

чисел Маха набегающего потока (прямая 1 — соответствует $M_\infty=2.1$, прямая 2 — $M_\infty=2.9$, прямая 3 — $M_\infty=3.7$). Из рассмотрения этой фигуры следует также, что величина отхода головного скачка уплотнения от стенки пропорциональна \sqrt{n} , что соответствует результатам [1], где показано, что геометрические размеры струи, вдуваемой в сверхзвуковой поток, также пропорциональны \sqrt{n} .

Аналогичные результаты по положению головного скачка уплотнения были получены и в других сечениях при $x>0$.

Поступила 12 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдучевский В. С., Медведев К. И., Полянский М. Н. Взаимодействие сверхзвукового потока с поперечной струей, вдуваемой через круглое отверстие в пластине. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 5.
2. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.
3. Авдучевский В. С., Медведев К. И. Физические особенности течения в области отрыва при трехмерном взаимодействии пограничного слоя с ударной волной. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.

УДК 533.6.011.55+539.3

ДЕФОРМАЦИЯ ОБОЛОЧКИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА ГАЗА

Н. М. БЕЛЯЕВ, В. К. ХРУЩ

(Днепропетровск)

Задачи аэроупругости могут быть разделены на две группы: задачи статической аэроупругости, в которых силы инерции, обусловленные деформациями, малы по сравнению с аэродинамическими силами; динамические задачи, в которых учитываются аэродинамические и инерционные силы, воздействующие на конструкцию.

Современное состояние исследований и библиография работ по динамической аэроупругости приведены в [1]. Работы по статической аэроупругости посвящены в основном исследованиям изгибно-крутильной дивергенции крыла, дивергенции крыла с элероном и влияния деформации крыла на распределение нагрузки и летные характеристики [2, 3]. В [4] определяется форма деформируемой поверхности мембраны в гиперзвуковом потоке газа, где для расчета давления на наветренной стороне используется формула Ньютона.

В данной работе рассматривается задача о влиянии статической деформации тонкой оболочки клина и конуса на аэродинамическое сопротивление при сверхзвуковом полете. Решается «связанная» задача, где форма деформируемой поверхности не известна заранее, а определяется одновременно при численном решении неупрощенных уравнений газовой динамики. Целью данной работы было определение зависимости дополнительной величины волнового сопротивления деформируемой поверхности конуса и клина в зависимости от толщины оболочки и размера миделевого сечения.

1. Рассматривается деформация тонкой конической оболочки и плоской панели, защемленной у передней и задней кромок (фиг. 1), при обтекании сверхзвуковым потоком невязкого совершенного газа. Решается стационарная «связанная» задача аэроупругости, где форма деформируемой поверхности и параметры течения газа рассчитываются одновременно. Ударная волна присоединена у передней кромки деформируемого конуса или клина, а тонкая оболочка рассчитывается по безмоментной теории [1].

Введены обозначения: Lx, Lz — декартова ($j=0$) или цилиндрическая ($j=1$) система координат; ось x направлена по вектору скорости V_∞ набегающего потока газа; L, dL — длина и толщина оболочки; mL — размер миделевого сечения; $p\rho_\infty V_\infty^2$ — давление; ρ_∞ — плотность; VV_∞ — скорость; θ — угол между направлением вектора скорости и осью x ; M_∞ — число Маха; $TL^{1+j}\rho_\infty V_\infty^2$ — внутреннее усилие в сечении x оболочки; $FL^{1+j}\rho_\infty V_\infty^2$ — сопротивление движению деформируемой оболочки; $F_k L\rho_\infty V_\infty^2$ — сопротивление движению эквивалентного (одинаковые размеры миделевого сечения) недеформированного клина; $F_c L^2\rho_\infty V_\infty^2$ — сопротивление движению эквивалентного недеформированного конуса; γ — показатель адиабаты; μ — угол Маха.

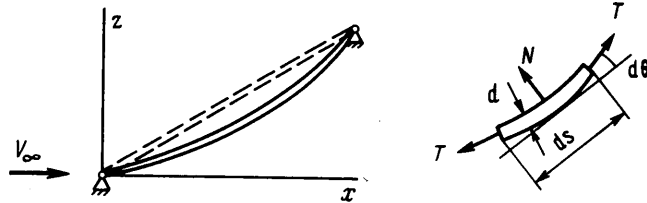
Уравнения возмущенного течения газа между ударной волной $z=\varphi(x)$ и деформированной поверхностью $z=f(x)$ записываются в новых независимых переменных $\xi=\xi(x, z)$ и $\eta=\eta(x, z)$, где $\eta(x, z)=\text{const}$, $\xi(x, z)=\text{const}$ — соответственно уравнения

линий тока и характеристик первого семейства

$$(1.1) \quad \frac{V^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} = i_0$$

$$(1.2) \quad \rho V^2 \operatorname{tg} \mu \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{\cos(\theta+\mu)}{\cos \theta \cos \mu} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial p}{\partial \xi} = 0$$

$$(1.3) \quad \rho V z^j \frac{\sin \mu}{\cos(\theta+\mu)} \frac{\partial x}{\partial \eta} = I(\eta), \quad \frac{p}{\rho^{\gamma}} = \pi(\eta)$$



Фиг. 1

Уравнения связи между старыми независимыми переменными x, z и новыми η, ξ и условия для однозначного определения функций $\xi(x, z)$ и $\eta(x, z)$ запишем в виде

$$(1.4) \quad \frac{\partial x}{\partial \eta} - \operatorname{tg}(\theta+\mu) \frac{\partial x}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial z}{\partial \xi} - \operatorname{tg} \theta \frac{\partial x}{\partial \xi} = 0$$

$$z=f(x): \xi(x, z)=x; \quad z=\varphi(x): \eta(x, z)=(\xi(x, z))^{1+j}$$

Отсюда следует, что в новых переменных ударная волна и форма деформируемой поверхности записываются так: $\eta=\xi^{1+j}, \eta=0$. Область возмущенного течения $G=\{\xi \geq 0, 0 \leq \eta \leq \xi^{1+j}\}$ разбивается сеткой $G_h=\{\xi=nh, \eta=(mh)^{1+j}, n, m=0, 1, 2, \dots\}$, на которой уравнения (1.1)–(1.4) представляются в разностной форме, а вместо второго уравнения (1.4) используется соотношение на характеристике первого семейства

$$(1.5) \quad \frac{\partial p}{\partial \eta} + \rho V^2 \operatorname{tg} \mu \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + j \rho V^2 \operatorname{tg} \mu \frac{\sin \mu \sin \theta}{\cos(\theta+\mu)} \frac{1}{Z} \frac{\partial x}{\partial \eta} = 0$$

Из условия равновесия элемента оболочки (фиг. 1) следует зависимость между формой оболочки, давлением и внутренним усилием

$$(p-p_0) ds = \frac{T d\theta}{(2\pi z)^j}$$

где p_0 – давление в затененной области, s – длина оболочки, θ – угол наклона оболочки с осью x . Рассматривается течение с большой скоростью $M_\infty = \infty$, и поэтому, давлением p_0 пренебрегаем. Так как оболочка не сопротивляется изгибу, величина внутреннего усилия T в любом сечении x есть постоянная величина.

Граничные условия непроницаемости на поверхности оболочки имеют вид

$$(1.6) \quad \theta = \theta_0 + \frac{(2\pi)^j}{T} \int_0^s p z^j ds, \quad z = \int_0^x \operatorname{tg} \left(\theta_0 + \frac{(2\pi)^j}{T} \int_0^s p z^j ds \right) dx$$

Внутреннее усилие T и угол наклона оболочки θ_0 у передней кромки зависят при $M_\infty = \infty$ от размера миделевого сечения m , толщины оболочки d , которые связаны законом Гука соответственно для плоской панели и конической оболочки

$$(1.7) \quad T = \frac{E}{\rho_\infty V_\infty^2} \frac{d \Delta s}{\sqrt{1+m^2}}, \quad \Delta s = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \theta} \sqrt{1+m^2}}$$

$$(1.8) \quad \Delta s = \frac{T \rho_\infty V_\infty^2 \sqrt{1+m^2}}{E} \int_0^1 \frac{\sqrt{1+m^2} ds}{(2\pi m d - \pi d^2) s + \pi d^2 \sqrt{1+m^2}} \approx \frac{T \rho_\infty V_\infty^2 \sqrt{1+m^2}}{E 2\pi m d_1}$$

$$d_1 = \frac{d}{\ln(2m) - \ln(d)}$$

При заданных значениях m и d или d_1 необходимо решать краевую задачу, т. е. подбирать значения θ_0 и T так, чтобы выполнялись условия (1.7), (1.8). Полу-

Таблица 1

m	$D_k \cdot 10^{-3}$	T	$F \cdot 10^2$	$F_k \cdot 10^2$	m	$D_k \cdot 10^{-3}$	T	$F \cdot 10$	$F_k \cdot 10$
0.174	6.11	0.714	0.669	0.598	0.353	3.69	1.50	0.511	0.480
0.176	4.65	0.667	0.705	0.613	0.371	1.49	1.20	0.611	0.540
0.178	3.57	0.625	0.744	0.637	0.392	0.652	1.00	0.759	0.629
0.181	2.77	0.588	0.787	0.675	0.405	0.437	0.925	0.864	0.685
0.184	2.17	0.556	0.836	0.714	0.420	0.292	0.857	1.00	0.765
0.186	1.70	0.526	0.892	0.740	0.438	0.193	0.800	1.20	0.853
0.189	1.34	0.500	0.955	0.779	0.460	0.123	0.750	1.49	0.970
0.240	2.34	0.800	1.70	1.57	0.461	9.59	2.80	1.02	0.975
0.246	1.70	0.750	1.92	1.68	0.473	4.85	2.33	1.11	1.04
0.253	1.04	0.667	2.23	1.82	0.486	2.67	2.00	1.22	1.11
0.265	0.590	0.600	2.67	2.10	0.501	1.55	1.75	1.35	1.21
0.269	0.472	0.570	2.84	2.18	0.518	0.935	1.55	1.51	1.33
0.290	0.210	0.500	4.14	2.67	0.537	0.576	1.40	1.71	1.47

ченная краевая задача сводится к задаче Коши, т. е., задаваясь значениями θ_0 и T после численного решения задачи, определяются m и d или d_1 .

2. Особенностью построения разностной схемы в новых переменных ξ, η для расчета сверхзвукового течения газа [5] является то, что все используемые урав-

Таблица 2

m	$D_c \cdot 10^{-3}$	T	$F \cdot 10^2$	$F_c \cdot 10^2$	m	$D_c \cdot 10^{-3}$	T	$F \cdot 10$	$F_c \cdot 10$
0.161	7.10	0.400	0.255	0.229	0.432	74.3	7.78	1.01	0.981
0.168	1.56	0.278	0.343	0.261	0.443	9.88	4.37	1.16	1.08
0.180	0.330	0.204	0.588	0.335	0.460	1.84	2.80	1.44	1.23
0.193	0.101	0.173	1.15	0.461	0.469	0.973	2.40	1.63	1.33
0.318	61.0	3.75	3.20	3.04	0.488	0.365	1.94	2.09	1.57
0.324	13.1	2.40	3.59	3.30	0.505	0.183	1.71	2.63	1.80
0.332	3.45	1.67	4.23	3.65	0.561	27.2	8.00	2.63	2.53
0.345	0.985	1.22	5.36	4.22	0.573	6.86	5.56	3.01	2.68
0.364	0.274	0.937	7.85	5.05	0.589	2.06	4.08	3.41	2.98
0.376	0.152	0.850	10.1	5.80	0.611	0.663	3.14	4.21	3.43

нения, за исключением (1.2), содержат частные производные вдоль одного направления — характеристики первого семейства. В уравнении (1.2) производные $\partial p / \partial \xi, \partial p / \partial \eta$ заменяются разделенными разностями

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} d\xi \approx p_m^n - p_m^{n-1}, \quad \frac{\partial p}{\partial \eta} d\eta \approx p_{m+k}^{n-1} - p_m^{n-1}$$

Целое число k определяется из условия устойчивости разностной схемы и вычисляется по формулам

$$k = 1 + \text{entier} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial x}{\partial \xi} \bigg/ \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\cos(\theta + \mu)}{\cos \theta \cos \mu} \right) \quad (j=0)$$

$$k = 1 + m + \text{entier} \left(\sqrt{m^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial x}{\partial \xi} \bigg/ \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\cos(\theta + \mu)}{\cos \theta \cos \mu}} (2m+1)h \right) \quad (j=1)$$

Расчет всех параметров течения газа проводится последовательно по характеристикам первого семейства $\xi = nh, n = n_0 + 1, n_0 + 2, \dots$ от поверхности тела, где угол наклона оболочки определяется из соотношения (1.6), до поверхности ударной вол-

ны, где из уравнения (1.5) и соотношений на скачке уплотнения [6] определяется угол наклона ударной волны.

На первой характеристике $\xi = n_0 h$ параметры течения газа известны из решения автомодельной задачи об обтекании клина или конуса с углом полураствора θ_0 .

Расчеты велись по разностной схеме первого порядка аппроксимации. Погрешность численного решения оценивалась по невязке граничного условия

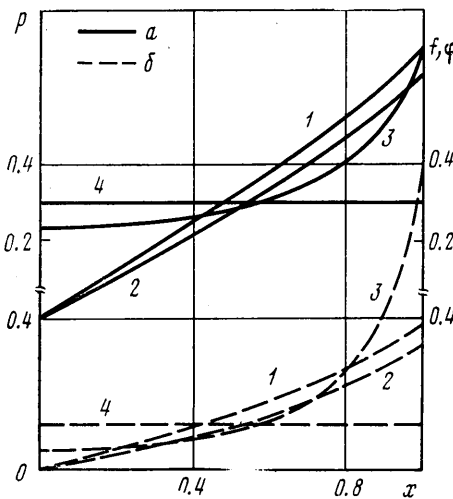
$$\frac{dz}{dx} = \dot{\varphi}(x) \quad (\eta = \xi^{1+j})$$

которое не используется в разностной схеме, и составляла 1–2%.

3. Проведены расчеты для определения степени влияния деформации плоской панели (табл. 1) и конической оболочки (табл. 2) на сопротивление движению. В зависимости от размера миделевого сечения m и параметров.

$$D_k = \frac{dE}{\rho_\infty V_\infty^2}, \quad D_c = \frac{dE}{\rho_\infty V_\infty^2 (\ln(2m) - \ln \alpha)}$$

которые зависят от толщины оболочки d , модуля Юнга E и параметров набегающего потока газа, в этих таблицах представлены волновое сопротивление F деформированной поверхности клина или конуса, а также сопротивление эквивалентных недеформированных тел.



Фиг. 2

Поэтому приведенные таблицы могут служить для оценки влияния деформации на увеличение сопротивления движению тел и указывать на необходимость дополнительного подкрепления оболочек.

Один из примеров проведенных расчетов сверхзвукового обтекания деформированной поверхности конуса $m=0.64$, $T=3.12$, $D_c=0.242 \cdot 10^3$, $F=0.504$, $F_c=0.38$ (линии a) и клина (b) $m=0.323$, $T=0.44$, $D_k=0.874 \cdot 10^2$, $F=0.076$, $F_k=0.036$ (линии b) представлен на фиг. 2, где 1 – форма ударной волны; 2 – форма деформируемой поверхности; 3 – распределение давления; 4 – распределение давления по поверхности эквивалентных недеформированных тел.

Представленные результаты указывают на то, что деформация оболочек может существенно увеличивать волновое сопротивление движению тел. Например, при движении летательного аппарата на высоте $H=10$ км со скоростью $M_\infty=4$ для материала оболочки с модулем Юнга $E=20 \cdot 10^{10}$ н/м² для конической оболочки длиной $L=1$ м с размером миделевого сечения $m=0.488$ м и толщиной $d=5.3$ мм сопротивление деформированного конуса больше эквивалентного на 30%.

Поступила 16 I 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольмир А. С. Оболочки в потоке жидкости и газа. М., «Наука», 1976.
2. Бисплингхофф Р. Л., Эшли Х., Халфман Р. Л. Аэроупругость. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
3. Фын Я. Ц. Введение в теорию аэроупругости. М., Физматгиз, 1959.
4. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
5. Беляев Н. М., Хрущ В. К. Сверхзвуковые течения газа. Методы численного решения. Днепропетровск, 1977.
6. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.