

О РАЗМЕРАХ КАВЕРНЫ В ТРУБАХ СО СПЛОШНЫМИ И ПЕРФОРИРОВАННЫМИ СТЕНКАМИ

В. М. ИВЧЕНКО, А. П. КУЛАК

(Красноярск)

Излагается одномерная теория гидродинамического взаимодействия каверны со стенками сплошного и перфорированного рабочих участков при учете влияния гидравлических потерь и пограничного слоя на стенках, а также сил весомости и поверхностного натяжения. Показано, что путем отсоса части жидкости через перфорированные границы рабочего участка возможно не только резко уменьшить влияние стенок трубы на размеры каверны, но и значительно увеличить полезную загрузку потока каверной. Проведенное сопоставление имеющихся и специально поставленных опытов с расчетами дает удовлетворительное согласование во всем диапазоне чисел кавитации и относительных загромождений потока телом и каверной.

1. Одномерная теория развитой кавитации в ограниченных потоках. Увеличение размеров каверн за твердыми телами в сплошных рабочих участках было впервые проанализировано в [1] и [2]. Экспериментальная апробация полученных зависимостей была проведена в [3] и В. А. Лапиным¹.

Испытания кавитирующих тел в струях, впервые предложенные и осуществленные в [4], показали противоположное и существенно меньшее влияние ограниченности потока. Однако из-за неустойчивости внешней поверхности струи в последние годы применяются пластинчатые проницаемые рабочие участки, представляющие собой компромиссное решение между твердыми стенками и свободной струей [5]. Опыты с одиночными кавитирующими крыльевыми профилями подтвердили незначительность поправок на форму каверны за крылом, а теоретическое решение [6] показало, что для устранения влияния перфорированных границ на характеристики обтекания профиля при разных загромождениях и числах кавитации требуется различное количество отсасываемой жидкости. Работы, связанные с выяснением влияния перфорированных стенок на параметры осесимметричного суперкавитационного обтекания тел, отсутствуют. Поэтому получение указанных зависимостей, хотя бы в одномерной постановке, представляет значительный интерес.

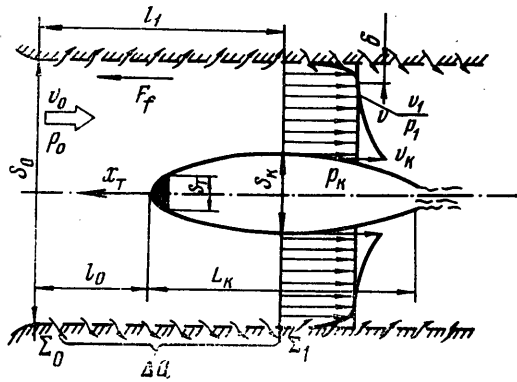
Схематическое изображение суперкавитационного течения за твердым телом в перфорированной трубе (перфорации могут быть осуществлены в виде продольных и поперечных щелей или круглых отверстий), а также необходимые обозначения представлены на фиг. 1.

Для выделенного контрольного объема текущей жидкости, ограниченного сечениями Σ_0 (далеко перед телом) и Σ_1 (проходящим через мидель S_k каверны), записываются уравнения расходов, импульсов и Бернулли с учетом перпендикулярного отсасывания части расхода $\Delta Q = \mu S_0 v_0$ через перфорированные стенки рабочего участка

$$(1.1) \quad (1-\mu)S_0v_0 = \int_{S_0-S_k} v_1 dS$$

$$(1.2) \quad \rho \int_{S_0-S_k} v_1^2 dS - \rho v_0^2 S_0 = p_0 S_0 - \int_{S_0-S_k} p_1 dS - p_k S_k - X_T - F_f$$

$$(1.3) \quad p_0 + \rho \frac{v_0^2}{2} = \frac{1}{S_0 - S_k} \int_{S_0 - S_k} \left(p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \xi \rho \frac{v_0^2}{2} - \rho \int_0^{l_1} \frac{v}{S} dQ \right) dS$$



Фиг. 1

¹ Лапин В. А. Экспериментальное исследование развитых кавитационных течений. Автореф. канд. дисс., Калининград, КТИРПХ, 1975.

где ρ — плотность жидкости; p_k — давление в камере; $\xi_\mu = \lambda l_1 / D_0$ — коэффициент потерь напора между сечениями Σ_0 и Σ_1 . Сила гидродинамического сопротивления тел выражается зависимостью $X_T = 1/2 C_x S_T \rho v_0^2$, а сила трения жидкости о стенки канала $F_f \approx \Delta p_x S_0 = 1/2 \xi_\mu \rho v_0^2$ (здесь C_x — коэффициент кавитационного сопротивления тела, площадь среза которого равна S_T).

Далее проводится осреднение давления p_1 и скорости v_1 по сечению Σ_1 , а также, следуя методам теории пограничного слоя, вводятся поправки на толщину вытеснения потока δ^* , потери импульса δ^{**} и энергии δ^{***} . Слагаемое, характеризующее влияние отсоса жидкости в обобщенном уравнении Бернулли (1.3), преобразуется к виду

$$\rho \int_0^{l_1} \frac{v}{S} dQ \approx \frac{\rho \mu v_0 (v_0 + v_1) S_0}{2(S_0 - 1/2 S_k)} = \frac{\rho \mu v_0 (v_0 + v_1) (S_0 - 1/2 S_k)}{2(S_0 - S_k)}$$

где считается, что весь расход $\Delta Q = \mu S_0 v_0$ отсасывается в сечении $S_x \approx S_0 - 1/2 S_k$, в котором осредненная скорость потока достигает величины $v_x = (v_0 + v_1) / 2$.

Выразив из (1.1) скорость v_1 , а из (1.3) перепад давлений $(p_0 - p_1)$ и подставив их в уравнение (1.2), после преобразований находится зависимость для относительной площади миделя каверны в перфорированном рабочем участке

$$(1.4) \quad \left(\frac{S_k}{S_T} \right)_\mu \approx \frac{2A_\mu}{B_\mu \pm \sqrt{B_\mu^2 - 4(1 + \sigma_\mu - \xi_\mu) A_\mu S_T'}} \\ S_T' = \frac{S_T}{S_0}, \quad \sigma = \sigma_\mu = \frac{p_0 - p_k}{1/2 \rho v_0^2}, \quad A_\mu \approx C_x - \frac{N_\mu}{S_T'} \\ B_\mu \approx C_x S_T' + \sigma_\mu + 2\mu - \xi_\mu, \quad N_\mu \approx S'^* \left(\frac{2S'^{**}}{S'^*} - \frac{S'^{***}}{S'^*} \right), \quad S'^* = \frac{\pi D_0 \delta^*}{S_0}$$

Отсутствие отсоса жидкости через стенки ($\mu \rightarrow 0$) соответствует случаю гидротрубы со сплошным рабочим участком. Если при этом положить $\xi_\mu = 0$ и $S'^* = 0$, то восстанавливается решение [2] для кавитационного обтекания идеальной невесомой жидкостью тела в трубе.

При знаке «минус» перед радикалом для сплошной трубы получаются физически нереализуемые течения, так как тогда давление в потоке $p_1 < p_k$.

При $S_T' \rightarrow 0$ уравнение (1.4) переходит в известную зависимость для безграничной жидкости [2, 5]

$$(1.5) \quad \left(\frac{S_k}{S_T} \right)_\infty = \frac{k_\infty C_x}{\sigma_\infty}$$

Коэффициент неравномерности потока в миделе каверны $k_\infty \approx 1 \div 1.05$ [2].

Для тупых тел (с углом при вершине $\theta \geq \pi/3$) в безграничной жидкости и в трубе справедливо соотношение $C_x \approx C_{x0}(1 + \sigma)$, где C_{x0} — коэффициент кавитационного сопротивления тела при $\sigma = 0$ и для течений в трубе $C_{x0} \approx \text{const}$ [2-4].

При некоторых минимальных числах кавитации σ_{\min} в сплошном рабочем участке наступает так называемое предельное суперкавитационное обтекание, когда площадь миделя достигает максимальной величины $(S_k/S_T)_{\max}$, а длина каверны L_k устремляется в бесконечность. Минимальное число кавитации определяется после приравнивания нулю подкоренного выражения в уравнении (1.4) [2, 7]

$$(1.6) \quad \sigma_{\min} \approx \frac{1}{[1 - \sqrt{C_{x0} S_T' / (1 - S'^*)}]^2} - 1 + \xi$$

Подставив эту зависимость для σ_{\min} в соотношение (1.4), можно получать максимально возможную площадь каверны в сплошном рабочем участке

$$(1.7) \quad \left(\frac{S_k}{S_T} \right)_{\max} \approx \sqrt{\frac{C_{x0}}{S_T'}} \left(1 + \xi - \frac{N}{C_{x0} S_T'} \right)$$

которая почти в 2 раза превышает значение $(S_k/S_T)_\infty$ для безграничной жидкости (1.5) при тех же числах кавитации.

Сравнение расчетов по формулам (1.6) и (1.7) с экспериментальными результатами авторов, а также работы [3] при больших числах Фруда ($Fr = v_0 / \sqrt{g d_T} \geq 25$) и

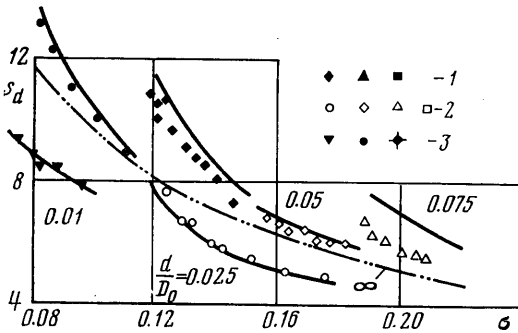
загромождениях трубы телом $d_T/D_0 \leq 0.03$ ($\xi \geq 0.03$, $S'^* \approx 0.01$, $N \approx S'^{*2}$) показывает их хорошее соответствие.

В опытах В. А. Лапина для малых чисел Фруда ($5 \leq Fr \leq 15$) и значительных загромождений сплошного рабочего участка дисками ($d/D_0 \leq 0.10$, $D_0 = 200$ мм) отмечено влияние весомости жидкости, а также поверхностных сил на основные размеры каверны. Учет этих сил, как и для безграничного потока, может проводиться посредством соответствующих добавок к числу кавитации σ , полученных для эллипсоидальной полости

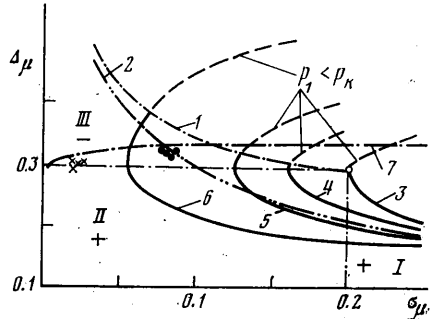
$$(1.8) \quad \sigma_S \approx \sigma - \frac{h_k'}{2 Fr^2} + \frac{8\kappa}{\gamma d_T^2 Fr^2 (1 + S_k/S_T)}$$

где $h_k' = h_k/d_T$ — относительная высота всплыва хвоста каверны, κ — коэффициент поверхностного натяжения.

На фиг. 2 приведены опытные данные [4] относительных размеров миделевых сечений каверн $s_d = S_k/S_d$ в сплошном рабочем участке $D_0 = 200$ мм при различных



Фиг. 2



Фиг. 3

величинах загромождений d/D_0 и числах Фруда Fr . Цифрами 1, 2, 3 обозначены опытные точки соответственно для чисел Фруда $Fr = 5, 7, 15$.

Сравнение рассчитанных (сплошные линии) по (1.4) и (1.8) значений площади миделя каверны с экспериментами (фиг. 2) показало их удовлетворительное согласование для $d/D_0 \leq 0.05$. Значительное занижение опытных величин s_d при $d/D_0 \geq 0.075$ объясняется близким расположением дисков к началу рабочего участка ($l_0/D_0 \approx 0.20$), что приводит к подпору потока в районе пьезометрического отверстия и вносит ошибки в измеряемые числа кавитации σ . При малых диаметрах дисков ($d \leq 5$ мм) проявление капиллярных сил становится столь значительным, что опытные данные s_d в трубе располагаются ниже соответствующих значений s_d в безграничной жидкости.

Расчеты по формулам (1.4) и (1.7), а также опытная проверка подтверждают, что в сплошном участке при малых числах кавитации $\sigma \leq 0.05$ допустимая загрузка S_k/S_0 сечения потока не превышает $1.5 \pm 2.0\%$. Наличие пограничного слоя на стенках рабочего участка еще более сужает возможные значения чисел σ и загрузок S_k/S_0 .

Испытания суперкавитирующих тел в струях позволяют значительно увеличить полезную нагрузку сечения при существенно меньшем влиянии ограниченности потока на размеры каверны [4]. Однако устойчивость внешней границы струи и ее прозрачность ограничены длинами всего в $1.0 \div 1.5$ калибра, что затрудняет исследование обтекания тел при малых числах кавитации.

Перфорированные рабочие участки, применяемые в последние годы, дают возможность не только снизить или устранить влияние стенок на картину течения при числах кавитации $\sigma_\mu \geq \sigma_{\min}$, но и (что самое главное) позволяют значительно уменьшить реализуемые значения $\sigma_\mu < \sigma_{\min}$ с одновременным увеличением полезной нагрузки потока $(S_k/S_0)_\mu$ [8].

Выражение для $(S_k/S_0)_\mu$ получается из (1.4) после умножения обеих его частей на $1/S_0$, а области возможных режимов суперкавитационных течений, подсчитанные по указанной зависимости для идеальной жидкости ($\xi_\mu = 0$, $S'^* = 0$) и отношения $P_0/d = 10$, изображены на фиг. 3. Область I характеризует влияние отсасывания на величину $\Delta_\mu = (D_k/D_0)_\mu$ для чисел кавитации σ_μ , превышающих значения σ_{\min} в сплошном рабочем участке. Области II и III — для чисел $\sigma_\mu < \sigma_{\min}$, причем область III получена при знаке «минус» перед радикалом соотношения (1.4). Таким образом, для перфорированного рабочего участка уравнение (1.4) имеет два решения.

Ограничивающая кривая 1 области III представляет собой предельное течение в перфорированном участке и может быть получена из обобщенного уравнения Бернулли (1.3), если давление в потоке по сечению Σ_1 приравнять давлению в каверне ($p_1 = p_b$)

$$(1.9) \quad \left(\frac{S_k}{S_0} \right)_{\mu \max} \approx \frac{K - \sqrt{K^2 - PC}}{P}$$

$$K \approx 1 + \sigma_{\mu \min} + \mu - \xi_{\mu}, \quad P \approx 1 + \sigma_{\mu \min} + \frac{\mu}{2} - \xi_{\mu}$$

$$C \approx \sigma_{\mu \min} + 2\mu(2 - \mu) - \xi_{\mu}$$

В полученном выражении (1.9) толщиной вытеснения пограничного слоя δ^* пренебрегается, так как при правильной организации отсасывания через перфорации достигается как наполнение, так и утончение пограничного слоя [8].

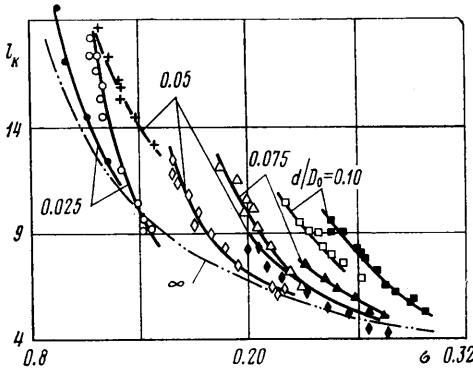
На фиг. 3 показан также возможный рост загромождений Δ_{μ} в перфорированном рабочем участке для фиксированных коэффициентов отсоса $\mu = 0, 0.02, 0.04, 0.07$ (кривые 3-6 соответственно). В реальной жидкости $\xi_{\mu} > 0$ и для получения тех же значений Δ_{μ} величины необходимых коэффициентов μ резко возрастают.

Линия 2 получена из (1.5) и представляет собой возможный диаметр каверны $\Delta_{\infty} = (D_k/D_0)_{\infty}$, аналогичный по размерам безграничной жидкости при тех же числах кавитации $\sigma_{\mu} = \sigma_{\infty}$, но реализуемых в перфорированном рабочем участке для данного $D_0/d = 10$. Таким образом, перфорированный участок обеспечивает не только устранение влияния стенок, но и значительное снижение достижимых чисел кавитации ($\sigma_{\mu} < \sigma_{\min}$) с одновременным увеличением полезной загрузки потока Δ_{∞} .

Необходимые для этого величины коэффициентов отсоса μ_{∞} могут быть получены после приравнивания правых частей уравнений (1.4) и (1.5)

$$(1.10) \quad \mu_{\infty} \approx \frac{C_x S_T' (1 - \xi_{\mu})}{2\sigma_{\infty}} + \frac{\xi_{\mu}}{2} =$$

$$= \left(\frac{S_k}{S_0} \right)_{\infty} \frac{1 - \xi_{\mu}}{2} + \frac{\xi_{\mu}}{2}$$



Фиг. 4

Опыты авторов показали, что известная конструкция перфорированного рабочего участка с автоотсосом жидкости через эжектор-диффузор, устанавливаемый в концевом сечении участка, обеспечивает 10%-ное отсасывание основного расхода ($\mu \approx 0.10$) [10]. Исходя из этой величины $\mu_{\infty} \approx 0.10$, на фиг. 3 для поперечно-щелевой перфорации нанесены рассчитанные (линия 7) по выражению (1.4) и экспериментальные (по фотографиям) значения возможных нагрузок потока Δ_{μ} в перфорированном рабочем участке (при этом числу кавитации $\sigma_{\infty} \approx 0.08$ соответствуют экспериментальные точки, полученные при отношении $D_0/d = 10$; $\sigma_{\infty} \approx 0.025$ получены при $D_0/d = 20$).

Таким образом, в перфорированном рабочем участке допустимое загромождение потока каверной может быть увеличено в 6-10 раз по сравнению со сплошным участком и достигает почти 10% (до $\frac{1}{3}$ по диаметру трубы).

2. Правила пересчета на условия безграничной жидкости. Приравняв соотношения (1.5) и (1.4), можно установить эквивалентность размеров каверн (по площади миделя) в рабочих участках и в безграничной жидкости. Следовательно, для параметров течения, отличных от предельных ($\sigma_{\mu} > \sigma_{\min}$), можно найти соответствие чисел кавитации σ_{μ} в трубах и в безграничном потоке σ_{∞} .

Для тупых тел (когда $C_x \approx C_{x0}(1 + \sigma)$) искомое соотношение может быть записано в виде

$$(2.1) \quad \sigma_{\infty} \approx \frac{k_{\infty} C_{x0}}{(S_k/S_T)_{\mu} - k_{\infty} C_{x0}}$$

Для сплошного участка при малых загромождениях $d_T/D_0 < 0.03$ зависимость (2.1) сводится к выражению

$$(2.2) \quad \sigma_{\infty} \approx (\sigma - \xi) \left[1 - \frac{(\sigma_{\min} - \xi)^2 (1 + \sigma - \xi)^2}{4(\sigma - \xi)^2} \right]$$

которое несколько отличается от аналогичного соотношения [3]. Сравнение расчетов по формуле (2.2) с опытными данными [3] показало хорошее совпадение результатов. Вычисления, проведенные по формуле (2.1) на основе экспериментальных зависимостей В. А. Лапина (фиг. 2), также приводят практически к полному совпадению результатов.

В [2] предложена зависимость для расчета относительной длины каверны L_k/D_k в безграничной жидкости

$$(2.3) \quad \frac{L_k}{D_k} \approx \frac{1.66}{\sqrt{\sigma_\infty(1+\sigma_\infty)}}$$

Приняв за основу это соотношение, авторам удалось получить аппроксимирующую формулу, удовлетворительно совпадающую с опытами [4] ($0.02 \leq \sigma_\infty \leq 0.010$), [2] ($0.10 \leq \sigma_\infty \leq 0.30$) и расчетами ($\sigma_\infty \geq 0.01$) [11]

$$(2.4) \quad l_k = \frac{L_k}{d_T} \approx \frac{2.1\sqrt{S_k/S_T}}{\sqrt{\sigma_\infty(1+6\sigma_\infty)}}$$

где относительная площадь каверны в трубе подставляется непосредственно из опыта или же выражения (1.4). Соответствующие значения σ_∞ определяются по формуле (2.1). При вычислениях длины каверны в знаменателе второго члена формулы (1.8) двойка опускается [2].

Результаты расчетов по формуле (2.4) с учетом весомости и капиллярных сил (сплошные линии на фиг. 4), показали хорошее согласование с опытами за дисками в сплошной трубе во всем диапазоне загромождений ($0.01 \leq d/D_0 \leq 0.10$) и чисел Фруда ($5 \leq Fr \leq 15$).

Следует отметить, что указанные правила пересчета справедливы при значениях миделевых сечений каверн S_k/S_T в трубе, превышающих $(S_k/S_T)_\infty$ не более чем на 30–40%.

На основе развитой теории коллективом авторов была создана новая конструкция перфорированного рабочего участка, защищенная авторским свидетельством [12]. Разработаны проекты скоростных гидродинамических труб и проведены лабораторные исследования по ним на макетах в масштабе 1:30, 1:20 и 1:10.

Поступила 14 IX 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. М., «Мир», 1964.
2. Эпштейн Л. А. Методы теории размерностей и подобия в задачах гидродинамики судов. Л., «Судостроение», 1970.
3. Карликов В. П., Шоломович Г. И. Метод приближенного учета влияния стенок при кавитационном обтекании тел в гидродинамических трубах. Изв. АН СССР, МЖТ, 1966, № 4.
4. Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф. Кавитация. М., «Мир», 1974.
5. King J. L., Boyle P., Ogle J. B. Instability in slotted wall tunnels. J. Fluid Mech., 1958, vol. 4, pt 3.
6. Oba R. A method to remove the wall effects on supercavitating flow. Proc. Sympos. on Cavitation Res. facilities and Techniques. Philadelphia, Pennsylvania. N. Y., 1964.
7. Кулак А. П., Тодорашко Г. Т. Приближенный учет влияния стенок на кавитационное обтекание тела в трубе при наличии трения на стенках. В сб. «Гидромеханика», вып. 22. Киев, «Наукова думка», 1972.
8. Тодорашко Г. Т., Кулак А. П. Влияние отсоса жидкости на суперкавитационное течение за телом в проникаемой трубе. В сб. «Гидромеханика», вып. 24. Киев, «Наукова думка», 1974.
9. Wuest W. Messungen an Absauganzehichten. Luftfahrt — Forschungsber., 1962, No. 14.
10. Кулак А. П., Тодорашко Г. Т. К расчету проникаемого рабочего участка гидродинамической трубы. В сб. «Гидромеханика», вып. 22. Киев, «Наукова думка», 1972.
11. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев, «Наукова думка», 1969.
12. Ивченко В. М., Кулак А. П., Немчин А. Ф., Тодорашко Г. Т. Рабочий участок трубы для проведения гидродинамических испытаний. Авт. свид. № 502271 от 05.02.1976.