

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М., Физматгиз, 1962.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
3. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 1. М., «Наука», 1965.
4. Ротта И. К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Л., «Судостроение», 1967.
5. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л., «Судостроение», 1973.
6. Ландау Л. Д., Лишиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.
7. Computation of turbulent boundary layers. Proc. 1968 AFOSR-IFP Stanford Conf., vol. 1, 2. Stanford Univ. Press, 1969.
8. Кадер Б. А., Яглом А. М. Применение соображений подобия к расчету замедляющихся турбулентных пограничных слоев. Докл. АН СССР, 1977, т. 233, № 1.
9. Karman Th. von. Mechanische ahnlichkeit und turbulenz. Collected works of Th. von Karman, vol. 2. London. Butterworths Sci. Publ., 1956.
10. Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости, т. 2. М., Изд-во иностр. лит., 1948.
11. Hudimoto B. A method for the calculation of the turbulent boundary layer with pressure gradient. Mem. Fac. Engng Kyoto Univ., 1965, vol. 27, No. 4.
12. Бам-Зеликович Г. М. Расчет отрыва пограничного слоя. Изв. АН СССР, ОТН, 1954, № 12.
13. Sternberg J. The transition from a turbulent to a laminar boundary layer. 1954, U. S. Army Bal. Res. Lab. Aberdeen, Rep. 906.
14. Сергиенко А. А., Грецов В. К. Переход турбулентного пограничного слоя в ламинарный. Докл. АН СССР, 1959, т. 125, № 4.
15. Samuel A. E., Joubert P. N. A boundary layer developing in an increasingly adverse pressure gradient. J. Fluid Mech., 1974, vol. 66, No. 3.
16. Simpson R. L., Strickland J. H., Barr P. W. Features of a separating turbulent boundary layer in the vicinity of separation. J. Fluid Mech., 1977, vol. 79, No. 3.

УДК 532.517.4

КРИТИЧЕСКИЙ РЕЖИМ ТЕЧЕНИЯ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СРЕДЕ

К. Е. ДЖАУГАШТИН

(Ленинград)

На основе уравнений для одноточечных моментов второго порядка полей скорости и температуры, замкнутых с помощью полуэмпирических гипотез, исследован критический режим течения в стратифицированной среде.

Уравнения одноточечных моментов второго порядка полей скорости и температуры, приведенные в [1], позволяют исследовать влияние архимедовых сил на критический режим течения. Используем их для определения локального критического числа Рейнольдса при течении несжимаемой жидкости в горизонтальном направлении в среде с вертикальной стратификацией. Уравнения (2.1) в работе [1] с учетом замыкающих их соотношений при пренебрежении в них конвективными и диффузионными членами примут вид

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{\partial}{\partial \tau} \langle u_i u_j \rangle + \langle u_h u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_h} + \langle u_h u_i \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_h} + k \frac{\sqrt{E}}{l} \left(\langle u_i u_j \rangle - \frac{2}{3} \delta_{ij} E \right) + \\
 & + c_1 v \frac{\langle u_i u_j \rangle}{l^2} + \frac{2}{3} c \delta_{ij} \frac{F^{1/2}}{l} - \beta g (\delta_{2i} \langle t u_j \rangle + \delta_{2j} \langle t u_i \rangle) = 0 \\
 & \frac{\partial}{\partial \tau} \langle u_i t \rangle + \langle u_h t \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_h} + \langle u_h u_i \rangle \frac{\partial T}{\partial x_h} + k_t \frac{\sqrt{E}}{l} \langle u_i t \rangle + \\
 & + c_{ut} v \frac{\langle u_i t \rangle}{l^2} - \delta_{2i} \beta g \langle t^2 \rangle = 0
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\langle t^2 \rangle}{2} + \langle u_h t \rangle \frac{\partial T}{\partial x_h} + c_{1t} v \frac{\langle t^2 \rangle}{l^2} + c_t \frac{\langle t^2 \rangle \sqrt{E}}{l} = 0$$

$$c_1 \approx \frac{5}{4} \pi, \quad c_{1t} \approx \frac{3}{4} \pi, \quad c_{ut} \approx \pi, \quad \frac{k}{c} \approx 7, \quad \frac{k_t}{k} \approx 0.75, \quad \frac{c_t}{c} \approx 1$$

Для исследования критического режима систему уравнений (1) путем последовательного исключения неизвестных запишем в виде соотношения

$$(2) \quad Rl^2 = \frac{A_1 + A_2 G + A_3 G^2}{A_4 + A_5 G}$$

$$A_1 = pq(mn)^2, \quad A_2 = mn(\lambda p + qm + 3pq)$$

$$A_3 = \lambda p + qm + 2pq, \quad A_4 = \lambda n^2 p, \quad A_5 = \lambda(n-p)$$

$$m = (k \operatorname{Re} + c_1), \quad n = k_t \operatorname{Re} + c_{ut}, \quad p = c_t \operatorname{Re} + c_{1t}$$

$$q = c \operatorname{Re} + c_1, \quad \lambda = (k-c) \operatorname{Re}$$

$$Rl = \frac{l^2}{v} \frac{dU}{dy}, \quad \operatorname{Re} = \frac{l \sqrt{E}}{v}, \quad Ri = \beta g \frac{dT}{dy} / \left(\frac{dU}{dy} \right)^2, \quad G = Ri Rl^2$$

где Rl , Ri , G – локальные числа Рейнольдса, Ричардсона и Грасгофа, Re – число Рейнольдса, рассчитанное по значению энергии возмущения.

В уравнении (2), представляющем собой баланс энергии возмущающего движения, левая часть пропорциональна порождению энергии, а правая – диссипации [2]. Графически элементы баланса энергии (порождение – прямая линия, диссипация – кривая типа параболы) изображены на фиг. 1. При стационарном режиме течения порождение равно диссипации, чему графически соответствует точка пересечения кривых. Как видно из графика, таких точек пересечения в некоторых случаях бывает две, одна или ни одной. (Отметим здесь аналогию критического режима турбулентных течений и теории теплового режима горения [3].) Первому из этих случаев отвечает принципиальная возможность существования двух независимых стационарных турбулентных режимов течения. Отсутствию точек пересечения (диссипация больше порождения) соответствует ламинарный стационарный режим течения. И наконец, единственная точка пересечения соответствует смене режима течения, т. е. критическому режиму течения. Используя метод малых возмущений можно показать, что точка 1 является неустойчивой и, следовательно, в реальных течениях не реализуется, точка 2 устойчива и точка 3 односторонне устойчива.

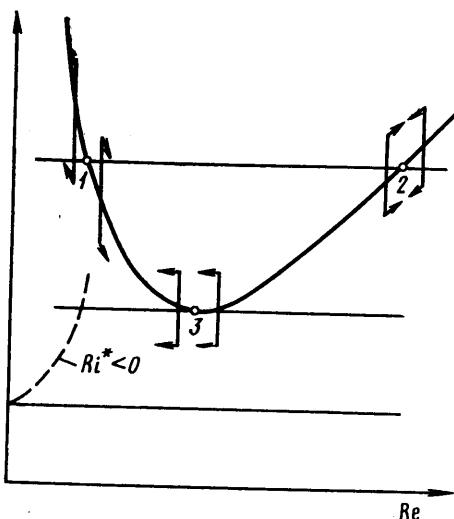
Поскольку критическому режиму течения соответствует минимум кривой диссипации, то производная правой части уравнения (2) должна равняться нулю. Используя это условие, а также уравнение (1), получим следующее соотношение:

$$(3) \quad Rl^2 = \frac{A_1' + A_2' G + A_3' G^2}{A_4' + A_5' G}$$

где штрих обозначает дифференциальные функции A_i по Re .

Уравнения (2) и (3) служат для определения критических значений локального числа Рейнольдса Rl^* и Re^* . В общем случае из-за высокого порядка алгебраических уравнений (2) и (3) критические параметры определяются путем численного расчета кривой диссипации. Аналитический расчет удается выполнить в некоторых предельных режимах течения. Рассмотрим их.

1. $Ri < 0$. Поскольку неустойчивая стратификация способствует развитию турбулентности, то очевидно, что должен существовать режим течения, при котором сколь



Фиг. 1

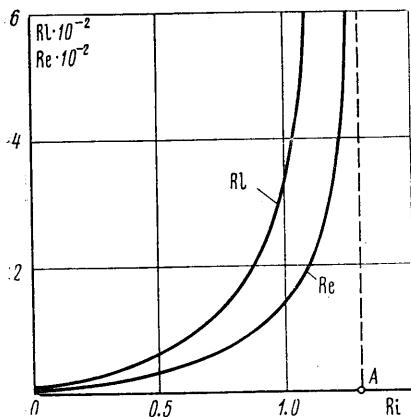
угодно малое возмущение вызовет турбулизацию течения. Предельное значение числа Re в этом случае равно нулю: $Re=0$. Критические значения Rl и Ri определяются из уравнений (2) и (3)

$$(4) \quad Rl^* = \frac{A_1' + A_2' + A_3'}{A_4' + A_5'} \Big|_{Re=0}, \quad Ri^* = \frac{A_2 + \sqrt{A_2^2 - 4A_2A_3}}{2A_3(Rl^*)^2} \Big|_{Re=0}$$

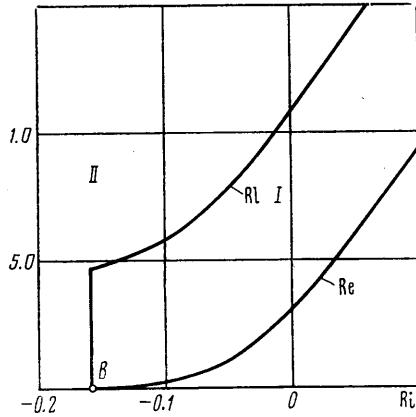
Подставляя в эти соотношения значения постоянных, найдем критические значения параметров в области неустойчивой стратификации

$$Rl^* \approx 4.6, \quad Ri^* = -0.16, \quad Re^* = 0.$$

Отсюда следует, что устойчивое (ламинарное) течение может существовать и при неустойчивой стратификации, если число Ri не менее его предельного значения ($Ri > -0.16$). Если $Ri < -0.16$, любое течение будет турбулентным.



Фиг. 2



Фиг. 3

2. $Re=0$. В этом случае критические значения чисел Rl и Re , определяемые из уравнений (2) и (3), равны [2]

$$(5) \quad Re^* \approx \frac{c_1}{4c} \left(\sqrt{1 + 8 \frac{c}{k}} - 1 \right) \approx 3$$

$$Rl \approx c_1 \left[\frac{k}{4c} \left(\sqrt{1 + 8 \frac{c}{k}} - 1 \right) + 1 \right] \sqrt{\frac{1.5(\sqrt{1 + 8c/k} - 1) + 6}{(k/c - 1)(\sqrt{1 + 8c/k} - 1)}} \approx 11$$

3. $Ri > 0$. Рассмотрим развитый турбулентный режим течения. В уравнениях (2) при этом следует совершить предельный переход при $Rl \rightarrow \infty$ и $Re \rightarrow \infty$. В результате получим выражение для энергии турбулентного движения

$$(6) \quad E = \frac{1}{3} \frac{(k/c-1)}{k^2} \left(l \frac{dU}{dy} \right)^2 [1 - r Ri' + \sqrt{1 - 2(r-2\omega) Ri' - (r-2)^2 Ri'^2}]$$

$$r = \frac{7}{3} + \frac{k}{c} \left(\frac{2}{3} + \frac{c}{c_t} \right), \quad \omega = \frac{k}{c_t} - \frac{k}{k_t}, \quad Ri' = \frac{3}{2} \frac{k/k_t}{k/c-1} Ri$$

из которого видно, что при

$$Ri = Ri^* = \frac{2}{3} \frac{\omega}{r-1} \frac{k_t}{k} \left(\frac{k}{c} - 1 \right) \approx 1.3$$

значение E обращается в нуль.

Таким образом, в случае устойчивой стратификации при достижении критического значения числа Ричардсона ($Ri=Ri^*$) происходит подавление пульсационного движения. При $Ri > Ri^*$ течение всегда будет ламинарным, а при $Ri < Ri^*$ режим течения определяется значениями Rl и Ri .

Энергетические оценки критического числа Ричардсона при устойчивой стратификации были выполнены Ричардсоном и Прандтлем, а также Тейлором [4]. Значения Ri^* , полученные этими авторами, соответственно равны $Ri^* > 2$ и $Ri^* \geq 1$.

Значения локального критического числа Рейнольдса во всей области изменения числа Ri , полученные численным путем, приведены на фиг. 2 и 3. Предельные значения Ri^* помечены на оси абсцисс точками A и B . Кривая Rl^* делит плоскость Rl , Ri на две области. При значениях Rl и Ri , относящихся к области I, течение будет ламинарным, а в области II – турбулентным.

В заключение отметим, что результаты, полученные выше, могут быть использованы для расчета критического режима течения различных плоских течений.

Поступила 14 IX 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Джугашвили К. Е. Двумерный свободный пограничный слой в стратифицированной среде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 4.
2. Левин В. Б. К расчету основных характеристик турбулентных потоков с попечным сдвигом. Теплофизика высоких температур, 1964, т. 2, № 4.
3. Вулис Л. А. Тепловой режим горения. М.-Л., Госэнергоиздат, 1954.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.

УДК 532.526.

ЗАКОН ТРЕНИЯ В ОБЛАСТИ ГАЗОВОЙ ЗАВЕСЫ ЗА ПРОНИЦАЕМЫМ УЧАСТКОМ

Ю. В. БАРЫШЕВ, А. И. ЛЕОНТЬЕВ, Н. К. ПЕЙКЕР

(Москва)

Представлены результаты измерений трения за проницаемым участком в дозвуковом турбулентном пограничном слое при интенсивности вдувания $j=0.003-0.04$. Предлагаются методы расчета локальных коэффициентов трения в области газовой завесы и критерия Рейнольдса, определенного по толщине потери импульса, которые находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментом.

Современные полуэмпирические интегральные методы расчета основаны на использовании балансовых уравнений пограничного слоя – интегральных соотношений. Для решения конкретных задач с использованием интегральных уравнений необходимо иметь дополнительную информацию о связи между коэффициентом трения c_f , критерием Стентона St с критериями Рейнольдса, построенными по толщине потери импульса Re^{**} и энергии $Re_{t^{**}}$, т. е. законами трения и теплообмена [1], которые нуждаются в экспериментальной проверке для рассматриваемых условий.

В работах [2, 3] экспериментально подтверждена справедливость закона теплообмена в области газовой завесы за проницаемыми участками различной длины для дозвукового турбулентного пограничного слоя в широком диапазоне интенсивности вдувания $j=(\rho u)_w/(\rho u)_0=0.001-0.04$.

Здесь ρ_w и u_w – плотность и скорость вдуваемого газа на стенке ρ_0 и u_0 – плотность и скорость потока вне пограничного слоя.

Авторам неизвестно опубликованных работ по измерению трения в области газовой завесы за проницаемым участком.

В данной работе исследуется справедливость закона трения [1]

$$(1) \quad c_f = 0.0256 Re^{**-0.25} \quad (\text{для } Re^{**} \leq 10^4)$$

в области газовой завесы за проницаемыми участками различной длины в дозвуковом турбулентном пограничном слое.

Эксперименты проводились в малой дозвуковой аэродинамической трубе непрерывного действия Института механики МГУ, рабочая часть которой представляла собой прямоугольный канал с размерами поперечного сечения $0.07 \times 0.075 \text{ м}^2$ и длиной 0.6 м. Верхней стенкой служила модель, нижняя была гибкой и позволяла изменять высоту и профиль рабочей части в зависимости от интенсивности вдувания так, чтобы статическое давление оставалось постоянным по длине. Параметры потока не изменялись и составляли: скорость 50 м/сек, температура 290–300° С, число Рей-