

## СТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В КАНАЛЕ ПРИ ОСЕВОМ ВДУВЕ И ГЕТЕРОГЕННАЯ ДВУХСЛОЙНАЯ ДЕТОНАЦИЯ

П. Б. ВАЙНШТЕЙН

(Москва)

Исследуются одномерные стационарные движения газа за ударными волнами при осевом вдуве, приводящем к расходному, импульсному и тепловому воздействию на поток. Для сильных ударных волн получено общее решение задачи, позволяющее по известным начальным условиям определять характер движения вниз по потоку. Находятся условия существования таких стационарных решений, называемых по аналогии с детонацией самоподдерживающимися, когда скорость газа в конце зоны вдува не меньше скорости звука. Проводится исследование особых точек системы уравнений одномерного движения; обсуждается устойчивость перехода через скорость звука [1].

Полученные результаты применяются для исследования гетерогенной двухслойной детонации [2]. При распространении сильных ударных волн в заполненном газом канале, на стенке которого нанесен слой чувствительного взрывчатого вещества, в слое с внутренней поверхности инициируется косая детонационная волна. Истекающие в канал продукты взрыва поддерживают ударную волну, что приводит к распространению комплекса, включающего в себя ударную и детонационную волны, называемую двухслойной детонацией, с постоянной скоростью, существенно превышающей скорость нормальной детонации [3, 4]. В канале, заполненном гелием, скорость распространения двухслойной детонации оказывается значительно выше, чем в канале, заполненном воздухом [3, 4]. В работах [2, 5, 6], посвященных теоретическому анализу двухслойной детонации, не содержится объяснения этого эффекта. Развиваемый в них подход основан на исследовании одномерного движения газа за ударной волной при обжимающем без перемешивания воздействии истекающих в канал продуктов взрыва.

В настоящей работе предлагается модель двухслойной детонации, основанная на одномерном описании движения газа за ударной волной при вдуве в канал продуктов взрыва, истечение которых описывается решением задачи Прандтля – Майера. На основании этой модели определены зависимость скорости двухслойной детонации от массовой концентрации взрывчатого вещества и концентрационные пределы распространения. Представлены результаты качественного анализа распределения параметров в зоне вдува.

1. Стационарное движение газа при осевом вдуве. Рассмотрим стационарное одномерное течение идеального калорически совершенного газа в канале за движущейся с постоянной скоростью  $U$  ударной волной при воздействии подводимой на некотором участке за скачком дополнительной массы газа, обладающей постоянной осевой составляющей скорости  $v_i$  и полной энтальпией  $i_i^*$ . Комплекс, состоящий из скачка и зоны вдува, является детонационной волной, в которой газ помимо обычного для детонации теплового воздействия претерпевает также расходное и импульсное воздействие. Будем считать, что термодинамические свойства вдуваемого и основного газа совпадают. В системе координат, связанной с волной, уравнения газовой динамики для рассматриваемой задачи имеют вид

$$(1.1) \quad (\rho_1 v_1)' = J, \quad (\rho_1 v_1^2 + p)' = J v_i, \quad [\rho_1 v_1 (i_i + v_i^2/2)]' = J i_i^*$$

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \rho_1 v_1^2 + p - \rho_1 v_1 v_i &= \rho_{10} U^2 + p_0 - \rho_{10} U v_i, \quad p = (\gamma - 1) \rho_1 i_1 / \gamma \\ \rho_1 v_1 (i_1 + v_1^2 / 2) - \rho_1 v_1 i_1^* &= \rho_{10} U (U^2 / 2 + i_{10}) - \rho_{10} U i_1^* \end{aligned}$$

Здесь  $\rho_1$ ,  $v_1$ ,  $i_1$  — плотность, скорость и энтальпия газа,  $p$  — давление,  $J$  — интенсивность вдува,  $\gamma$  — показатель адиабаты. Уравнения (1.1) — уравнения массы, импульса и энергии; уравнения (1.2) — интегралы импульса, энергии и уравнение состояния.

Будем рассматривать сильные ударные волны и вдув с большим тепло-содержанием ( $p_0/p \ll 1$ ,  $i_{10}/i_1^* \ll 1$ ). Вводя безразмерные переменные, перепишем (1.2) в виде

$$(1.3) \quad \begin{aligned} G(u - u_i) + P &= 1 - u_i, \quad P = (\gamma - 1) \frac{Gh}{\gamma u} \\ G(2h + u^2) - G(1 + q)u_i^2 &= (1 - (1 + q)u_i^2) \\ G &= \frac{\rho_1 v_1}{\rho_{10} U}, \quad u = \frac{v_1}{U}, \quad P = \frac{p}{\rho_{10} U^2}, \quad h = \frac{i_1}{U^2} \\ u_i &= \frac{v_i}{U}, \quad q = \frac{2i_1^*}{v_i^2} - 1 \end{aligned}$$

Из (1.3), не задаваясь выражением для интенсивности вдува, можно найти распределение параметров в зоне вдува как функций безразмерного расхода газа  $G$ . Исключая из (1.3)  $P$  и  $h$ , получим уравнение, связывающее  $G$  и  $u$  в виде

$$(1.4) \quad \begin{aligned} (G - 1)f_2(u) &= -f_1(u), \quad f_1(u) = (u - 1)(u - u_f), \quad u_f = (\gamma - 1)/(\gamma + 1) \\ f_2(u) &= u^2 - \frac{2\gamma}{\gamma + 1} u_i u + \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} u_i^2 (1 + q) \end{aligned}$$

При  $G = 1$  (1.4) имеет решения  $u = 1$  и  $u = u_f$ , соответствующие состоянию газа перед и за скачком. Введем местное число Маха  $M = v/c$ . Тогда из (1.2) имеем

$$(1.5) \quad M^2 = \frac{uG}{\gamma[1 - u_i - G(u - u_i)]}$$

Условие  $M = 1$  в переменных  $G$ ,  $u$  примет вид

$$(1.6) \quad \begin{aligned} G - 1 &= -F_1(u), \quad F_1(u) = \frac{(\gamma + 1)u - \gamma}{(\gamma + 1)u - \gamma u_i} \quad (u_i \neq 1) \\ u &= \frac{\gamma}{\gamma + 1} \quad (u_i = 1) \end{aligned}$$

Непосредственно за скачком течение газа дозвуковое. По аналогии с обычной детонацией будем называть детонационную волну пересжатой, если в конце зоны вдува выполняется  $M_e < 1$ , волной Чепмена — Жуге (ЧЖ), если  $M_e = 1$ , и недосжатой, если  $M_e > 1$ . Последние два режима не подвержены ослабляющему влиянию осевой волны разрежения и поэтому являются самоподдерживающимися.

Для получения дополнительных к (1.4) условий, определяющих скорость детонационной волны, и ограничений, которые накладываются при этом на параметры  $u_i$ ,  $q$  и  $\gamma$ , необходимо исследовать ее структуру. Рассмотрим два возможных интервала изменения параметра  $q$ .

1. Пусть выполняется неравенство  $q \leq 1/(\gamma^2 - 1)$ . Тогда функция  $f_2(u)$  обращается в нуль при

$$(1.7) \quad u = u^\pm = (1+q)u_i u_{i2}^\pm,$$

$$u_{i2}^\pm = \left( \frac{\gamma}{\gamma+1} \pm \sqrt{\frac{1}{(\gamma+1)^2} - q \frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \right) / (1+q)$$

Найдем, при каких  $u_i$  функции  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$  обращаются в нуль одновременно. Подставляя  $u=1$  и  $u=u_f$  в  $f_2(u)=0$ , получим соответственно

$$(1.8) \quad g_1(u_i) = (1+q)u_i^2 - \frac{2\gamma}{\gamma+1}u_i + \frac{\gamma+1}{\gamma-1} = 0,$$

$$g_2(u_i) = (1+q)u_i^2 - \frac{2\gamma}{\gamma+1}u_i + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} = 0$$

Уравнения (1.8) имеют соответственно решения

$$(1.9) \quad u_i = u_{i1}^\pm = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} u_{i2}^\pm \quad \left( \frac{\gamma+1}{\gamma} \leq u_{i1}^+ \leq \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad 1 \leq u_{i1}^- \leq \frac{\gamma+1}{\gamma} \right)$$

$$(1.10) \quad u_i = u_{i2}^\pm \quad \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \leq u_{i2}^+ \leq 1, \quad \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \leq u_{i2}^- \leq \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)$$

Найдем необходимые условия реализации самоподдерживающихся режимов детонации, т. е. условия, при которых кривая  $F_2(u)$  ( $F_2(u) = -f_1(u)/f_2(u)$ ), описывающая структуру (см. (1.4)), пересекается со звуковой линией ( $F_1(u)$ ), определяемой (1.6). Из уравнения  $F_1(u) = F_2(u)$  получим

$$(1.11) \quad u^2 - 2\gamma u + 2\gamma \frac{\gamma}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} = 0 \quad \left( v = \frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{(1+q)u_i^2 - 1}{u_i - 1} \right)$$

Точки пересечения кривых  $F_1(u)$  и  $F_2(u)$  совпадают с точками экстремума функции  $F_1(u)$ . Условие существования решения уравнения (1.11) (неотрицательность дискриминанта) может быть представлено в виде

$$(1.12) \quad g_1(u_i) g_2(u_i) \geq 0$$

Из (1.8)–(1.10) следует, что (1.12) выполняется при

$$(1.13) \quad u_i \geq u_{i1}^+, \quad u_i \leq u_{i2}^-, \quad u_{i2}^+ \leq u_i \leq u_{i1}^-$$

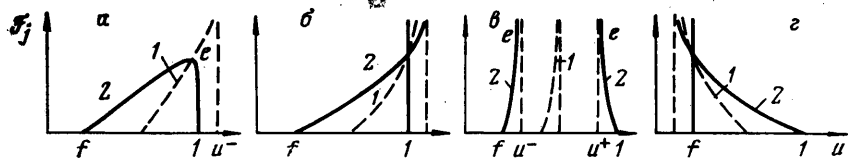
Рассмотрим последовательно интервалы (1.13).

На фиг. 1 изображены эскизы графиков функций  $F_j(u)$  ( $j=1-1$ ,  $j=2-2$ ) в представляющей физической интерес области изменения переменных  $G, u$ . При  $u_i > u_{i1}^+$  (см. фиг. 1, а) меньший корень уравнения  $f_2(u) = 0$  удовлетворяет условию  $u^- > 1$ . При вдуве расход газа ( $\dot{G}$ ) увеличивается, при этом за скачком  $(1-f)$  скорость газа увеличивается и достигает  $(f-e)$  при некотором определенном равновесном расходе  $G_e$  скорости, равной скорости звука (детонация ЧЖ). При меньшем количестве вдуваемого газа течение газа за скачком всюду дозвуковое (пересжатая детонация), при большем — стационарного решения не существует. Возможно также непрерывное решение  $(1-e)$ . Отметим, что рассматриваемые здесь и в дальнейшем непрерывные решения имеют смысл, если вдув газа не связан с инициирующим действием ударной волны.

При  $u_i = u_{i1}^+$  уравнение (1.11) имеет решение  $u = 1$ , а из (1.4), учитывая, что в этом случае  $f_2(u) = (u-1)(u-2\gamma u_i/(\gamma+1)+1)$ , получим два решения

$$(1.14) \quad G-1 = -\frac{u-u_f}{u-2\gamma u_i/(\gamma+1)+1}, \quad u=1$$

Первое уравнение (1.14) описывает разрывное решение (см. фиг. 1, б). Легко показать, что  $2\gamma u_{i1}^+/(\gamma+1)-1 > 1$  и, следовательно, течение газа за



Фиг. 1

скачком при достаточно большом количестве вдуваемого газа может непрерывно переходить из дозвуковой области ( $u < 1$ ) в сверхзвуковую ( $u > 1$ ). Подставляя в (1.5)  $G$  из (1.4), получим решение в переменных  $M, u$ ; которое при  $u_i = u_{i1}^+$  дает

$$M^2 = \frac{2}{\gamma+1} \frac{u}{1-u_i u}$$

Из последнего соотношения следует, что после перехода через скорость звука ( $u=1, M=1$ ) газ не может ускориться до скоростей, превышающих предельную скорость, равную  $(\gamma+1)/(\gamma-1)$ .

Одностороннее тепловое и расходное воздействие не приводят к непрерывному переходу через скорость звука [7]. В данном случае такой переход осуществляется за счет импульсного воздействия, связанного с осевой составляющей скорости вдуваемого газа. В абсолютной системе координат скорость вдува направлена в сторону, противоположную направлению движения газа и ударной волны ( $u_{i1}^+ > 1$ ). Это приводит к тому, что газ в зоне вдува после полного торможения также движется в противоположную сторону. Описанное решение представляет собой пример недосжатой детонации с лидирующим скачком. Отметим, что соотношение  $u_i = u_{i1}^+$ , при котором осуществляется непрерывный переход через скорость звука, является дополнительным, определяющим скорость недосжатой детонации [8].

Уравнение ( $u=1$ ) описывает непрерывное решение, которое характеризуется постоянством скорости газа, ростом давления (см. (1.3)) и уменьшением  $M$  (см. (1.5)). При этом также возможен непрерывный переход через скорость звука.

При  $u_{i2}^+ \leq u_i \leq u_{i1}^-$  корни уравнения  $f_2(u) = 0$  удовлетворяют неравенствам  $u_f \leq u^- < u^+ \leq 1$ . На фиг. 1, в изображены эскизы графиков  $F_j(u)$  при условии, что значения параметра  $u_i$  удовлетворяют неравенству  $1 < u_i < u_{i1}^-$ . В данном случае возможны разрывное ( $f-e$ ) и непрерывное ( $1-e$ ) решения, описывающие течения газа, в которых скорость звука не достигается. При  $u_i = 1$  и  $u_{i2}^+ < u_i < 1$  исследование проводится аналогично и дает тот же результат. Таким образом, при значениях  $u_i$  из третьего интервала (1.13) возможна лишь пересжатая детонация.

При  $u_i = u_{i2}^-$  уравнение (1.11) имеет решение  $u = u_f$ , а из (1.4), учитывая, что  $f_2(u) = (u-u_f)(u-2\gamma u_i/(\gamma+1)+u_f)$ , получим два решения

$$(1.15) \quad G-1 = -\frac{u-1}{u-2\gamma u_i/(\gamma+1)+u_f}, \quad u=u_f$$

Первое из них описывает непрерывное решение (см. фиг. 1, г). Легко показать, что  $2\gamma u_i/(\gamma+1)-u_f < u_f$  и, следовательно, течение газа при доста-

точно большим количестве вдуваемого газа может непрерывно переходить из сверхзвуковой области ( $u > u_f$ ) в дозвуковую ( $u < u_f$ ). Решение в переменных  $M, u$  в данном случае имеет вид

$$M^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \frac{u}{1 - u}$$

Уравнение  $u = u_f$  описывает разрывное решение, характеризующееся постоянством за скачком скорости газа, падением давления и ростом  $M$ .

При  $u_i < u_{i2}^-$  больший корень уравнения  $f_2(u) = 0$  удовлетворяет условию  $u^+ < u_f$  и, следовательно, оба корня лежат левее точки  $u = u_f$ . Это является единственным и не принципиальным отличием данного случая от случая  $u_i > u_{i1}^+$ , что, как легко показать, позволяет сделать вывод о возможности достижения в потоке скорости звука (детонация ЧЖ). Таким образом, при  $q \leq 1/(\gamma^2 - 1)$  самоподдерживающиеся режимы детонации возможны при значениях  $u_i$  из первых двух интервалов (1.13).

2. Пусть выполняется неравенство

$$(1.16) \quad q > 1/(\gamma^2 - 1)$$

Тогда уравнения  $f_2(u) = 0$  и (1.8) не имеют решений, а условие (1.12) всегда выполняется. В этом случае график функции  $F_2(u)$  имеет одну ветвь, связывающую точки 1 и  $f$  и пересекающую в интервале  $[f, 1]$  график функции  $F_1(u)$ . Следовательно, возможны как непрерывное решение (1-е), так и разрывное (f-е) с достижением в потоке скорости звука (детонация ЧЖ). Таким образом, в данном случае самоподдерживающиеся режимы детонации (ЧЖ) возможны при любых  $u_i$ .

Исследуем устойчивость непрерывного перехода через скорость звука. Проведя дифференцирование в (1.1) (дифференцирование по  $x$  эквивалентно дифференцированию по  $G$ ) и разрешив полученные уравнения относительно производных, получим систему дифференциальных уравнений в переменных  $G, u, M$

$$(1.17) \quad \begin{aligned} u' &= \frac{(\gamma + 1)f_2(u)}{2Gu(1 - M^2)} \\ M' &= \frac{[u_i(1 + q)(\gamma - 1)(\gamma M^2 + 1) + \gamma u_i^2 M^2(\gamma M^2 + 1)(2 + (\gamma - 1)M^2) - 2\gamma u_i M^2(2 + (\gamma - 1)M^2)]M^3}{4Gu^2(1 - M^2)} \end{aligned}$$

При  $u_i = u_{i1}^+$  точка  $G_0, 1, 1$  ( $G_0 = (u_i - 1)(u_i - (\gamma + 1)/\gamma)$ ) является особой точкой системы (1.17). Линеаризуя (1.17) около этой точки и учитывая, что  $G$  и  $u$  связаны (1.14), получим характеристическое уравнение в плоскости  $MG$

$$(1.18) \quad \begin{aligned} \lambda^2 - a\lambda + b &= 0, \quad a = -4\gamma \left( \frac{\gamma + 1}{\gamma} - u_{i1}^+ \right) > 0, \\ b &= -32\gamma^2 \left( \frac{\gamma + 1}{\gamma} - u_{i1}^+ \right)^2 < 0 \end{aligned}$$

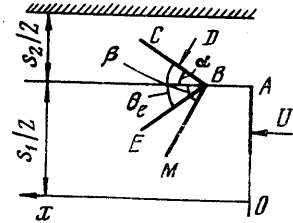
Это уравнение показывает, что в плоскости  $MG$  особая точка суть седло ( $b < 0$ ). На основании результатов [1] можно заключить, что непрерывный переход через скорость звука, описываемый (1.14), устойчив ( $a > 0, M' > 0$ ). Непрерывный переход, описываемый решением  $u = 1$  дает в (1.18)  $b = 0$  (вырожденное седло) и является неустойчивым ( $a > 0, M' < 0$ ).

При  $u_i = u_{i2}^-$  точка  $(G_0, u_f, 1)$ , где  $G_0 = (1 - u_i)/((\gamma - 1)/\gamma - u_i)$ , является особой точкой системы (1.17). Линеаризуя (1.17) около этой точки и учитывая, что  $G$  и  $u$  связаны (1.15), получим характеристическое уравнение в плоскости  $MG$

$$(1.19) \quad \begin{aligned} \lambda^2 - a\lambda + b &= 0, \quad a = -4\gamma u_f \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} - u_{i2}^- \right) < 0, \\ b &= -32\gamma^2 \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} - u_{i2}^- \right)^2 \end{aligned}$$

В данном случае особая точка также является седлом, при этом непрерывный переход через скорость звука, описываемый решением (1.15), устойчив ( $a < 0$ ). Решение  $u = u_f$  дает в (1.19)  $b = 0$ . Соответствующий непрерывный переход также устойчив ( $a < 0$ ).

**2. Модель двухслойной гетерогенной детонации.** На фиг. 2 схематически изображен процесс установившегося распространения сильной ударной волны в заполненном газом канале, на стенки которого нанесен слой взрывчатого вещества. За ударной волной образуется область повышенного давления, которое при превышении порога инициирования  $p_i$  [9] приводит в результате механического воздействия к образованию в слое косой детонационной волны, фронт которой составляет с невозмущенной поверхностью заряда угол  $\alpha$ . В ряде работ [3, 4, 10] содержится экспериментальное подтверждение возможности распространения двухслойной детонации с некоторой постоянной скоростью. Скорость двухслойной детонации  $U$  связана со скоростью нормальной детонации  $D$  соотношением [2]  $D = U \sin \alpha$ . Распространение двухслойной детонации возможно благодаря обратному воздействию продуктов взрыва на ударную волну. При истечении продуктов взрыва в канале образуется контактная поверхность  $BM$ , составляющая с невозмущенной поверхностью заряда угол  $\beta$  и разделяющая газ и продукты взрыва. При этом изображенное на фиг. 2 в окрестности точки  $B$  течение реализуется при выполнении условия



Фиг. 2

$$(2.1) \quad \beta < \beta, \quad \operatorname{tg}^2 \beta = 1/(\gamma^2 - 1)$$

определяющего диапазон углов, при которых прямой скачок отходит (см., например, [11]) от образованной контактной поверхностью «клина». При  $\beta \leq \beta_c$  в окрестности точки  $B$  должно реализоваться течение с присоединенным косым скачком, возможное, вообще говоря, при мгновенном иницировании.

Для описания процесса истечения продуктов взрыва используем приближенное уравнение изэнтропы —  $p/p_n = (\rho/\rho_n)^k$ ,  $k = \text{const}$ ; где  $p_n$ ,  $\rho_n$  — параметры на фронте детонации  $BC$ . Тогда в окрестности точки  $B$  истечение продуктов взрыва описывается решением задачи Прандтля — Майера

$$(2.2) \quad v_r = w \sin(\kappa\theta + \varphi), \quad w = U \sqrt{\frac{k^2 - \cos^2 \alpha}{k^2 - 1}}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}}$$

$$v_\theta = c = \kappa w \cos(\kappa\theta + \varphi), \quad \varphi = \arcsin(U \cos \alpha / w)$$

Здесь  $\theta$  — полярный угол, отсчитываемый от фронта детонационной волны,  $v_r$  и  $v_\theta$  — радиальная и тангенциальная скорости,  $c$  — скорость звука,  $k$  — показатель изэнтропы,  $w$  — скорость истечения продуктов взрыва в вакуум. Предельная характеристика (линия  $BE$ ), до которой справедливо решение (2.2), определяется условием равенства давления в газе  $p_f'$  и в продуктах взрыва, которое может быть преобразовано к виду

$$(2.3) \quad c_f^2 = \frac{k p_n}{\rho_n} \left( \frac{p_f'}{p_n} \right)^{(\gamma-1)/k}, \quad p_f = \frac{2}{\gamma+1} \rho_{10} U^2, \quad \frac{p_f'}{p_f} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$p_n = \rho_{20} D^2 / (k+1), \quad \rho_n = (k+1) \rho_{20} / k$$

Здесь  $c_i$  — скорость звука в продуктах взрыва на линии  $BE$ ,  $\rho_{20}$  — плотность взрывчатого вещества,  $p_i'$  — давление адиабатического торможения. Предельный угол истечения  $\theta_i$  и угол  $\beta$  определяются соотношениями

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \theta_i &= (\psi - \varphi) / \kappa, \quad \psi = \arccos(c_i / \kappa w) \\ \beta &= \theta_i + \arctg(c_i / w_i) - \alpha, \quad w_i = w \sqrt{\sin^2 \psi + \kappa^2 \cos^2 \psi} \end{aligned}$$

Здесь  $w_i$  — результирующая скорость истечения, направленная вдоль линии  $BM$ .

Течение газа в канале при воздействии истекающих продуктов взрыва можно исследовать в рамках одномерной теории движения газа при осевом вдуве, развитой в п. 1. При этом параметры вдува должны определяться закономерностями истечения продуктов взрыва, а скорость  $U$  (угол  $\alpha$ ) — условием  $M_e \geq 1$  в конце зоны вдува.

Определим осевую скорость вдува  $v_i$  и параметр  $q$  (см. (1.3)) в соответствии с (2.2) — (2.4)

$$(2.5) \quad v_i = w_i \cos \beta, \quad q = (w^2 / v_i^2) - 1 \quad (i_i^* = w^2 / 2)$$

Отметим, что в данном случае  $v_i$  и  $q$  связаны зависимостью от угла  $\alpha$ . Если давление газа за скачком гораздо меньше давления на фронте детонации ( $p_f \ll p_\kappa$ ), то истечение продуктов взрыва происходит аналогично разлету в вакуум [11]. При этом из (2.4), (2.5) имеем  $w_i = w$ ,  $q = \operatorname{tg}^2 \beta$ . Последнее соотношение показывает, что при  $p_f \ll p_\kappa$  условия (2.1) и (1.16) совпадают. В общем случае из (2.4) следует, что при выполнении (2.1) условие (1.16) заведомо выполняется. В соответствии с результатами п. 1 при условии (1.16) всегда существует решение, соответствующее самоподдерживающейся детонации, причем возможна только детонация ЧЖ.

Найдем зависимость скорости двухслойной детонации ЧЖ от концентрации взрывчатого вещества в канале. Интегрируя первое уравнение (1.1) и учитывая, что полный расход продуктов взрыва, подаваемых в канал, равен  $\rho_{20} U s_2$  ( $s_2$  — суммарная толщина слоев), получим выражение для равновесного расхода

$$(2.6) \quad G_e = \frac{1}{m_{10}}, \quad m_{10} = \frac{\rho_{10} s_1}{\rho_{10} s_1 + \rho_{20} s_2}, \quad m_{10} + m_{20} = 1$$

Здесь  $m_{10}$  и  $m_{20}$  — массовые концентрации газа и взрывчатого вещества соответственно.

Подставляя (2.6) в (1.4), получим уравнение для определения равновесной скорости газа  $u_e$

$$(2.7) \quad u_e^2 - \frac{2\gamma}{\gamma+1} (m_{20} u_i + m_{10}) u_e + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} (m_{10} + m_{20} u_i^2 (1+q)) = 0$$

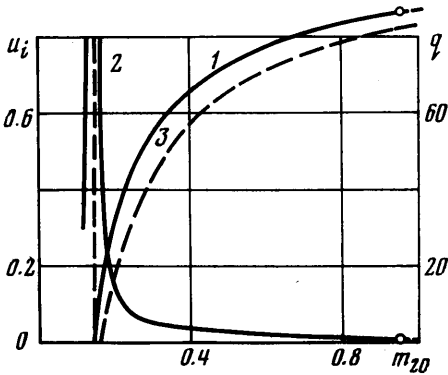
Чтобы в конце зоны вдува выполнялось условие ЧЖ ( $M_e = 1$ ) дискриминант (2.7) должен равняться нулю. Это условие можно представить в виде

$$(2.8) \quad (u_i - 1)^2 m_{20}^2 - \left( \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} (1+q) u_i^2 - 2u_i + \frac{\gamma^2 + 1}{\gamma^2} \right) m_{20} + \frac{1}{\gamma^2} = 0$$

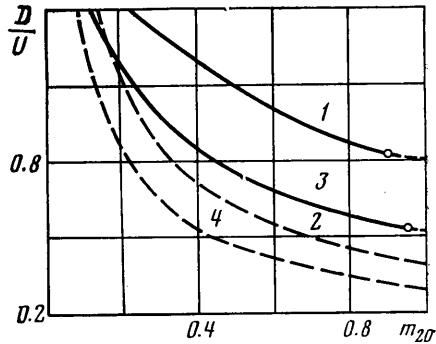
Используя соотношения (2.3) — (2.5), дающие зависимости  $u_i(\alpha)$ ,  $q(\alpha)$ , и разрешая (2.8) относительно  $m_{20}$ , определим зависимость  $m_{20}(\alpha)$ . По этой зависимости и заданной скорости  $D$  определим, используя  $D = U \sin \alpha$ , зависимость скорости двухслойной детонации от концентрации  $U(m_{20})$ .

На фиг. 3 представлены зависимости  $u_i(m_{20})$ ,  $q(m_{20})$  при  $k = 1.4$ ,  $\gamma = 1.67$

( $1-u_i$ ,  $2-q$ ), соответствующие распространению двухслойной детонации в канале, заполненном гелием ( $\rho_{10}=0.178 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>), на стенки которого нанесен слой азида свинца ( $\rho_{20}=4.8$  г/см<sup>3</sup>,  $D=4.7$  км/сек). Пунктирной линией 3 показана зависимость  $u_i(m_{20})$  при  $\varepsilon=\rho_{10}/\rho_{20}=0$ , соответствующая истечению продуктов взрыва в вакуум. Отметим, что уравнение (2.8) имеет два корня, из которых только один удовлетворяет условию  $m_{20}<1$ . Из представленных графиков следует, что зависимость  $q(m_{20})$  имеет две ветви, разделенные вертикальной асимптотой. При этом параметр  $q$  всюду удовлетворяет условию (1.16) и стремится к  $1/(\gamma^2-1)$  при стремлении  $m_{20}$  к единице.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 4 представлена зависимость  $D/U(m_{20})$  при  $k=1.4$  ( $1-\gamma=1.4$ ,  $\varepsilon=0.269 \cdot 10^{-3}$  (воздух);  $2-\gamma=1.4$ ,  $\varepsilon=0$ ;  $3-\gamma=1.67$ ,  $\varepsilon=0.376 \cdot 10^{-4}$  (гелий);  $4-\gamma=1.67$ ,  $\varepsilon=0$ ). Скорость распространения двухслойной детонации при увеличении концентрации взрывчатого вещества в канале увеличивается. Условие (2.1) перестает выполняться при некотором значении концентрации  $m_{20}^*<1$  (соответствующие точки отмечены на фиг. 3, 4). Продолжение зависимости в интервале  $m_{20}^*<m_{20}<1$ , когда в окрестности точки В формируется течение с косым скачком, построенное в предположении, что ударная волна при этом в среднем в канале остается плоской, а истечение продуктов взрыва в канал определяется давлением за прямым скачком, показано на фиг. 3, 4 штриховой линией.

Очевидно, что распространение двухслойной детонации при полном заполнении канала взрывчатым веществом ( $m_{20}=1$ ) невозможно, т. е. существует верхний концентрационный предел распространения двухслойной детонации. Представляется вероятным, что процесс установившегося распространения двухслойной детонации прекращается именно из-за перестройки течения в окрестности точки пересечения детонационного фронта с поверхностью заряда в соответствии с условием (2.1). Вычисленные при этом предположении значения верхнего концентрационного предела составляют в воздухе  $m_{20}^*=0.9$  и в гелии  $m_{20}^*=0.95$ . Максимальные значения скорости двухслойной детонации составляют соответственно  $U=7.6$  и  $11.2$  км/сек, что удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными [<sup>3,4</sup>] —  $U=5.5$  и  $12$  км/сек. Указанные опытные значения скорости получены при несколько больших, чем расчетные ( $m_{20}^*$ ), концентрациях взрывчатого вещества. Последнее может быть связано как с неполнотой потребления взрывчатого вещества в пристенных областях канала, так и с расчетной погрешностью, вносимой прежде всего приближенным описанием изэнтропы продуктов взрыва. Отмеченное расхождение



не относится к скоростям распространения двухслойной детонации, поскольку при  $m_{20} > m_{20}^*$  расчетные значения  $U$  меняются незначительно (см. фиг. 4). Отметим, что вопросы, связанные с существованием и причиной возникновения верхнего концентрационного предела, требуют дальнейших экспериментальных исследований. Нижний концентрационный предел распространения двухслойной детонации определяется условием  $\alpha = \pi/2$  ( $U=D$ ).

Дадим качественное объяснение увеличения скорости двухслойной детонации при заполнении канала легким газом (гелием). Для плоской детонационной волны в сплошном взрывчатом веществе справедливо  $i_n + c_n^2/2 = Q + D^2/2 = i_i^*$  ( $Q$  — теплота сгорания). Полагая, что продукты взрыва подводятся в канал без (в абсолютной системе координат) осевой составляющей скорости ( $u_i = 1$ ), по определению  $q$  получим  $q = 2Q/D^2$ . Из (2.8) при  $u_i = 1$  имеем  $q = 1/(\gamma^2 - 1)m_{20}$ . Приравнявая оба выражения для  $q$ , получим равенство  $D_d = 2m_{20}(k^2 - 1)Q$ , определяющее скорость распространения детонации в дисперсной смеси [12], и в частном случае  $m_{20} = 1$  — скорость нормальной детонации.

При детонации дисперсной смеси или образца взрывчатого вещества возникающее в продуктах взрыва высокое давление приводит к движению среды и фронта детонации со скоростями, соответствующими инерции (плотности) среды. При двухслойной детонации то же давление, возникающее в слое, вызывает путем воздействия истекающих в канал продуктов взрыва движение более легкой среды — газа и ударной волны в нем — со значительно большими скоростями. При этом давление в газе за ударной волной оказывается значительно меньше, чем давление в продуктах взрыва. Чем более легкий газ заполняет канал, тем, вообще говоря, большая скорость двухслойной детонации может быть достигнута. При истечении продуктов взрыва осевая составляющая скорости вдува  $u_i \neq 1$ , а величина подводимой к газу энергии ( $i_i^* = w^2/2$ ) определяется скоростью истечения продуктов взрыва в вакуум и, следовательно, не зависит от плотности несущего газа. Увеличение скорости двухслойной детонации в гелии по сравнению с воздухом связано с тем, что вдуваемая масса продуктов взрыва обладает осевым количеством движения в направлении движения ударной волны ( $u_i < 1$ ). При уменьшении  $\varepsilon$  ( $\rho_{i0}$ ) уменьшается давление газа за ударной волной и предельная скорость звука в продуктах взрыва  $c_i$ . При этом результирующая скорость истечения  $w_i$  и угол  $\beta$  увеличиваются так, что осевая скорость вдува  $u_i$  уменьшается (сравни кривые 1, 3 на фиг. 3). Последнее приводит к увеличению импульсного воздействия на поток вдуваемой массы продуктов взрыва в направлении движения ударной волны и к увеличению скорости двухслойной детонации.

Теоретически предельные ( $\varepsilon = 0$ ) значения скоростей двухслойной детонации при  $k = 1.4$  составляют (см. фиг. 4) при  $\gamma = 1.4$  и 1.67 соответственно  $U = 14.2$  и 18.1 км/сек. Однако область применимости теории при уменьшении начальной плотности газа ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) ограничивается условием  $p_f > p_i$ , связанным с существованием порога иницирования взрывчатого вещества. Отметим, что при уменьшении  $k$  скорость двухслойной детонации увеличивается.

Из данных п. 1 следует, что скорость газа за скачком во фронте двухслойной детонации возрастает. При этом равновесное значение скорости для детонации ЧЖ определяется из (2.7):  $u_e = \gamma(m_{20}u_i + m_{i0})/(\gamma + 1)$ . Равновесное значение давления  $P_e$ , определяемое по первому уравнению (1.3) ( $P_e = (m_{i0} + m_{20}u_i)/(\gamma + 1)m_{i0}$ ), оказывается больше давления газа за скачком ( $P_f = 2/(\gamma + 1)$ ) при условии  $u_i > 1/m_{20} - 1$ . Как следует из фиг. 3, это условие выполняется лишь при достаточно больших  $m_{20}$ , при этом давление во фронте двухслойной детонации возрастает.

Описанная модель качественно объясняет повышение скорости двухслойной детонации по сравнению с нормальной детонацией, наблюдавшееся в работах [4, 10, 13, 14], в которых описаны результаты опытов с различными взрывчатыми веществами, проводившихся в стеклянных и легкодеформируемых трубках. Для количественного сравнения этих экспериментальных и теоретических данных необходим учет разлета продуктов взрыва в окружающее пространство и при  $s_2/s_1 \ll 1$  анализ задачи с цилиндрической симметрией.

Автор благодарит Р. И. Нигматулина за постоянное внимание, полезные обсуждения и поддержку.

Поступила 2 I 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Куликовский А. Г., Слободкина Ф. А. Об устойчивости произвольных стационарных течений в окрестности точки перехода через скорость звука. ПММ, 1967, т. 31, вып. 4.
2. Митрофанов В. В. О сверхскоростной детонации в зарядах с продольными каналами. Физика горения и взрыва, 1975, т. 11, № 1.
3. Бакиров И. Т., Митрофанов В. В. Высокоскоростная двухслойная детонация в системе «ВВ-газ». Докл. АН СССР, 1976, т. 231, № 6.
4. Бакиров И. Т., Воротеяк Г. А., Железняк С. С., Митрофанов В. В., Салганик В. А., Хлыбов Д. П. Действие удлиненных зарядов с продольными каналами. В сб. «Детонация». Черноголовка, 1977.
5. Мардашев А. М. Численный расчет параметров двухслойной детонации, ПМТФ, 1977, 2.
6. Mitrofanov V. V. Detonation in two-layer systems. Acta Astronautica, 1976, vol. 3, No. 11–12.
7. Вулс Л. А. Термодинамика газовых потоков. М.—Л., Госэнергоиздат, 1950.
8. Бармин А. А., Куликовский А. Г. О разрывных решениях в механике сплошной среды. В сб. «Некоторые вопросы механики сплошной среды». Изд-во Моск. ун-та, М., 1978.
9. Дремин А. Н., Савров С. Д., Трофимов В. С., Шведов К. К. Детонационные волны в конденсированных средах. М., «Наука», 1970.
10. Сильвестров В. В., Урушкин В. П. Детонация трубчатых зарядов ВВ в жидком водороде. Физика горения и взрыва, 1977, т. 13, № 1.
11. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П., Челышев В. П., Шехтер Б. И. Физика взрыва. М., «Наука», 1975.
12. Нигматулин Р. И., Вайнштейн П. Б., Азагов И. Ш., Пыж В. А. Структура детонационных волн в двухфазных дисперсных средах. В сб. «Детонация», Черноголовка, 1977.
13. Юхансон К., Персон П. Детонация взрывчатых веществ. М., «Мир», 1973.
14. Загуменнов А. С., Титова Н. С., Фадеев Ю. И., Чистяков В. П. Детонация удлиненных зарядов с полостями. ПМТФ, 1969, № 2.