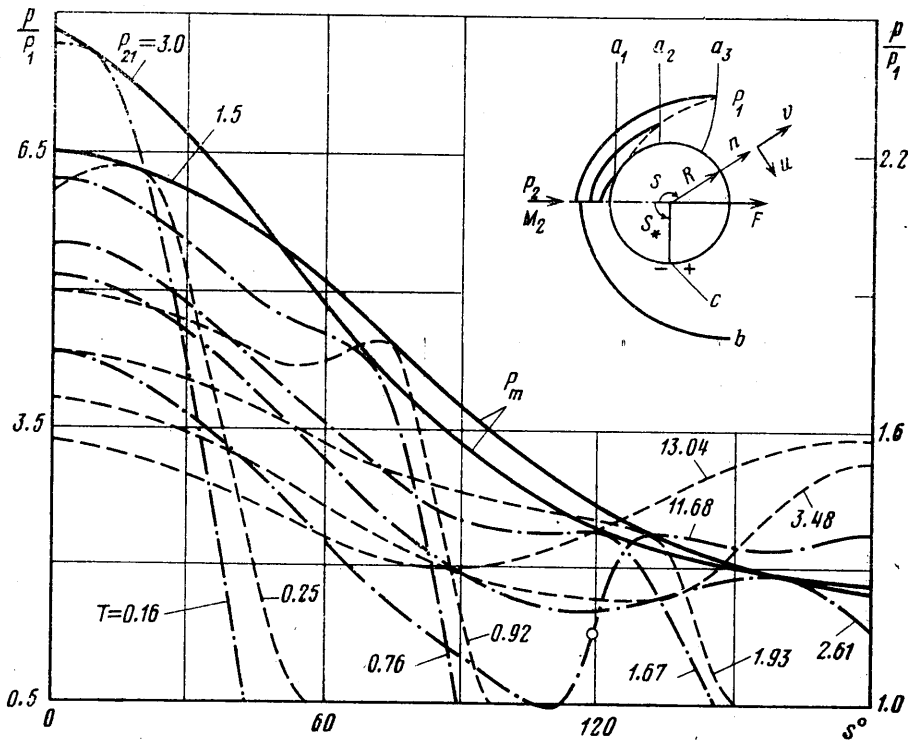


ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УДАРНЫХ ВОЛН
УМЕРЕННОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ С ЦИЛИНДРОМ

В. Н. ЛЯХОВ
(Москва)

Представлены результаты, характеризующие нагрузку и силу, действующие на бесконечный круговой цилиндр при дифракции на нем ударной волны умеренной интенсивности (с отношением давлений на фронте, равном $\sim 1.01 \div 5$). Математическое моделирование процесса проводилось с помощью конечно-разностной схемы второго порядка точности. Для $\gamma=1.4$ проведены систематические расчеты в указанном диапазоне интенсивностей, что дало возможность представить подробные характеристики как нестационарной стадии рассматриваемого процесса, так и после завершения ее.

Рассмотрим набегающую плоскую ударную волну (фиг. 1) на бесконечный круговой цилиндр, ось которого параллельна фронту волны. Если пренебречь влиянием вязкости и теплопроводности (что справедливо при изучении ударно-волновых нагрузок на поверхность цилиндра) и считать цилиндр твердым телом, то величина давления на поверхности бу-



Фиг. 1

дет определяться показателем адиабаты $\gamma = c_p/c_v$ и интенсивностью набегающей ударной волны $P_{21} = P_2/P_1$. Индексами 1 и 2 обозначены параметры газа перед и за волной, а двойным индексом (здесь и в дальнейшем) — отношение соответствующих величин. Число Маха фронта волны определяется через отношение давлений следующим образом:

$$M_\Phi^2 = (P_{21} + \nu) / \mu, \quad \nu = (\gamma - 1) / (\gamma + 1), \quad \mu = 2\gamma / (\gamma + 1)$$

Нестационарная фаза ударно-волнового процесса изображена на верхней половине цилиндра (фиг. 1). Сначала волна отражается регулярно (a_1), затем наблюдается маховское отражение (a_2) и далее волна, сильно изгибаясь, движется по теневой стороне ($\pi/2 < s < \pi$, угол s отсчитывается от лобовой точки по часовой стрелке). Пунктиром показана траектория тройной точки. В [1, 2] высказано предположение о том, что переход от регулярного отражения к маховскому осуществляется при значении угла s , близком к углу, когда существует стационарная маховская конфигурация. После прохождения волны устанавливается стационарное обтекание цилиндра потоком с числом Маха M_2 (фиг. 1, см. нижнюю половину цилиндра). Возникает скачок s , замыкающий сверхзвуковую зону и, если $M_2 > 1$, — отошедшая ударная волна. Более подробно этот процесс описан в [1].

Первоначально дифракция ударной волны на цилиндре рассматривалась в экспериментальной работе [3]. Позднее были проведены эксперименты, в которых изучалось взаимодействие взрывной волны с длинным круговым цилиндром [4]. В этих работах определялось давление на поверхности тела. Определенное число работ посвящено изучению геометрических характеристик процесса. Например, в [5] помещена серия фотографий, характеризующих процесс отражения ударной волны от цилиндра.

Аналитические решения подобного рода задач возможны лишь для предельного случая, когда $P_{21} \rightarrow 1$ [6, 7]. Поэтому рассмотрение этой проблемы для интенсивностей $P_{21} > 1$ проводится численными методами.

С помощью конечно-разностной схемы первого порядка точности получено поле давления [8] рассматриваемого процесса, и результаты представлены в виде изолиний для $M_2 = 0,21, 0,5, 0,8, 1,51$ ($P_{21} \approx 1,35 \div 3,75$).

Схема второго порядка использована в [1, 9] для получения результатов в диапазоне $P_{21} \approx 1,5 \div 100$. Проведено сравнение с известными экспериментальными и теоретическими результатами и рассмотрен вопрос о переходе регулярного отражения в маховское. Некоторые результаты ($P_{21} = 1,13 \div 7,78$) приведены в [10], где решение получалось, как и в [8], методом Годунова. Метод интегральных соотношений использован в работе [2], в которой расчет дифракции проводился с выделением разрывов.

1. В работе методом сквозного счета, подробно описанным в [1], рассмотрены случаи с очень слабыми волнами ($P_{21} = 1,01 \div 5$). При этом интегрировались уравнения газовой динамики [1]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial s} + (1-n) \frac{\partial B}{\partial n} + C = 0$$

$$f = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{vmatrix}, \quad A = \begin{vmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} \rho v \\ 2\rho uv \\ \rho(v^2 - u^2) \\ (e+p)v \end{vmatrix}$$

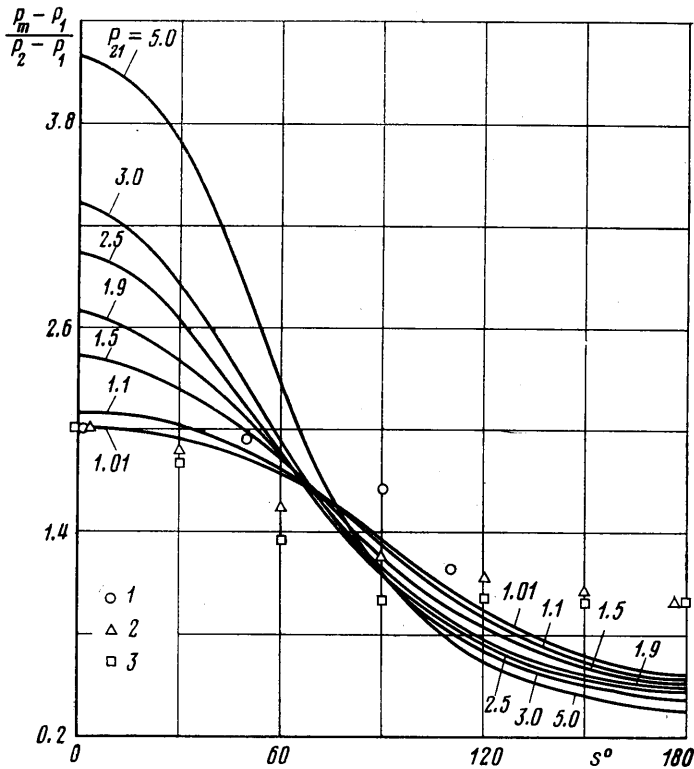
Здесь p и ρ — давление и плотность, отнесенные к P_1 и ρ_1 , проекции вектора скорости u и v на координаты s и n (фиг. 1) отнесены к $\sqrt{P_1/\rho_1}$. Таким образом, масштаб времени является величина $R/\sqrt{P_1/\rho_1}$. В дальнейшем для удобства анализа результатов они будут приводиться в зависимости от переменной T , масштаб для которой является отношение R/U_Φ , где $U_\Phi = M_\Phi a_1$ — скорость фронта, a_1 — скорость звука перед ним. Преобразование координат $n = 1 - R/r$ сгущает сетку около поверхности цилиндра. s и r — угловая и радиальная переменные полярной системы координат. Система уравнений замыкается выражением для полной удельной энергии идеального газа

$$e = p/(\gamma - 1) + \rho(u^2 + v^2)/2$$

Симметрия задачи позволяет ограничиться областью $0 \leq s \leq 180^\circ$.

В подобного рода математических экспериментах количественные результаты получаются в основном при определении нагрузок на поверхность тела или интегральных характеристик.

2. На фиг. 1 для значений $P_{21}=1.5$ и 3 (масштабы соответственно по правой и левой шкалам) показаны мгновенные распределения давления на поверхности цилиндра (пунктирные и штрихпунктирные линии) в различные моменты времени T , которое отсчитывается от момента касания

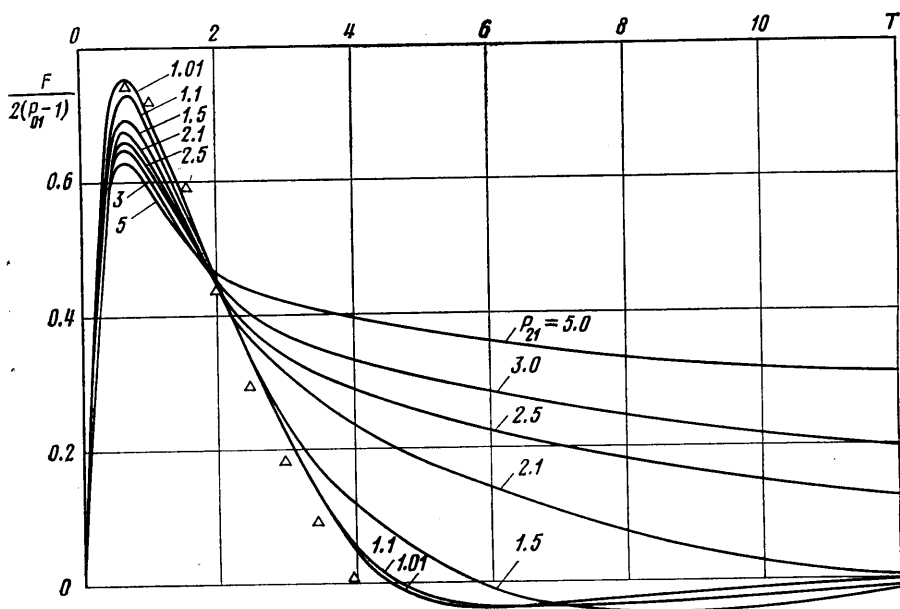


Фиг. 2

волной цилиндра. Фронты волн на этих фигурах определяются как середины участков больших градиентов давления. Видно как по мере продвижения вправо ослабляется фронт волны. Когда он достигает точки $s=180^\circ$, происходит схлопывание волн, движущихся по верхней и нижней сторонам цилиндра (например, $T=3.48$). Отраженные волны начинают двигаться вверх по течению и, как показывают результаты расчетов, при $P_{21} \geq 1.8$ образуют со временем стационарные замыкающие скачки s , начинающиеся в районе точки $s=S_*$ (фиг. 1). На фиг. 1 для значения давления $P_{21}=3$ это место отмечено точкой на середине участка сильного градиента при $T=11.68$, т. е. $S_* \approx 119^\circ$. Для волн послабее ($P_{21}=1.5$) такой сильный градиент не наблюдается ($T=13.04$), что говорит об отсутствии замыкающего скачка. За цилиндром развивается возвратное течение, в области которого существенную роль играет схемная вязкость. Для слабых волн ($P_{21}=1.01 \div 1.1$) эпюры давлений при больших временах ($T \geq 6 \div 10$) близки к решению, получаемому из теории потенциальных течений.

Если провести огибающую линию (сплошная линия) кривых, представленных на фиг. 1, то получим значения максимальных давлений $P_m(s, P_{21})$,

γ), реализующихся в точках поверхности при взаимодействии ударной волны с телом. В других переменных эти огибающие представлены на фиг. 2. Для слабых волн ($P_{21} \ll 3$) величина максимального давления P_m при маховском отражении достигается во фронте маховской волны [11]. В [11] показано, что если $P_{21} \geq 3.5$, то величина P_m реализуется не сразу за фронтом волны, а в районе пересечения линии контактного разрыва с поверхностью тела. На большей части теневой стороны цилиндра давление P_m



Фиг. 3

тоже близко к давлению во фронте пристеночной части дифрагированной волны. При построении огибающих P_m учитывался лишь отрезок времени, когда волна еще не дошла до точки $s=180^\circ$.

На фиг. 2 точками 1–3 представлены результаты решений из [6, 7], полученные в рамках линейной теории при $P_{21} \rightarrow 1$. Точки 1 соответствуют работе [6], 2 – решению [7], в котором оставлены в разложении восемь членов, точки 3 – приближенной аппроксимации этого решения. Видно, что в диапазоне углов $0 \leq s \leq 90^\circ$ данные [7] лежат несколько ниже кривых, полученных в численных расчетах для $P_{21}=1.01 \div 1.1$, а результаты [6] – выше. На теневой стороне ($s > 90^\circ$) все они лежат выше численного решения.

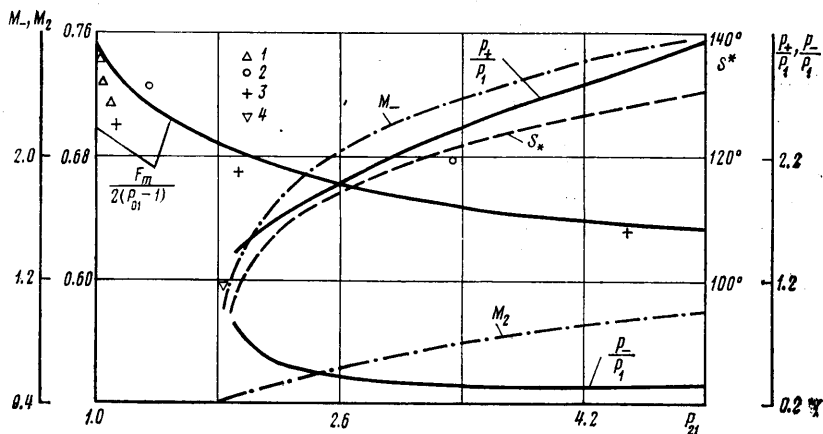
На фиг. 3 представлены кривые, характеризующие изменение силы F , действующей на единицу длины цилиндра

$$F(t, P_{21}, \gamma) = 2 \int_0^\pi \frac{p(s, t, P_{21}, \gamma)}{P_1} \cos s ds$$

Используемое на фиг. 3 значение P_{01} является величиной, до которой повышается давление при лобовом отражении ударной волны от плоской стенки

$$P_{01} = P_{21} [(2\nu + 1)P_{21} - \nu] / (1 + \nu P_{21})$$

Величина $(P_{01}-1)$ определяет нагрузку, испытываемую плоской преградой единичной площади в момент прихода на нее волны. В случае слабых волн ($P_{21} \leq 1.5$) сила, достигнув максимального значения F_m , далее падает до нуля, что характерно для потенциальных течений. При большей интенсивности тело начинает испытывать волновое сопротивление. Видно, что решение [7] (нанесенное треугольниками на фиг. 3), полученное при $P_{21}=1.01$, хорошо согласуется с кривыми $P_{21}=1.01 \div 1.1$. Значения макси-



Фиг. 4

мальной величины этой силы F_m , полученной в численном счете, изображены сплошной линией на фиг. 4 (масштаб по правой стороне левой шкалы). Точками 1 нанесены результаты [7], справедливые при $P_{21} \rightarrow 1$. Точками 2 и 3 — результаты работ [8, 10], полученные методом Годунова. Видно, что сплошная кривая, лежащая между этими результатами, в целом хорошо согласуется со сравнимаемыми решениями.

3. Характер стационарного течения существенно зависит от числа Маха M_2 спутного потока, обтекающего цилиндр после прохождения ударной волны. Зависимость $M_2(P_{21})$ изображена штрихпунктиром на фиг. 4. При определенной величине M_2 возникает замыкающий скачок s (фиг. 1). Изменение угла S^* , определяющего точку на поверхности цилиндра, к которой подходит этот скачок, показан на фиг. 4 пунктиром. Обозначим индексом минус значения параметров на поверхности цилиндра перед скачком s , индексом плюс — за скачком. Число Маха M_- , характеризующее скорость потока, втекающего в этот скачок, увеличивается с ростом P_{21} (штрихпунктир на фиг. 4). Видно, что M_- становится больше единицы, начиная с $P_{21} \geq 1.84$. Этому значению интенсивности волны соответствует $S^* \approx 90^\circ$. При $P_{21} \leq 1.84$ сверхзвуковые области не возникают и скачок отсутствует. На фиг. 4 нанесены величины давления до (p_-) и после (p_+) скачка. Видно, что отношение $p_+/p_- \rightarrow 1$ при $P_{21} \approx 1.84$, чему соответствует $M_2 \approx 0.41$. Точкой 4 отмечено значение давления, получаемое при $s=90^\circ$ из теории потенциальных течений для $M_2=0.4$ ($P_{21}=1.8$). Видно, что к этому значению стремятся кривые p_- и p_+ при $P_{21} \rightarrow 1.8$. Это сравнение и анализ кривых позволяют сделать вывод о том, что давление на теле хорошо определяется по теории стационарных потенциальных течений при $M_2 \leq 0.4$ ($P_{21} \leq 1.8$). Выше этих значений возникают скачки, замыкающие сверхзвуковые зоны, и отрыв потока (см. эпюры давлений на фиг. 1 при больших временах). Указанное сравнение, как и предшествующее, еще раз говорит о том, что с помощью используемого здесь численного метода можно получать ре-

зультаты с довольно высокой точностью, даже при малых значениях P_{21} . Получаемые в настоящем математическом эксперименте зоны возвратного течения, а также геометрические характеристики (например, координата места возникновения скачка S_*) качественно согласуются с имеющимися опытными данными. Схемная вязкость, присутствующая в расчетах, выполняет ту же функцию, что и естественная, — производит диссипацию энергии. Однако, если на ударной волне она дает результаты, близкие к соотношениям Ренкина — Гюгонно, то в областях, где имеются зоны смешения, получаются лишь качественно верные результаты, что и подчеркивается во многих работах различных авторов.

4. Опыт использования конечно-разностного метода для моделирования сложных газодинамических течений с разрывами (например, [1, 9]) показывает, что в тех случаях, когда имеется ударно-волновая фаза движения, за которой устанавливается квазистационарное течение, система уравнений газовой динамики достаточно хорошо описывает реальное движение газа. Даже в тех случаях, когда число Маха спутного потока $M_2 < 1$ результаты достаточно достоверны при небольших временах счета $T \leq 5 \div 10$.

Погрешность, появляющаяся в расчетах из-за пренебрежения влиянием пограничного слоя, можно оценить из следующих соображений. Анализ теоретических и экспериментальных результатов (полученных на ударной трубе), проведенный в [12], говорит о том, что на расстоянии $\sim 5R$ от вскрытой диафрагмы (при нормальных условиях в камере низкого давления) образуются турбулентные слои с максимальной толщиной $R \cdot 10^{-2}$. Отличие по давлению во фронте распространяющейся ударной волны от решения, получаемого в рамках теории идеальной жидкости, составляет 10%. Если же стенки металлические, то при наличии теплопередачи затухание волны происходит в γ раз сильнее. Таким образом, пренебрежение действием вязкости и теплопроводности приводит в случае дифракции волны, рассмотренной выше, к ошибке $5 \div 10\%$ на расстояниях $(2 \div 5)R$.

Другой источник ошибок — порядок аппроксимации дифференциальных уравнений разностными и относительные размеры ячеек счетной сетки. Для определения этой погрешности были проведены две серии расчетов: а) распространение ударной волны и отражение от плоской стенки (лобовое и косое); б) сверхзвуковое обтекание тела. Полученные конечно-разностным методом оба решения сравнивались с соответствующими точными: а) с теорией регулярного отражения ударной волны; б) с параметрами по формуле Рэля — Пито в критической точке. В худших случаях давление и плотность отличались на $4 \div 10\%$ соответственно.

Оператор сглаживания вносит в решение ошибку, не превышающую по порядку величины погрешности аппроксимации.

Из сказанного следует, что приведенные в работе результаты расчетов, полученные с помощью конечно-разностного метода сквозного счета, имеют точность $\sim 10 \div 20\%$ по величинам давления.

Поступила 16 I 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Лязов В. Н. Нестационарные нагрузки при дифракции ударной волны. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 4.
2. Грудницкий В. Г., Прохорчук Ю. А. Расчет взаимодействия ударной волны с затупленным телом. В сб.: Численные методы механики сплошной среды, т. 6, № 4, Новосибирск, 1975.
3. Bleakney W., White D. R., Griffith W. C. Measurements of diffraction of shock waves and resulting loading of structures. J. Appl. Mech., 1950, vol. 17, No. 4.
4. Голубинский А. И., Соколов К. Б. Исследование распределения давления по поверхности плоских и цилиндрических тел при падении на них взрывной ударной волны. Тр. ЦАГИ, 1970, № 1298.

5. Сыщикова М. П., Березкина М. К., Семенов А. Н. Формирование течения около модели в ударной трубе. В сб. Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений. М.—Л., «Наука», 1967.
 6. Размагулин Х. А., Саатов Я. У., Сабодаш П. Ф., Филиппов И. Г. Двухмерные задачи по неустановившемуся движению сжимаемых сред. Ташкент, «Фан», 1969.
 7. Замышляев Б. В., Яковлев Ю. С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л., «Судостроение», 1967.
 8. Фонарев А. С., Колган В. П. Численный расчет дифракции ударной волны на сфере и цилиндре и установление стационарного обтекания. Тр. ЦАГИ, 1971, вып. 1324.
 9. Белошицкий А. В., Крикунов В. В., Липницкий Ю. М., Ляхов В. Н. Исследование различных газодинамических течений с помощью явных разностных схем сквозного счета. Науч. тр. ин-та мех., МГУ, 1973, № 30.
 10. Мэрдок. Взаимодействие ударной волны с телами в плоском потоке. Ракетная техника и космонавтика, 1975, т. 13, № 9.
 11. Ляхов В. Н. К вопросу об оценке давления при нестационарном отражении ударной волны. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 2.
 12. Майрлс Г. Затухание в ударной трубе, обусловленное действием неустановившегося пограничного слоя. В сб. Ударные трубы. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
-