

О РАСЧЕТАХ ДВУМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ
ВЯЗКОГО ГАЗА В КОРОТКОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ
С ТОРЦОВЫМ ВДУВОМ

А. Т. ФЕДОРЧЕНКО

(Москва)

Приводятся постановка и результаты решения нестационарной задачи о ламинарном осесимметричном течении вязкого газа в коротком цилиндрическом канале, один конец которого открыт, а на другом задается возрастающий торцовый вдув с параболическим расходным профилем. Задача решается численно на основе полной двумерной системы уравнений Навье – Стокса для совершенного газа при характерных числах $M=0.2$, $P_r=1$, $Re=20, 200, 2000$.

Исследуется нелинейный процесс импульсного возбуждения продольных акустических колебаний, которые при $Re=2000$ вызывают появление отрывных течений. При этом наблюдаются вторичные колебательные явления в оторвавшихся вязких слоях сдвига. Рассматривается процесс демпфирования колебаний на основе предложенной нелинейной модели звукопоглощающей торцовой стенки.

Значительное число работ посвящено исследованию нестационарных газодинамических процессов в каналах [1, 2], а также специфическим проблемам осциллирующих вязких течений и явлений нестационарного отрыва [3, 4]. В последнее время особое внимание уделяется существенно нелинейным задачам акустики авиационных и ракетных двигателей [5, 6]. Однако пока практически отсутствуют работы, где исследование нелинейных акустических процессов в каналах проводилось бы на основе решения полной двумерной системы уравнений Навье – Стокса.

1. В цилиндрической области ($0 \leq x \leq L$, $0 \leq r \leq 1$) исследуются ламинарные осесимметричные течения вязкого, теплопроводного газа. Акустические процессы рассматриваются в рамках низкочастотного приближения, без учета релаксационных эффектов, с использованием уравнения состояния совершенного газа $p=R\rho T$. Исходная система уравнений записывается в следующей безразмерной форме:

$$(1.1) \quad \frac{\partial r\rho}{\partial t} + \frac{\partial rU}{\partial x} + \frac{\partial rV}{\partial r} = 0$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial rU}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [r(Uu+p)] + \frac{\partial}{\partial r} (rUv) = \frac{r}{Re} \left[\frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] + \\ + \frac{1}{Re} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{3} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} v \frac{\partial \mu}{\partial x} \right]$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial rV}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (rVu) + \frac{\partial}{\partial r} (rVv) + r \frac{\partial p}{\partial r} = \\ = \frac{r}{Re} \left[\frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{4}{3} \mu \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) - \frac{2}{3} v \frac{\partial \mu}{\partial r} \right] \\
 (1.4) \quad & \frac{\partial r E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [r(E+p)u] + \frac{\partial}{\partial r} [r(E+p)v] = \\
 & = \frac{\gamma r}{\text{Re Pr}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial e}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \kappa \frac{\partial e}{\partial r} \right) \right] + \frac{\mu r}{\text{Re}} \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \frac{v^2}{r^2} \right\} + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right)^2 \right] \\
 & U = \rho u, V = \rho v, E = \rho [e + (u^2 + v^2)/2], e = c_v T, c_v = \text{const}
 \end{aligned}$$

Принимается, что $\gamma = 1.4$, μ и κ — постоянные. Коэффициент второй вязкости не учитывается.

Характерными параметрами являются: r_0 — радиус канала, $W_0 = (\rho u)_0$ — массовая скорость вдува на торце в точке $x=0$, $r=0$ при $t \rightarrow \infty$; T_0 — постоянная температура стенок канала; ρ_0 , μ_0 , κ_0 , c_{p0} — соответственно плотность, вязкость, теплопроводность и теплоемкость при температуре T_0 и постоянном давлении на выходе из канала. При этом безразмерные величины компонент скорости u , v , давления p и внутренней энергии e выражены соответственно в единицах W_0/ρ_0 , W_0^2/ρ_0 , W_0^2/ρ_0^2 . Характерные значения чисел Маха, Рейнольдса и Прандтля вводятся формулами

$$M = W_0/\rho_0 \sqrt{\gamma R T_0}, \text{Re} = W_0 r_0/\mu_0, \text{Pr} = \mu_0 c_{p0}/\kappa_0$$

Известно, что численное исследование нестационарных дозвуковых течений вязкого газа связано со значительными трудностями, возникающими при постановке соответствующих нелинейных краевых задач. Отдельной проблемой является задача построения нелинейных моделей течения вязкого газа в круглой трубе конечной длины с осредненными расходными профилями, близкими к параболе, и рассмотрения воздействия на это течение продольных акустических колебаний конечной амплитуды в диапазоне предкритических чисел Re .

При решении подобных нелинейных задач на основе системы (1.1) — (1.4) естественным является задание некоторых приближенных краевых условий на границах исследуемой области с использованием ряда упрощающих предположений, полученных из известных решений линейных газодинамических задач. Однако при этом в некоторых случаях неравномерно заданное акустическое поле границы согласно определению, вводимому в линейной акустике.

Рассмотрим подробнее постановку краевых и начальных условий данной задачи.

В торцевом сечении канала ($x=0$) предложена модель жесткой проникающей стенки, слева от которой ($x<0$) предполагается наличие области более высокого давления $p_e(t)$, возрастающего по времени

$$(1.5) \quad p_e(t)/p_a = 1 + (p_b - 1) (1 - \exp(-kt)), \quad k > 0, p_b > 1, t \geq 0$$

где p_a — постоянное давление на выходе из канала.

Перепад давления на торцевой стенке определяет дозвуковой нормальный вдув газа через нее

$$(1.6) \quad \rho u_w(r, t) = \alpha (p_e(t) - p_w(r, t)) f(r), \quad v_w = 0, \quad \alpha = \text{const} > 0, \quad 0 \leq r \leq 1$$

где $p_w(r, t)$ — давление газа на правой поверхности стенки; функция $f(r)$ задает распределение вдува. Предполагается, что вдуваемый газ имеет заданную температуру $T_b(r, t)$. В данном случае $T_b(r, t) = T_w = 1$.

В рассматриваемой задаче не учитывались радиальные градиенты давления на торцевой стенке ($p_w(r, t) \approx p_{w0}(0, t)$) и задавалась функция $f(r) = 1 - r^2$, что определяло параболическую форму расходного профиля вдуваемого газа

$$(1.7) \quad \rho u_w(r, t) = \alpha (p_e(t) - p_{w0}(t)) (1 - r^2)$$

Коэффициент α определялся из условия $\rho u_w(0, \infty) = 1$. В таком случае асимптотические (при $t \rightarrow \infty$) значения расхода газа в канале во всех расчетных вариантах одинаковы. При этом уменьшение характерного относительного давления p_b в формуле (1.5) соответствует уменьшению газодинамического сопротивления стенки при неизменном асимптотическом расходе через нее.

Отметим, что в рамках данной модели не учитываются эффекты запаздывания, связанные с акустическими процессами в торцевой стенке и вообще в области $x < 0$. Таким образом, соотношение (1.6) эквивалентно заданию чисто активной акустической проводимости торцевой стенки $Q_w(r)$. В условиях используемого низкочастотного приближения проводимость не зависит от частоты для всего рассматриваемого спектра колебаний. Ниже будет показано, что при определенных значениях величины $p_b \gg 1$ звукопоглощающий эффект торцевой стенки может быть весьма значительным.

В большинстве проведенных расчетов использовался частный вид зависимости (1.7), когда при $p_{w0}/p_a \sim 1$ и $p_b \gg 1$ можно положить

$$(1.8) \quad \rho u_w(r, t) = \alpha (p_e(t) - 1) (1 - r^2) = (1 - \exp(-kt)) (1 - r^2)$$

т. е. в данном случае величина торцевого расхода практически не зависит от колебаний давления в канале.

Линеаризуя соотношение (1.8), можно оценить величину средней акустической проводимости торцевой стенки. Действительно, при установившемся расходе вдува (например, при $k=1$ в формуле (1.5) это соответствует $t \gg 5$) и малых гармонических отклонениях u', ρ' от средних по времени параметров на торцевой стенке u^0, ρ^0 : $\rho u_w = (\rho^0 + \rho') (u^0 + u') = f(r)$. Полагая $|\rho'|_{\max} \gg |1 - \rho^0|$, $p' = R\rho'$ и пренебрегая величиной $\rho'u'$, нетрудно получить:

$$(1.9) \quad Q_w(r) = |u'/p'| \approx f(r)/R \approx \gamma M^2 (1 - r^2)$$

или для относительной проводимости

$$(1.10) \quad q_w(r) = \rho^0 c^0 Q_w \approx \gamma M (1 - r^2)$$

На правом конце ($x=L$) по всему сечению задается постоянное давление p_a (при $M=0.2$, $p_a=1/\gamma M^2 \approx 17.86$ в единицах W_0^2/ρ_0). Остальные параметры — ρu , ρv , T — находятся путем экстраполяции из внутренних точек области по нормали к выходному сечению. Например, используемая на равномерной сетке трехточечная экстраполяция $\phi_0 = (4\phi_{-1} - \phi_{-2})/3$ эквивалентна условию $\partial\phi/\partial x = 0$ при $x=L$. Эти условия на выходе близки к обычным граничным условиям на срезе открытого идеального резонатора. Возможные погрешности при задании подобных условий в данной задаче (например, некоторое повышение собственных частот, роль эффектов вязкости и т. д.) не должны существенно влиять на основные процессы внутри канала.

На боковой стенке ($0 \leq x \leq L$, $r=1$) с постоянной температурой $T_w=1$ задаются условия прилипания: $u=v=0$; на оси — естественные условия симметрии: $v=0$, $\partial u/\partial r = \partial p/\partial r = \partial T/\partial r = 0$.

С учетом указанных граничных условий при численном решении задачи плотность на стенках (в том числе и на торцевой) находилась из разност-

ного аналога уравнения неразрывности, записанного в потоковой форме для пристеночных ячеек сетки.

В начальный момент времени $t=0$ во всей области — покоящийся ($u=v=0$) газ при давлении p_a и температуре $T=1$.

Во всех расчетах полагались неизменными длина цилиндрической области $L=8$, а также характерные числа $M=0.2$, $Pr=1$. Одним из основных варьируемых параметров было Re .

2. Для решения конечно-разностного аналога данной задачи применялась явная численная схема класса «предиктор — корректор», один из вариантов которой был предложен ранее в [7]. В данной схеме на регулярном сеточном шаблоне используется симметричная пространственная аппроксимация второго порядка точности. При задании нерегулярных прямоугольных сеток также обеспечивался второй порядок локальной аппроксимации пространственных производных (первых и смешанных вторых). Временная аппроксимация в зависимости от весового множителя $0.5 \leq \sigma \leq 1$ ($\sigma = \tau_p / \tau$, где τ_p — временной шаг на этапе предиктора, а τ — основной временной шаг) имеет либо второй (при $\sigma=0.5$), либо первый (при $\sigma=1$) формальный порядок точности.

Вычисления проводились на ЭВМ БЭСМ-6 с использованием неравномерных прямоугольных сеток. Практически по всей длине канала задавался постоянный продольный шаг h_{x0} . Уменьшение продольного шага (до минимальных величин $h_{x0} \approx 0.02-0.04$) проводилось лишь в непосредственной близости торцевой стенки. Радиальный шаг у боковой стенки h_{rw} сохранялся неизменным на нескольких слоях, а затем монотонно возрастал до величины $h_{r0} \approx 0.1$ вблизи оси. По мере роста Re использовались в основном четыре пространственные сетки: C_1 (число узлов $N_x \times N_r = 45 \times 13$, $h_{x0} = 0.2$, $h_{rw} = 0.05$); C_2 ($N_x \times N_r = 85 \times 17$, $h_{x0} = 0.1$, $h_{rw} = 0.02$); C_3 ($N_x \times N_r = 85 \times 24$, $h_{x0} = 0.1$, $h_{rw} = 0.01$); C_4 ($N_x \times N_r = 162 \times 24$, $h_{x0} = 0.05$, $h_{rw} = 0.01$). Отметим, что во всех вариантах сеток отношение соседних шагов по одному направлению не превышало величины 1.3. Согласно проведенным оценкам на данной системе сеток разрешается без значительных погрешностей достаточно широкая полоса спектра продольных колебаний с $\lambda_n > h_{x0}$. Временной шаг определялся локальным критерием устойчивости схемы $\tau \approx h_{min} / (|u| + c)$ (c — скорость звука) и во всех расчетах задавался в диапазоне 0.002–0.004. При каждом Re проводились сравнительные расчеты на двух различных сетках. Изменения весового множителя $0.5 \leq \sigma \leq 1$ не привели к существенным различиям в результатах вычислений.

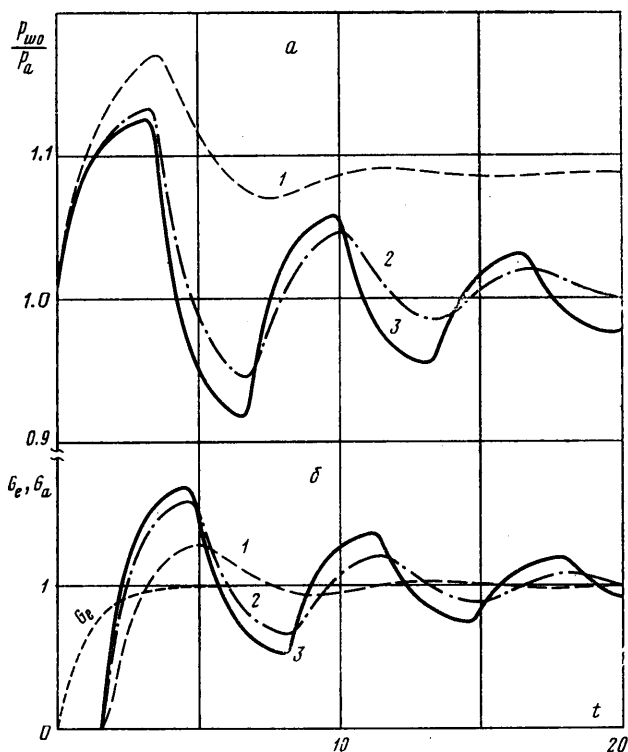
3. В результате начального импульсного возбуждения (из-за роста вдува) в канале развиваются продольные акустические колебания конечной амплитуды, включающие в себя широкий спектр частот, но с явно выделяемой доминантной частотой $\omega_0 \approx \pi c / 2L$ ($\lambda_0 \approx 4L \approx 32$), соответствующей основному тону цилиндрического резонатора с одним открытым концом. Постепенно из-за эффектов вязкости и теплопроводности происходит преимущественное затухание высокочастотных мод спектра. При этом известно, что в подобных условиях пристеночные потери (с коэффициентом поглощения, пропорциональным $\sqrt{\omega_n}$) значительно превышают объемное поглощение (см., например, [1, 5]). Обеднение спектра высокочастотными модами происходит также вследствие потерь на излучение (пропорциональных $(r_0 / \lambda_n)^2$ согласно [1]) из открытого конца канала. С ростом $Re \geq 10^2$ преобладающим становится процесс затухания всех частот из-за активной акустической проводимости торцевой стенки.

На фиг. 1, а представлены графики изменения во времени безразмерного характерного давления на торцевой стенке канала p_{w0} / p_a (в точке $x=0$, $r=0$); на фиг. 1, б — графики изменения суммарных расходов газа на входе G_e и выходе G_a , отнесенных к асимптотической (при $t \rightarrow \infty$) величине расхода в канале. Кривые 1, 2, 3 соответствуют трем вариантам расчетов с $Re=20, 200, 2000$ при неизменных остальных параметрах. Для определения закона нарастания торцевого вдува использовалась формула (1.8) при $k=1$. Все расчеты проведены для начального промежутка времени $0 < t \leq t_1$ ($t_1 \approx 20-25$).

При заданном числе $M=0.2$ скорости распространения акустических возмущений вдоль и против основного потока при $t \geq 3$ существенно раз-

личны. Из графиков фиг. 1, а, б для $Re=2000$ можно определить, что среднее эффективное время прохождения акустических волн по каналу слева направо составляет величину $\Delta t_+ \approx 1.4$, а время обратного прохождения $\Delta t_- \approx 1.9$. Соответствующие скорости $c_+ \approx 5.7$ и $c_- \approx 4.2$ заметно отличаются от адиабатической скорости звука в неподвижном газе $c=5$.

Как видно из фиг. 1, а, б, при $Re=20$ затухание акустических колебаний и установление стационарного режима течения с $p_{w0}/p_a \approx 1.09$ происходит уже практически при $t \approx 20-25$. При этом установившиеся расходные профили $\rho u(x, r)$ во всех сечениях канала близки к параболе.



Фиг. 1

Ослабление с ростом Re эффектов вязкости и теплопроводности приводит к тому, что в вариантах с $Re=200, 2000$ процесс затухания колебаний происходит значительно медленнее. В расчете с $Re=2000$ за рассмотренный промежуток времени характерный логарифмический декремент затухания $\theta \approx 0.7$ (по сравнению с $\theta \approx 1$ для $Re=200$ и $\theta \geq 2$ для $Re=20$).

Основываясь на известной линейной теории колебаний в узких трубах, можно оценить декремент затухания гармонических колебаний основного тона ($\omega_0 = \pi c / 2L$) в соответствующем одномерном резонаторе. Так, для средней по торцовому сечению относительной активной проводимости $q_w^* \ll 1$ можно найти закон изменения торцового давления

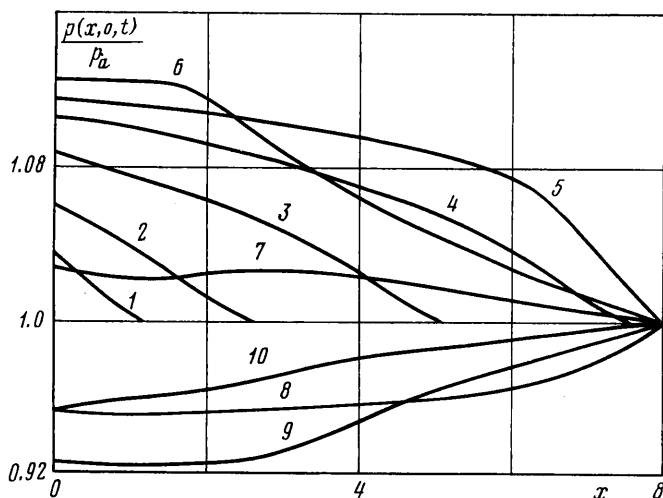
$$(3.1) \quad p_w(t) \sim \exp(-i\omega_0 t - 2\omega_0 q_w^* t / \pi)$$

При $q_w^* \approx 0.14$ (из формулы (1.10)) получим декремент затухания $\theta_0 \approx 4q_w^* \approx 0.6$, т. е. величину, близкую к рассчитанной для $Re=2000$.

На фиг. 2 изображены графики распределений давления по оси канала $p(x, 0, t)/p_a$ в различные моменты времени $0 < t \leq 7$ (кривая 1 — $t=0.2$,

2 — 0.5, 3 — 1.0, 4 — 1.5, 5 — 2.0, 6 — 3.0, 7 — 4.0, 8 — 5.0, 9 — 6.0, 10 — 7.0) для варианта с $Re=2000$. Безразмерная скорость распространения волны сжатия по неподвижному газу при $t \leq 1.6$ во всех расчетных вариантах весьма близка к адиабатической скорости звука $c=1/M=5$. При этом форма переднего фронта волны давления, зависящая от закона нарастания торцового вдува, практически не искажается за короткий промежуток времени $0 < t \leq 1.6$.

Развитие колебаний в канале при более медленном нарастании торцового вдува исследовалось в варианте с $Re=200$ и $k=0.3$ в формуле (1.8).



Фиг. 2

Естественно, что максимальные начальные амплитуды акустических колебаний в канале понижаются с уменьшением k . Действительно, максимальная амплитуда торцового давления $p_{w0}/p_a - 1$ (при $t \approx 3.3$) в 1.5 раза меньше соответствующей величины в варианте с $k=1$ (фиг. 1, а). Наблюдаются также некоторые различия в форме «зубцов» кривых с $k=0.3$ по отношению к графикам фиг. 1, а, б. Эти изменения формы фронта волны в сравниваемых вариантах связаны с различным видом кривых $G_e(t)$ в начальной фазе вдува $0 < t \leq 3.3$, т. е. до прихода отраженной волны разрежения к торцовой поверхности.

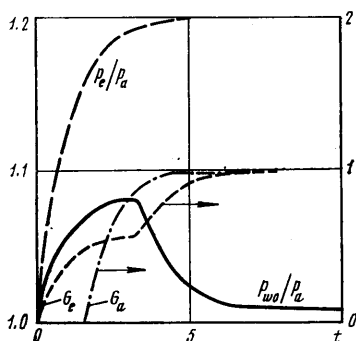
4. Отдельный вариант был рассчитан при $Re=200$ и значениях $p_b=1.2$, $k=1$, $\alpha=1/p_a(p_b-1.009)$ в формулах (1.5), (1.7). При столь малом значении p_b становится существенной обратная связь — зависимость торцового расхода от давления в канале. Рассматривая линейные гармонические колебания, для заданных величин p_b и α путем несложных выкладок можно оценить $q_w \approx 6\gamma M(1-r^2) \approx 1.7(1-r^2)$. Следовательно, средняя по торцовой стенке относительная проводимость q_w^* имеет порядок единицы. Таким образом, в данной нелинейной задаче также следует ожидать весьма быстрое затухание во всем расчетном спектре частот.

На фиг. 3 изображены временные зависимости относительного давления $p_e(t)/p_a$ в области $x < 0$, характерного давления на внутренней торцовой поверхности канала $p_{w0}(t)/p_a$, а также входного $G_e(t)$ и выходного $G_a(t)$ расходов. В представленном варианте затухание акустических колебаний и установление стационарного режима течения происходит за достаточно короткий промежуток времени $\Delta t \leq 10$.

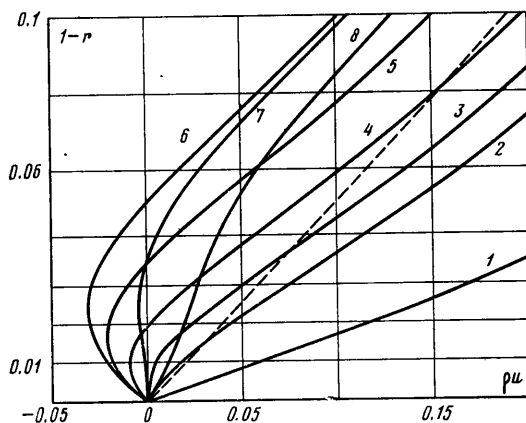
Рассмотренная модель сильно поглощающей стенки со вдувом также

может быть использована в различных численных задачах, целью которых является быстрое нахождение стационарного режима течения в условиях физического процесса установления.

5. Особый интерес представляет анализ пристеночных эффектов в варианте с $Re=2000$ ($k=1$ в формуле (1.8)). На данном режиме течения периодически формировались профили продольной скорости с отрицательными значениями вблизи боковой стенки канала. Например, на фиг. 4 представлено несколько мгновенных профилей $\rho u(r, t)$ для сечения $x=4$ в слое $0 \leq 1-r \leq 0.1$. Кривая 1 соответствует $t=11.0$, 2 — 12.4, 3 — 12.6, 4 — 12.8, 5 — 13.2, 6 — 13.8, 7 — 14.4, 8 — 15.0. Для сравнения пунктиром



Фиг. 3



Фиг. 4

показана часть параболического расходного профиля на торцевой поверхности при $t \rightarrow \infty$. На фиг. 5 построены траектории перемещения мгновенных точек отрыва по боковой стенке. Заштрихованные зоны соответствуют значениям $u < 0$ на ближайшей к стенке сеточной прямой $1-r=0.01$. Несмотря на различие встречающихся в литературе определений точки отрыва для нестационарных течений (см., например, [3, 4]), в данном случае под этим термином подразумевается мгновенное положение точки нулевого напряжения трения на стенке ($\partial u / \partial r_w = 0$).

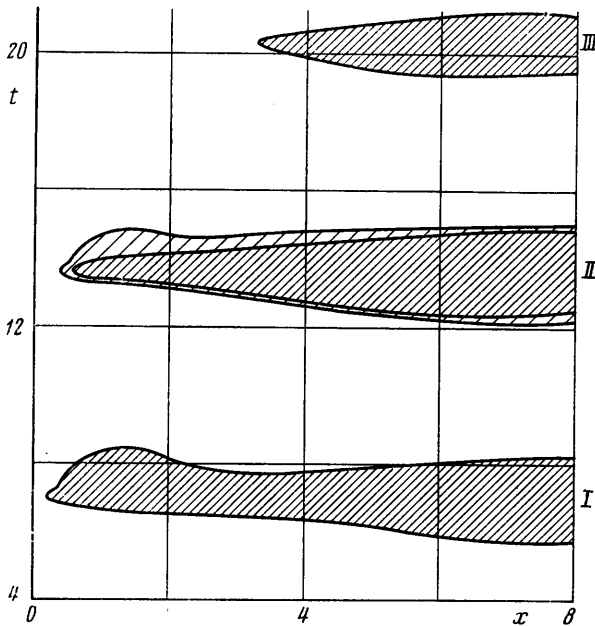
Ввиду затухающего характера колебательного процесса в канале протяженность зон фиг. 5 с течением времени уменьшается. Заметен некоторый сдвиг по фазе между левыми концами указанных зон и минимумами на кривой изменения торцевого давления (фиг. 1, а). За рассчитанный промежуток времени $0 < t \leq 22$ величины отрицательной скорости у стенки не превышали по модулю 0.05; толщина слоя обратного течения не превышала 0.06.

Рассчитанное нестационарное пристеночное течение не является в общепринятом смысле установившимся акустическим пограничным слоем, для которого вводится характерная толщина $\delta_w = \sqrt{2\nu/\omega}$ [8]. Однако заметим, что в данном случае толщина пристеночного слоя, в котором формируются возвратные течения, близка по порядку к безразмерной величине δ_w/r_0 , рассчитанной для основного тона ($\lambda_0 \approx 32$) при $Re=2000$

$$(5.1) \quad \delta_w/r_0 = \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{\mu_0 \lambda_0 r_0}{\pi \rho_0 c_0}} = \sqrt{\frac{M}{Re}} \left(\frac{\lambda_0}{\pi} \right) \approx 0.03$$

При $7.6 \leq t \leq 8.1$ наблюдалось образование двух отдельных пристеночных участков с возвратным течением. Этому явлению соответствует вол-

нообразная форма верхней границы зоны I на фиг. 5, отражающая развитие вторичных колебательных процессов в оторвавшемся вязком слое сдвига. Эти процессы начинают явно проявляться с момента времени $t \approx 7.6$, т. е. при максимальной длине слоя сдвига и точками $u=0$ на расстоянии 0.04—0.05 от стенки. При этом видно, что характерная длина волны вторичных колебаний на порядок меньше основной λ_0 . Эти результаты качественно согласуются с данными работ [9, 10], в которых рассмотрены вторичные процессы развития неустойчивости локальных слоев сдвига вблизи точек перегиба в профилях продольной скорости пограничного слоя.



Фиг. 5

В пределах зоны I этот эффект прекращается одновременно с исчезновением самих точек перегиба в профилях продольной скорости. Отметим, что в условиях данной задачи столь быстрое развитие локальных эффектов неустойчивости (за короткое время существования оторвавшегося слоя сдвига), очевидно, может происходить лишь при относительно высоких предкритических числах Re .

Отсутствие аналогичного эффекта в следующий «благоприятный» момент времени $t \approx 14$ (зона II) объясняется большей устойчивостью слоя сдвига, для которого характерные поперечные перепады скорости меньше, чем в зоне I.

С целью дальнейшего исследования данного явления был рассчитан дополнительный вариант с $Re=4000$, в котором все остальные параметры не изменялись по отношению к рассмотренному варианту с $Re=2000$. В качестве начального поля использовалось решение с $Re=2000$ при $t=10.8$. Расчеты проводились на сетке C_4 до $t=15.0$.

Соответствующая зона II для данного варианта изображена на фиг. 5 более крупной штриховкой. Заметно ее общее сходство с зоной I для расчета с $Re=2000$. При этом распределения давления по длине канала при $10.8 \leq t \leq 15.0$ были близки к аналогичным распределениям в варианте с.

$Re=2000$. Величины обратной скорости (достигавшие -0.06 при $t \approx 14.0$) в данном варианте почти вдвое превышали соответствующие значения при $Re=2000$. Это приводило к увеличению характерного перепада скорости в оторвавшемся слое сдвига, что, естественно, понижало его устойчивость. В результате наблюдалось возникновение упомянутых выше вторичных эффектов, которые отсутствовали в зоне II для $Re=2000$.

Рассмотренные локальные процессы в пристеночных слоях могут играть важную роль при развитии переходных явлений во всей области течения. Воздействие этих процессов на общую картину течения могло бы быть более значительным при расширении расчетного спектра колебаний на более высокие частоты, учете трехмерных эффектов и т. д.

Автор благодарит Г. И. Петрова за внимание к работе и ценные замечания.

Поступила 17 X 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
3. Despard R. A., Miller J. A. Separation in oscillating laminar boundary-layer flows. *J. Fluid Mech.*, 1974, vol. 47, pt 1.
4. Tsahalis D. T., Telionis D. P. Oscillating laminar boundary layers and unsteady separation. *AIAA Journal*, 1974, vol. 12, No. 11.
5. Buffum F. G., Dehority G. L., Slates R. O., Price E. W. Acoustic attenuation experiments on subscale cold-flow rocket motors. *AIAA Journal*, 1967, vol. 5, No. 2.
6. Nayfeh A. H., Kaiser J. E., Telionis D. P. Acoustics of aircraft engine-duct systems. *AIAA Journal*, 1975, vol. 13, No. 2.
7. Федорченко А. Т. Численное исследование некоторых МГД-течений вязкого сжимаемого газа в прямоугольной каверне. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 5.
8. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., «Наука», 1975.
9. Betchov R. On the mechanism of turbulent transition. *Phys. Fluids*, 1960, vol. 3, No. 6.
10. Бегцов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М., «Мир», 1974.