

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕГО ЗЕРНИСТОГО СЛОЯ

М. А. ГОЛЬДШТИК

(Новосибирск)

Рассмотрим однородный зернистый слой с толщиной h и порозностью ε , в котором осуществляется однородное тепловыделение с объемной мощностью q . Теплосъем производится однородным потоком газа, пронизывающим слой в поперечном направлении оси y со скоростью v^0 , определяемой заданным перепадом давления на слое.

Данная схема соответствует простейшей модели газоохлаждаемого ядерного реактора, в котором тепловыделение не зависит от термогазодинамического состояния. Случай химического реактора с тепловыделением аррениусовского типа рассмотрен в [1, 2].

Пусть в силу случайной причины в начальный момент времени на некотором участке слоя Δx температуры зернистого материала T_s и газа T немного увеличатся. Это приведет к увеличению вязкости газа μ , уменьшению его плотности ρ и, как следствие, к повышению гидравлического сопротивления участка Δx , снижению его проницаемости и ослаблению теплоотдачи, что в свою очередь усилит тенденцию к дальнейшему росту температуры, если только конкурирующие факторы — конвективный вынос возмущения, теплопроводность и излучение — не стабилизируют исходный режим.

За основу исследования термогазодинамической устойчивости в данной работе взята модель движения жидкости в пористой среде, рассмотренная в [3, 4]. Уравнение движения газа и неразрывности имеет вид [3]

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{3}{4} \frac{\tau \varepsilon}{\psi^2 d} \zeta \rho |v| v_i$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\varepsilon = \text{const})$$

Здесь v — средняя скорость фильтрации, связанная со скоростью в пустом сечении v^0 соотношением $v^0 = \varepsilon v$; $\tau = 1 - \varepsilon$ — объемная концентрация зерен, полагаемых для простоты шариками диаметром d ; ζ — коэффициент сопротивления шара в слое, зависящий от порозности ε и числа Рейнольдса $Re = \rho v d / \mu$, ψ — минимальное относительное проходное сечение; согласно [3], $\psi = 1 - 1.17 \tau^{0.75}$; для плотной хаотической засыпки одинаковых шаров $\tau = 0.6$.

Уравнение баланса энергии газа в пренебрежении термическими эффектами, связанными со сжимаемостью и диссипацией, запишем в виде

$$\varepsilon \rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{6 \alpha \tau}{d} (T_s - T) + \frac{\partial}{\partial x_i} \kappa \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

где c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении, κ — коэффициент теплопроводности, α — коэффициент теплоотдачи, для определения которого принимаем обычную степенную зависимость [5] между критериями Нуссельта $Nu = \alpha d / \kappa$, Рейнольдса и Прандтля $Pr = \mu c_p / \kappa$. Аналогичную зависимость примем для коэффициента сопротивления $\zeta(Re)$

$$(1) \quad Nu = C Re^n Pr^h, \quad \zeta = c_1 Re^m$$

где C , n , C_1 и m — эмпирические постоянные. Случай $m = -1$ отвечает ламинарному режиму течения, $m = 0$ — автомодельному турбулентному. При $m = n - 1$ имеет место аналогия Рейнольдса.

Уравнение баланса энергии твердой фазы имеет вид

$$\tau_p c_s \frac{dT_s}{dt} = q - \frac{6\alpha\tau}{d}(T_s - T) + \frac{\partial}{\partial x_i} \Lambda \frac{\partial T_s}{\partial x_i}$$

Пренебрегая акустическими явлениями, примем в качестве уравнения состояния соотношение Буссинеска $\rho T = \text{const}$, учитывающее изменения плотности лишь в зависимости от температуры и правомерное при скоростях, малых по сравнению со звуковой.

Считая газ совершенным, примем зависимость его теплофизических свойств от температуры в виде

$$\mu = \mu_0 \sqrt{T/T_0}, \quad \kappa = \kappa_0 \sqrt{T/T_0}, \quad \rho = \rho_0 T_0/T, \quad c_p = \text{const}$$

Отсюда с учетом (1) следуют соотношения:

$$\alpha = \alpha_0 (|v|/v_0)^n (T/T_0)^{(1-3n)/2}, \quad \zeta = \zeta_0 (|v|/v_0)^m (T_0/T)^{3m/2}$$

Выбирая в качестве масштабов толщину слоя h и параметры на входе в слой со стороны слоя ($y = +0$), обозначенные индексом 0, получаем безразмерную систему уравнений

$$(2) \quad \begin{aligned} \frac{dv_i}{dt} &= -T \frac{\partial p}{\partial x_i} - k T^{-3m/2} |v|^{m+1} v_i, \quad k = \frac{3}{4} \frac{\tau \epsilon}{\psi^2} \zeta_0 \frac{h}{d} \\ \frac{dT}{dt} &= T \frac{\partial v_i}{\partial x_i}, \quad \rho = \frac{1}{T} \\ \frac{dT}{dt} &= A |v|^n T T^{(1-3n)/2} (T_s - T) + \chi T \frac{\partial}{\partial x_i} \sqrt{T} \frac{\partial T}{\partial x_i} \\ A &= \frac{6\alpha_0 \tau h}{\epsilon c_p \rho_0 v_0 d}, \quad \chi = \frac{\kappa_0}{\epsilon c_p \rho_0 v_0 h} \\ \frac{dT_s}{dt} &= Q - B |v|^n T^{(1-3n)/2} (T_s - T) + \Phi \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\Lambda(T_s)}{\Lambda_0} \frac{\partial T_s}{\partial x_i} \\ Q &= \frac{qh}{\tau_p c_s v_0 T_0}, \quad B = \frac{6\alpha_0 h}{v_0 \rho_0 c_s d}, \quad \Phi = \frac{\Lambda_0}{\tau_p c_s v_0 h} \end{aligned}$$

В качестве граничных условий фиксируются (размерные) давления $p_1 = p(-\infty)$ и $p_2 = p(\infty)$ вдали перед слоем и за ним, а также температура $T = 1$ при $y = -\infty$. Кроме того, в области $y < 0$ течение считается потенциальным, что равносильно условию постоянства скорости при $y = -\infty$. В области $y > 1$ течение, вообще говоря, будет вихревым, и на поведение скорости, как и температуры, никаких требований не налагается. На границах слоя ставятся условия сопряжения [4], в случае двумерной задачи

имеющие вид

$$(3) \quad [u] = [\varepsilon v] = [p + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)] = [T] = [|\nabla T|] = 0 \\ (y=0, \quad y=1)$$

Здесь $u=v_x$, $v=v_y$ — компоненты вектора скорости, квадратные скобки означают скачок величины. При учете теплопроводности Λ на границах слоя нужно поставить также условие $\partial T_s / \partial y = 0$.

Сначала разыскивается стационарное решение системы (2), соответствующее однородному поперечному потоку газа сквозь слой. Затем на это решение накладываются малые возмущения, удовлетворяющие граничным условиям, и его эволюция изучается в линейном приближении.

При решении стационарной задачи удобно использовать промежуточное граничное условие $v(0)=1$, вытекающее из способа нормировки, при котором за масштаб скорости принята неизвестная величина v_0 , а за масштаб давления — $\rho_0 v_0^2$. В такой постановке безразмерное давление p_2 находится в результате решения задачи, после чего может быть определена величина v_0 , коль скоро задано размерное p_2 . Можно также сказать, что в качестве исходной задается величина v_0 , по ней вычисляется перепад давлений, который в дальнейшем считается фиксированным, т. е. при наложении возмущений не варьируется.

Если пренебречь теплопроводностью, положив $\chi = \Lambda = 0$, то стационарное решение системы (2) с $u=0$ и условием $v(0)=1$ нетрудно найти в виде

$$0 < y < 1, \quad T = v = 1 + ay, \\ T_s - T = Q/B, \quad p = p_0 - ay - 2k \frac{(1+ay)^{(4-m)/2}}{a(4-m)} \\ a = AQ/B, \quad p_0 = p_1 - \frac{1}{2}(1-\varepsilon^2) \\ y < 0, \quad T = 1, \quad v = \varepsilon, \quad p = p_1 \\ y > 1, \quad T = 1 + a, \quad v = \varepsilon(1+a), \quad p = p_2$$

Параметр a более удобен, чем Q , поэтому будем считать a непосредственно заданным, а величину Q вычислять по формуле $Q = aB/A = a\rho_0 c_p \varepsilon / (\rho_0 c_p \tau)$. Параметр a выражается через размерные температуры в виде $a = (T_2 - T_1) / T_1$, так как $T_1 = T_0$, откуда смысл величины a виден особенно отчетливо: это относительный перегрев газа в слое.

Поставим вопрос: не существует ли при фиксированных давлениях p_1 и p_2 других стационарных одномерных решений, кроме найденного? Как это ни удивительно, ответ на вопрос положителен. Из системы (2) для данного случая следуют уравнения:

$$v \frac{dv}{dy} = -T \frac{dp}{dy} - k T^{-3m/2} v^{m+2}, \quad v \frac{dT}{dy} = T \frac{dv}{dy}, \quad v \frac{dT}{dy} = aT$$

Отсюда вытекает

$$v = v_* T, \quad T = 1 + ay / v_*, \quad v = v_*(1 + ay / v_*) \\ p' = -av_* - kv_*^{m+2} (1 + ay / v_*)^{1-1/m} \quad (0 < y < 1)$$

Здесь $v_* = v(0)$ — константа интегрирования. При $v_* = 1$ получается найденное решение. Граничные условия для p следуют из (3):

$$p(0) = p_1 - \frac{1}{2}(1-\varepsilon^2)v_*^2, \quad p(1) = p_2 - \frac{1}{2}(1-\varepsilon^2)v_*(a+v_*)$$

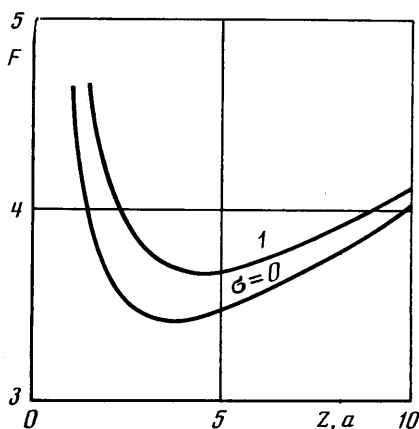
с учетом этих условий посредством квадратуры для p находим

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}(1 + \varepsilon^2)av_* + 2kv_*^{m+3} \frac{(1 + a/v_*)^{(4-m)/2} - 1}{a(4-m)}$$

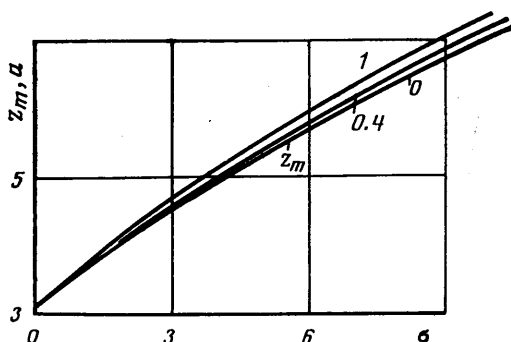
Требуется определить v_* , при котором возможен тот же перепад $p_1 - p_2$, что и при $v_* = 1$. Это условие приводит к уравнению

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{\sigma}{z} + \frac{(1+z)^{(4-m)/2} - 1}{z^{m+3}} = \\ &= \frac{\sigma}{a} + \frac{(1+a)^{(4-m)/2} - 1}{a^{m+3}} \\ z &= \frac{a}{v_*}, \quad \sigma = \left(1 - \frac{m}{4}\right) \frac{1 + \varepsilon^2}{ka^m} \end{aligned}$$

Функция $F(z)$ обладает свойствами: $F(0) = \infty$ и $F(\infty) = \infty$, если только $m+3 < 2 - 1/2m$, или $m < -2/3$. В этом случае и, как можно показать, только



Фиг. 1



Фиг. 2

в этом случае уравнение $F(z) = \text{const}$ имеет два корня, один из которых $z = a$. Это иллюстрирует фиг. 1, где изображено семейство кривых $F(z)$ с параметром σ для случая ламинарного течения ($m = -1$). Для определения второго корня z достаточно, задавшись значением a , найти $F(a)$ и провести горизонталь $F = F(a)$ до пересечения со второй ветвью кривой. Абсцисса точки пересечения даст значение z . Нетрудно видеть, что если $a < z_m$, где z_m — точка минимума $F(z)$, то $z > a$ и $v_* < 1$, и, наоборот, при $a > z_m$ $z < a$ и $v_* > 1$. Зависимость $z_m(\sigma)$ представлена на фиг. 2.

Физически эти результаты означают, что при небольшом тепловыделении то же сопротивление имеет режим с меньшей скоростью, но более сильным нагревом газа. При высоком тепловыделении второй режим отвечает большей скорости и меньшей температуре газа за слоем. Полное сопротивление слоя складывается из двух частей — гидравлической, зависящей в основном от скорости, и термической, связанной с тепловым расширением газа. При малых значениях a преобладает первая часть, при больших — вторая. Существенно отметить, что эти компоненты сопротивления по-разному реагируют на увеличение скорости газа: гидравлическая возрастает, а термическая падает из-за снижения температуры. Полученные стационарные решения непрерывны при $-\infty < y < \infty$, но характеризуются

изломами на границах слоя. При $0 < \chi \ll 1$ каждое решение станет гладким, но имеющим пограничные слои, вне которых оно неотличимо от найденного, причем всюду в области $y > 1$ совпадение точное. На этом основании теплопроводность в данной работе не учитывается, хотя не исключено, что она может оказать нетривиальное влияние на развитие возмущений.

В задаче устойчивости объектом изучения являются малые температурные возмущения вида: $\delta T = T(y) e^{\lambda t} \cos \alpha x$, где α — волновое число. В силу полной симметрии задачи по направлению x возмущение представлено не бегущей, а стоячей волной. В такой же форме разыскиваются возмущения величин T_z , p , v ; продольная компонента скорости u , равная нулю в стационарном режиме, разыскивается в виде $u = \tilde{u}(y) e^{\lambda t} \sin \alpha x$.

Линеаризуя систему уравнений (2), при вариации $|v|$ следует учесть, что $|v| = \sqrt{u^2 + v^2} \approx v = 1 + ay + \delta v$, причем знаки модулей отброшены в силу положительности $1 + ay$ и малости δv . Проведя стандартные выкладки, из системы (2) находим

$$(4) \quad \begin{aligned} u' &= \alpha p - [\lambda(1+ay)^{-1} + k(1+ay)^{-m/2}] u, & v' &= -\alpha u - \lambda S \\ p' &= [a(T-v) - \lambda v] (1+ay)^{-1} + \alpha u + \lambda S + \\ &+ k(1+ay)^{-m/2} [(1+3m/2)T - (m+2)v] \\ T' &= [a(T-v) - \lambda T] (1+ay)^{-1} - \lambda S \\ S &= \frac{AT^{-1/2}a(1+ay)^{-1}[2nv - (1-3n)T]}{B + \lambda(1+ay)^{(n-1)/2}} \end{aligned}$$

Здесь и ниже знак тильда для краткости опущен.

Для формулировки граничных условий нужно решить линеаризованную систему (2) в областях $y < 0$ и $y > 1$, где $A=B=Q=k=0$. В области $y < 0$ (индекс 1) имеем

$$\varepsilon T_1' + \lambda T_1 = 0, \quad v_1' + \alpha u_1 = 0, \quad \varepsilon u_1' + \lambda u_1 = \alpha p_1, \quad \varepsilon v_1' + \lambda v_1 = -p_1'$$

Решение этой системы, удовлетворяющее условиям $T_1=0$, $p_1=0$, v_1 — ограничено (потенциальность) при $y = -\infty$, имеет вид

$$T_1=0, \quad p_1=Ce^{\alpha y}, \quad v_1=-\frac{\alpha C}{\varepsilon\alpha+\lambda}e^{\alpha y}, \quad u_1=\frac{\alpha C}{\varepsilon\alpha+\lambda}e^{\alpha y}, \quad c=\text{const}$$

Отсюда находим соотношения, справедливые всюду в области $y < 0$

$$u_1 = -v_1, \quad \alpha p_1 = (\varepsilon\alpha + \lambda)u_1$$

Линеаризуя условия (3) около точки $y=0$, получаем

$$u_1 = u, \quad v_1 = \varepsilon v, \quad p_1 + \varepsilon v_1 = p + v \quad (y=0)$$

Комбинируя эти соотношения с предыдущими, находим условия

$$(5) \quad T=0, \quad u = -\varepsilon v, \quad \alpha p + (\alpha + \varepsilon\lambda)v = 0 \quad (y=0)$$

В области $y > 1$ (индекс 2), исходя из (2), получаем

$$\varepsilon(1+a)T_2' + \lambda T_2 = 0, \quad v_2' + \alpha u_2 = 0, \quad \varepsilon(1+a)u_2' + \lambda u_2 = \\ = (1+a)\alpha p_2, \quad \varepsilon(1+a)v_2' + \lambda v_2 = -(1+a)p_2'$$

Решение этой системы с условием $p_2(\infty)=0$ имеет вид

$$T_2 = C_1 E, \quad p_2 = C_2 e^{-\alpha y}, \quad v_2 = l C_2 e^{-\alpha y} + C_3 E$$

$$l = \frac{\alpha(1+a)}{\lambda - \varepsilon\alpha(1+a)}, \quad u_2 = l C_2 e^{-\alpha y} + \frac{C_3 \lambda}{\varepsilon\alpha(1+a)}$$

$$E = \exp \left[-\frac{\lambda y}{\varepsilon(1+a)} \right]$$

Отсюда вытекает лишь одна связь для области $y > 1$

$$\varepsilon \alpha (1+a) u_2 = \lambda v_2 - \alpha (1+a) p_2$$

Линеаризация условий (3) вблизи $y=1$ дает

$$u_2 = u, \quad v_2 = \varepsilon v, \quad T_2 = T, \quad p_2 + \varepsilon v_2 - \frac{1}{2} \varepsilon^2 T_2 = p + v - \frac{1}{2} T$$

С учетом этого предыдущее соотношение приводит к условию

$$(6) \quad \alpha(1+a) [p + \varepsilon u + (1 - \varepsilon^2)(v - \frac{1}{2}T)] - \varepsilon \lambda v = 0 \quad (y=1)$$

Условий (5), (6) достаточно, так как система уравнений (4) имеет четвертый порядок. При учете теплопроводности постановка задачи сильно усложняется.

Система уравнений (4) и условия (5), (6) однородны, так что всегда существует тривиальное нулевое решение.

Задача состоит в определении таких значений параметра λ , при которых имеются нетривиальные решения. Хотя система (4) и условия (5), (6) имеют вещественные коэффициенты, собственные значения λ , вообще говоря, комплексны $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$. Вещественная часть λ_r отвечает за рост ($\lambda_r > 0$) или затухание ($\lambda_r < 0$) возмущения, которое в общем случае эволюционирует не монотонно, а осциллируя, и частота осцилляций определяется мнимой частью λ_i . В рассматриваемой задаче не видно физических механизмов, способных вызвать осцилляцию, и, скорее всего, $\lambda_i = 0$ во всех случаях (что, конечно, требует доказательства). Но для данного исследования достаточно предположить, что λ_i обращается в нуль в момент потери устойчивости, когда $\lambda_r = 0$. Ниже покажем, что действительно существуют такие параметры задачи, для которых значение $\lambda = 0$ является собственным.

В случае $\lambda = 0$ система (4) упрощается, а условия (5), (6) принимают вид

$$(7) \quad T=0, \quad u = -\varepsilon v, \quad p = -v \quad (y=0), \quad p + \varepsilon u + (1 - \varepsilon^2)(v - \frac{1}{2}T) = 0 \quad (y=1)$$

Условия (7) имеют силу, если $\alpha \neq 0$. Пусть это так, но $\alpha \rightarrow 0$. В этом случае система (4) приводится к виду

$$(8) \quad \begin{aligned} u' &= -k(1+ay)^{-m/2}u \\ v' &= 0 \\ p' &= a(T-v)(1+ay)^{-1} + k(1+ay)^{-m/2}[(1+3m/2)T - (m+2)v] \\ T' &= a(T-v)(1+ay)^{-1} \end{aligned}$$

В силу однородности соотношений (7), (8) нетривиальное решение, если оно существует, определено с точностью до произвольного множителя. Поэтому решение можно нормировать по произволу, например положить $v(0) = 1$.

Это условие и (7) при $y=0$ определяют задачу Коши для системы (8), тогда как (7) при $y=1$ служит характеристическим уравнением, удовлетворение которого даст искомую связь между параметрами задачи.

Решение системы (8) при первом условии (7) и $v(0)=1$ имеет вид

$$v=1, \quad u=\varepsilon \exp \left[-k \frac{(1+ay)^{1-m/2}-1}{a(1-m/2)} \right], \quad T=ay$$

$$p=1+ay+\frac{k}{a}[(1+ay)^{1-m/2}-1]+\frac{k}{a}\frac{2+3m}{4-m}[(1+ay)^{2-m/2}-1]$$

При подстановке этого решения в условие (7) при $y=1$ получаем характеристическое уравнение

$$(9) \quad 1+a+\frac{k}{a}[(1+a)^{1-m/2}-1]+\frac{k}{a}\frac{2+3m}{4-m}[(1+a)^{2-m/2}-1]+$$

$$+\varepsilon^2 \exp \left[-k \frac{(1+a)^{1-m/2}-1}{a(1-m/2)} \right] = (1-\varepsilon_2)(1+a/2)$$

Нетрудно показать, что равенство (9) может выполняться лишь при $m < -2/3$, а так как из физических соображений должно быть $m \geq -1$, то фактически термомеханическую неустойчивость по отношению к возмущениям бесконечного периода может обнаруживать только ламинарный режим, для которого $m=-1$.

Исследование устойчивости второго стационарного режима сводится к уже рассмотренному случаю путем перенормировки скорости и замены параметра a на $z=a/v_*$.

Предшествующий анализ проводился в предположении, что $\alpha \neq 0$. Рассмотрим теперь случай $\alpha=0$, предполагая, что $u=0$. Этот случай представляет самостоятельный интерес в связи с тем, что во внешних областях возмущения с $\alpha=0$ не исчезают при $y \rightarrow \pm\infty$ в отличие от возмущений с $\alpha \neq 0$, локализованных в окрестности слоя. Поэтому результаты анализа, вообще говоря, будут зависеть от размеров внешних областей. Действительно, в области $y < 0$: $T_1=0$; $v_1'=0$, $p_1'=-\lambda v_1$, так что $v_1=\text{const}$ и условие $p_1 \rightarrow 0$ при $y \rightarrow -\infty$ не может быть выполнено при $\lambda \neq 0$. Физически это понятно, так как при $\lambda \neq 0$ ускоряется бесконечная масса жидкости, для чего необходим бесконечный перепад давлений. Поэтому полную задачу об устойчивости к возмущениям можно ставить лишь в ограниченной области следующим образом. Пусть даны два газовых резервуара с давлениями p_1 и p_2 , соединенные со слоем конечными магистралями. В стационарном состоянии устанавливается некоторый расход газа и скорость на входе в слой v_0 . Пусть в начальный момент времени температура газа в слое получит некоторое приращение, одинаковое вдоль всего слоя. Вследствие изменения вязкости расход газа и величина v_0 также начнут соответственно изменяться. Требуется определить эволюцию возмущения при неизменном перепаде давлений p_1-p_2 . Данный процесс будет зависеть от размеров магистралей, оказывающих демпфирующее действие. Это, однако, не касается критического режима потери устойчивости, в котором $\lambda=0$ и существует решение $p_1=0$ всюду в области $y < 0$ независимо от ее размеров. В этом случае вместо (5), (6) аналогичными вычислениями получаются условия

$$T=0, \quad p=-(1-\varepsilon^2)v \quad (y=0); \quad p=(1-\varepsilon^2)(T/2-v) \quad (y=1)$$

Решение системы (8), удовлетворяющее этим условиям, дает дисперсионное соотношение

$$(10) \quad \frac{2}{5} \sigma a + (1+a)^{1-m/2} - 1 + \frac{2+3m}{4-m} [(1+a)^{2-m/2} - 1] = 0$$

Можно показать, что эта связь между a и σ точно совпадает с зависимостью между z_m и σ , полученной из условия $F'(z_m)=0$ и для случая $m=-1$ изображенной на фиг. 2. Отсюда следует, что критическое значение параметра $a=z_m$: при $a < z_m$ режим устойчив к малым возмущениям, при $a > z_m$ — неустойчив. Уравнение (10) разрешимо при $m < -2/3$, как и уравнение (9).

Как было показано выше, при $a > z_m$ величина $z < z_m$, так что второй стационарный режим в закритической области устойчив. Отсюда, казалось бы, можно сделать вывод, что после потери устойчивости первого стационарного режима изучаемая система эволюционирует ко второму. Это действительно возможно, если первоначальное возмущение было понижением температуры газа в слое. Однако в случае повышения температуры проницаемость слоя в связи с увеличением вязкости снижается, скорость падает и при наличии неустойчивости это должно привести к неограниченному росту температуры. Подробную картину эволюции процесса после потери устойчивости может дать лишь анализ нелинейной задачи. Но, как указывалось, эта задача корректна только для ограниченной области. Простейшей постановкой здесь является задание перепада давлений непосредственно на слое, что отвечает случаю коротких переходных магистралей.

Возвращаясь к случаю $\alpha \neq 0$, отметим, что дисперсионное соотношение (9) для случая $m=-1$ можно записать в форме

$$(11) \quad \frac{2}{5} \sigma a + (1+a)^{3/2} - 1 - \frac{1}{5} [(1+a)^{3/2} - 1] + \\ + \frac{4}{5} \frac{\sigma \varepsilon^2}{1+\varepsilon^2} \left\{ 1 + \exp \left[-\frac{5}{6} \frac{1+\varepsilon^2}{\sigma} ((1+a)^{3/2} - 1) \right] \right\} = 0$$

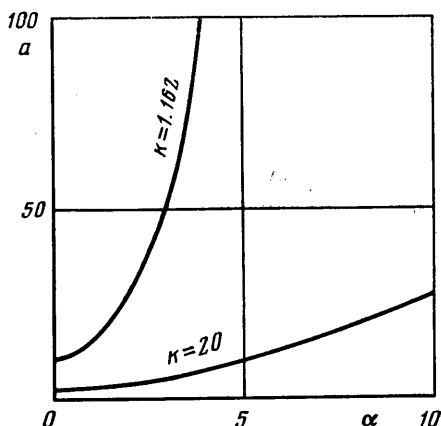
Это соотношение совпадает с (10) при $\varepsilon=0$, а также при $\sigma=0$. Нетрудно убедиться в том, что значения a , найденные отсюда, при одинаковых значениях σ будут превышать корни уравнения (10). На фиг. 2 нанесено семейство решений уравнения (11). Цифрами показаны значения параметра ε . Как видно, влияние ε незначительно.

Численное решение системы (4) при $\lambda=0$ и $\alpha \neq 0$ показало монотонное возрастание критического значения a с ростом α , как это демонстрирует фиг. 3, где приведены данные расчета для $m=-1$, $\varepsilon=0.4$, $k=20$.

Таким образом, минимальное критическое значение параметра a достигается при $\alpha=0$. Следовательно, возмущения с $\alpha=0$ являются наиболее «опасными» в том смысле, что неустойчивость для них начинает развиваться при меньших перегревах газа.

Проведенный анализ показал, что термическая неустойчивость возможна практически только в ламинарном режиме, когда $m=-1$, при довольно значительных перегревах газа, во всяком случае при $a > 3.82$ (это число соответствует «бесконечно малым» зернам в слое).

Следует, однако, иметь в виду, что усложнение задачи, например, путем изменения геометрии слоя или учета обратных связей между мощ-



Фиг. 3

ностью тепловыделения и термическим состоянием системы, может существенно повлиять на ее устойчивость. Так или иначе, в связи с полученными результатами следует обратить серьезное внимание на важность исследования термической устойчивости энергетических агрегатов с зернистым слоем.

Поступила 5 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. О термомеханической неустойчивости стационарного режима проточного химического реактора с неподвижным слоем катализатора. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 2.
2. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. О режимах работы химического реактора идеального вытеснения с интегральным учетом тепловыделения. ПМТФ, 1969, № 1.
3. Гольдштик М. А., Козлов Б. Н. Элементарная теория концентрированных дисперсных систем. ПМТФ, 1973, № 4.
4. Вайсман А. М., Гольдштик М. А. Динамическая модель движения жидкости в пористой среде. Препринт ИТМО, Минск, 1976.
5. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Новосибирск, «Наука», 1970.