделать дополнительное предположение о том, что тепловая толщина фронта пламени много меньше колмогоровского масштаба η, то фронт пламени можно рассматривать как скачок плотности (обычно величина $D/u_n\eta$ порядка $0.1-5$).

Во фронте пламени скачком меняется давление и скорость. Скачкообразное изменение давления дает дополнительный вклад в корреляцию

$\langle pd \rangle$, а скачкообразное изменение скорости приводит к дополнительной диссипации энергии турбулентности. Оба эффекта удобно анализировать совместно. Для простоты рассмотрим горение заранее перемешанной смеси в некотором объеме, в котором средняя скорость равна нулю, а масштаб турбулентности существенно меньше характерного размера системы. Будем предполагать, что турбулентность однородна, а в начальный момент времени смесь поджигается в статистически однородно расположенных точках. Полученные при рассмотрении такой задачи результаты легко обобщаются на произвольный случай.

Выберем некоторую точку, расположенную на фронте пламени, и перейдем в систему координат, случайным образом движущуюся с этой точкой. В силу того что фронт пламени очень тонкий, в этой системе координат уравнения движения и неразрывности имеют вид

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial n} = -\frac{\partial p}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial n}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial n}\right), \quad \frac{\partial \rho u}{\partial n} = 0$$

Здесь n — нормаль к фронту пламени, u — компонента скорости, нормальная пламени, μ — коэффициент динамической вязкости. Интегрируя эти уравнения, получаем

$$\rho_0 u_n (u - \theta u_n) = -p + \mu \frac{\partial u}{\partial n} + p_1, \quad \rho u = \rho_0 u_n, \quad \theta = \frac{\rho_0}{\rho_1} \tag{4.1}$$

Здесь индекс 0 относится к свежей смеси, 1 — к продуктам сгорания. Величина p_1 — «константа» интегрирования; на самом деле это величина, которая случайным образом меняется вдоль пламени. Расстояния, на которых происходит существенное изменение этой величины, много больше D/u_n. Очевидно, что p_1 — давление (точнее, разность между давлением и безусловно осредненным значением давления). Умножим (4.1) на дивергенцию скорости, которая в выбранной системе координат равна $\partial u/\partial n$, и полученный результат проинтегрируем по всему объему, т. е. осредним. Поскольку $\partial u/\partial n$ отлично от нуля только в очень узкой зоне, то интегрирование можно провести в два этапа: сначала проводится интегрирование по нормали к пламени, а затем по всей поверхности пламени S (в данном случае эта поверхность не односвязна). Имеем

$$\begin{gathered} \int p_1 \frac{\partial u}{\partial n} dn = p_1 u_n (\theta - 1) \\ \int \rho_0 u_n (u - \theta u_n) \frac{\partial u}{\partial n} dn = -\frac{1}{2} \rho_0 u_n^3 (\theta - 1)^2 \end{gathered} \tag{4.2}$$

Из (4.1), (4.2) после интегрирования по поверхности S имеем

$$\langle (p - \mu d) d \rangle = \left[\frac{1}{2} \rho_0 u_n^3 (\theta - 1)^2 + \langle p \rangle_s u_n (\theta - 1) \right] \frac{S}{V} \tag{4.3}$$

Здесь V — объем рассматриваемой области, $\langle p \rangle_s$ — значение пульсации давления, осредненное по поверхности пламени. Появление этого параметра обусловлено тем, что интегрирование p_1 по S эквивалентно условному осреднению по поверхности пламени. Найдем величину S/V, для чего проанализируем массовый баланс продуктов сгорания. Скорость продуктов сгорания относительно фронта пламени есть θu_n, а общий приток массы продуктов сгорания равен $\rho_1 u_n \theta S$. Введем величину γ — вероятность наблюдения продуктов сгорания. В данном случае γ — отношение объема областей, занятых продуктами сгорания, к общему объему системы. В терминах теории турбулентности $1-\gamma$ — коэффициент перемежаемости, а в терминах теории горения γ — полнота сгорания. Очевидно, что

$$\rho_1 V\frac{\partial\gamma}{\partial t}=\rho_1 u_n\theta S \tag{4.4}$$

Из (4.3), (4.4) имеем

$$\langle(p-\mu d)d\rangle=\theta^{-1}\left[\langle p\rangle_s(\theta-1)+\frac{1}{2}\rho_0 u_n^2(\theta-1)^2\right]\frac{\partial\gamma}{\partial t} \tag{4.5}$$

Если турбулентность неоднородна, то качественная структура формулы (4.5) не меняется. При этом следует учесть, что (4.4) — уравнение неразрывности, осредненное по областям, занятым продуктами сгорания. В правой части этого соотношения содержится член, который возникает при условном осреднении; он учитывает приток массы продуктов сгорания через фронт пламени. В общем случае уравнение неразрывности, осредненное по продуктам сгорания, имеет вид

$$V\left[\frac{\partial\gamma}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\langle u_j\rangle_1\gamma)\right]=u_n\theta S$$

Здесь $\langle u_j\rangle_1$ — значение скорости, осредненное по таким промежуткам времени, в течение которых в данной точке наблюдаются продукты сгорания. Тогда (4.5) приобретает вид

$$\langle(p-\mu d)d\rangle=\theta^{-1}\left[\langle p\rangle_s(\theta-1)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\rho_0 u_n^2(\theta-1)^2\right]\left[\frac{\partial\gamma}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\langle u_j\rangle_1\gamma)\right] \tag{4.6}$$

Величина, стоящая в правой части (4.6), описывает два процесса: изменение кинетической энергии турбулентности в результате случайных расширений жидкости, диссипацию энергии турбулентности, которая обусловлена скачком скорости на фронте пламени. Величина $w=\partial\gamma/\partial t+$ $+\partial/\partial x_j(\langle u_j\rangle_j\gamma)$ описывает среднюю скорость горения в данной точке. Она существенно положительна (продукты сгорания не могут превращаться в свежую смесь). Величина $\langle u_j\rangle_1$, вообще говоря, не равна безусловно осредненной скорости потока. Особенно заметных отличий можно ожидать при горении в ограниченном объеме, например в проточной камере сгорания. В этом случае возникающий градиент давления по-разному ускоряет тяжелую и легкую жидкости (соответственно свежую смесь и продукты сгорания). Поэтому можно ожидать, что $\langle u_j\rangle_1>\langle u_j\rangle$.

В (4.6) член, пропорциональный $\rho_0 u_n^2$, описывает увеличение энергии турбулентности из-за ускорения потока при прохождении через пламя. Менее ясна физическая природа члена, пропорционального $\langle p\rangle_s$. Величина $\langle p\rangle_s$ возникла при осреднении разности давления в продуктах сгорания и безусловно осредненного давления. Напомним, что величина $\langle p\rangle_s$ фигурирует также и в соотношении (3.5), которое описывает корреляцию между давлением и дивергенцией скорости в диффузионном пламени.

Несмотря на различную форму, структуры соотношений (3.5) и (4.6) похожи. Это связано с тем, что в обоих случаях искомая корреляция связана с интенсивностью горения. В обоих случаях увеличение интенсивности горения приводит к возрастанию воздействия на турбулентность. В диффузионном пламени интенсивность горения существенно меньше, чем при горении заранее перемешанной смеси. В этом случае, как показала оценка, корреляция $\langle pd\rangle$ мала. Иная картина, по-видимому, должна наблюдаться при горении гомогенной смеси.

Рассмотрим горение стехиометрической бензино-воздушной смеси при нормальном давлении и начальной температуре 440 K (u_n=86 *см/сек*, θ=5.1) в трубе квадратного сечения 5×5 *см*^{2} при средней скорости подачи смеси 50 *м/сек* [16]. Оценим безразмерную величину $g=\langle(p-\mu d)d\rangle/\rho_0\varepsilon$, где ε – диссипация энергии в свежей смеси перед началом зоны горения. Положим $\langle p\rangle_s=\rho_0 v^2$ (v – пульсационная скорость в свежей смеси). Имеем $\theta^{-1}\partial\langle u\rangle_1\gamma/\partial x\sim u_0/L_0$, где L_0 – длина зоны горения; в опытах [16] L_0=90 *см*. Воспользовавшись данными [17], имеем v=250 *см/сек*, $\varepsilon=1.3\cdot10^7$ *см*^{2}/*сек*^{3} (Re=$8\cdot10^4$; параметры v и ε рассчитаны для центральной части канала). Получаем $g\approx1$, т. е. корреляция между пульсациями давления и дивергенции скорости существенна.

В настоящее время нельзя дать точную оценку корреляции $\langle pd\rangle$ при горении однородной смеси, так как о величине $\langle p\rangle_s$ имеется мало сведений. Для решения вопроса необходимы дальнейшие исследования, прежде всего экспериментального характера. Из (4.6) видно, что для измерения искомой корреляции достаточно измерить давление во фронте пламени. Для этой цели могут служить датчики давления и температуры, причем второй датчик служит лишь детектором фронта пламени и к его характеристикам можно не предъявлять жестких требований. Это обстоятельство существенно упрощает проведение измерений.

Поступила 29 III 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика, ч. 1. М., «Наука», 1965.
2. *Либрович В. Б., Лисицын В. И.* Взаимодействие пульсаций потока с химической реакцией турбулентного пламени. М., 1975 (Препринт ИПМ № 57).
3. *Bray K. N. C., Libby P. A.* Interaction effects in turbulent premixed flames. Phys. Fluids, 1976, vol. 19, No. 11.
4. *Кузнецов В. Р., Лебедев А. Б., Секундов А. Н., Смирнова И. П.* Расчет турбулентного диффузионного факела горения с учетом пульсаций концентрации и архимедовых сил. Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1.
5. *Колмогоров А. Н.* Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. Докл. АН СССР, 1941, т. 30, № 4.
6. *Обухов А. М.* Структура температурного поля в турбулентном потоке. Изв. АН СССР, Сер. геогр. и геофиз., 1949, т. 13, № 1.
7. *Кузнецов В. Р.* О плотности вероятности разности скоростей в двух точках однородного, изотропного турбулентного потока. ПММ, 1976, т. 31, вып. 6.
8. *Кузнецов В. Р.* Вероятность концентрации пассивной примеси в турбулентных потоках с поперечным сдвигом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 5.
9. *Кузнецов В. Р., Расщупкин В. И.* Распределение вероятностей и условное осреднение в турбулентных потоках. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
10. *Szablewski W.* Turbulente Vermischung heisser Gasstrahlen mit umgebender Luft. Ingr arch., 1965, Bd 34, H. 2.
11. *Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П.* Турбулентное смешение газовых струй. М., «Наука», 1974.
12. *Lockwood F. C., Odidi A. O. O.* Measurement of mean and fluctuating temperature and of ion concentration in round free-jet turbulent diffusion and premixed flames. 15th Sympos. (Intern.) Combust. Tokyo, 1974. Pittsburg, Pa, 1974.
13. *Kremer H.* Strömung und Mischung in frei brennenden diffusions Flammen. VDI-Bericht, 1966, No. 95.
14. *Corrsin S., Uberoi M. S.* Spectra and diffusion in a round turbulent jet. NACA, Rept., 1951, № 1040.
15. *Freihe C. A., Van Atta C. W., Gibson C. H.* Jet turbulence: dissipation rate and correlation, AGARD Conference proceedings on turbulent flows, No. 93, Techn. Ed. and reproduction Ltd, 1972.
16. *Кузин А. Ф., Янковский В. М., Аполлонов В. Л., Талантов А. В.* Влияние начальной температуры на основные характеристики горения в турбулентном потоке однородной смеси. В кн. «Горение и взрыв». М., «Наука», 1972.
17. *Laufer J.* Investigation of turbulent flow in two-dimensional channel. NACA. Rept., 1951, No. 1052.