МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 1 • 1979

УДК 532.72

НЕКОТОРЫЕ АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ТЕПЛОМАССООБМЕНЕ ЧАСТИЦ В ЖИДКОСТИ

А. Д. ПОЛЯНИН

(Москва)

Рассматриваются некоторые вопросы, связанные с асимптотическим анализом (при $P\to\infty$, P – число Пекле) задач по тепломассообмену частиц в жидкости.

В первой части работы исследуется стационарная конвективная диффузия растворенного вещества к частице вблизи ее передней критической точки (точки натекания). Получено явное выражение для концентрации в области передней критической точки твердой и жидкой частицы, обтекаемой поступательным стоксовым потоком.

Во второй части работы для распределения концентрации за частицей получена единая формула, из которой соответствующим предельным переходом определяется концентрация в области смешения, внутренней и конвективно-погранслойной областях диффузионного следа.

В последней части работы в задаче о диффузии к цепочке поглощающих твердых сфер равного радиуса a, расположенных на расстояниях l, $1\ll l/a\ll P^{1/3}$ друг за другом на оси поступательного стоксова потока, при протекании на их поверхностях химической реакции с произвольной кинетикой получено интегральное уравнение для локального диффузионного потока.

Некоторая разнородность материала в работе обусловлена тем, что здесь исследуются отдельные вопросы, возникающие при решении более общих задач (см., например, [1–14]), не рассмотренные ранее.

1. Метод диффузионного пограничного слоя (ДПС) [1] основан на пренебрежении тангенциальным переносом вещества вдоль поверхности тела по сравнению с нормальным переносом. При этом вместо полного уравнения конвективной диффузии эллиптического типа, исследуется параболическое уравнение диффузионного погранслоя. В связи с тем что тип исследуемого уравнения отличается от типа исходного, для корректной формулировки соответствующей погранслойной задачи необходимо добавить еще одно граничное условие. Таким дополнительным граничным условием является условие натекания [1].

Результаты работ [2–6] показывают, что приближение ДПС не является равномерно-пригодным (по числу Пекле) во всей области течения. В частности, в области задней критической точки (точки вытекания) требуется специальный анализ, так как здесь существен как нормальный, так и тангенциальный перенос вещества вдоль поверхности частицы. В связи с этим возникают следующие дополнительные вопросы: 1) о справедливости приближения ДПС в области передней критической точки (точки натекания) и 2) какую ошибку вносит дополнительное граничное условие в истинное распределение концентрации в потоке?

В системе координат, связанной с частицей, запишем безразмерное уравнение стационарной конвективной диффузии и граничные условия в предположении полного поглощения диффундирующего вещества на поверхности частицы и постоянства концентрации вдали от нее

$$\frac{1}{r}(r\sin\theta)^{1-k}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\frac{\partial c}{\partial r}-\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial c}{\partial\theta}\right)=$$

$$(1.1)\qquad =P^{-1}\left\{\frac{\partial^2 c}{\partial r^2}+\frac{k}{r}\frac{\partial c}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 c}{\partial\theta^2}+\frac{k-1}{r^2}\operatorname{ctg}\theta\frac{\partial c}{\partial\theta}\right\}$$

$$r=1,\quad c=0;\quad r\to\infty,\quad c\to1\quad (P=aU/D)$$

Здесь $k=1$ ($k=2$) соответствует плоскому (осесимметричному) случаю; r, θ — цилиндрическая (сферическая) система координат, где угол θ отсчитывается от точки вытекания, c — концентрация, a — радиус частицы, U — характерная скорость потока (на бесконечности), D — коэффициент диффузии, ψ — функция тока. В дальнейшем считаем, что число Пекле P велико.

Сначала рассмотрим диффузию к капле в однородном стоксовом потоке. Функция тока в этом случае имеет вид

$$(1.2)\qquad \psi=\frac{1}{4}(r-1)\left(2r-\frac{\beta}{\beta+1}-\frac{\beta}{\beta+1}\frac{1}{r}\right)\sin^2\theta\qquad (k=2)$$

где β — отношение вязкостей капли и окружающей ее жидкости.

Пренебрегая двумя последними членами в правой части уравнения (1.1) и линеаризуя функцию тока (1.2) вблизи поверхности частицы, получаем уравнение диффузионного погранслоя

$$(1.3)\qquad \left(\xi^{n-1}\frac{\partial}{\partial t_n}-\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right)c^{(d)}(\xi,t_n)=0,\quad \xi=\varepsilon^{-1}\psi^{1/n}$$

$$\xi=0,\quad c^{(d)}=0;\quad t_n=0,\quad \xi\neq0,\quad c^{(d)}=1\quad (\varepsilon=P^{-1/(n+1)})$$

$$t_1(\theta)=\frac{1}{2(\beta+1)}\left(\frac{2}{3}+\cos\theta-\frac{\cos^3\theta}{3}\right),\ t_2(\theta)=\frac{\sqrt{3}}{8}\left(\pi-\theta+\frac{\sin2\theta}{2}\right)$$

Здесь $n=1$ соответствует капле ($\beta=O(1)$), $n=2$ — твердой частице ($\beta=\infty$), последнее граничное условие — условие натекания на переднюю критическую точку [1].

Решение задачи (1.3) имеет вид

$$(1.4)\qquad c^{(d)}(\xi,t_n)=\Gamma^{-1}\left(\frac{1}{n+1}\right)\gamma\left(\frac{1}{n+1},\ \frac{\xi^{n+1}}{(n+1)^2t_n}\right),\quad \Gamma(\nu)=\gamma(\nu,+\infty)$$

где $\gamma(\nu,x)$ — неполная гамма-функция.

Приближение ДПС (1.4) не является равномерно-пригодным во всей области течения, в частности оно непригодно при $\theta\sim\varepsilon$ — в области задней критической точки, где распределение концентрации описывается уравнением эллиптического типа [2, 5]. Покажем, что (1.4) является равномерно-пригодным в области $\theta>O(\varepsilon)$, и в частности справедливо в области передней критической точки $b=\{r-1<O(\varepsilon),\ \pi-\theta<O(\varepsilon)\}$ (здесь и далее неравенства в фигурных скобках указывают порядок характерных размеров рассматриваемой области) (см. фигуру).

Введем в b растянутые координаты

$$(1.5)\qquad Y=\varepsilon^{-1}(r-1),\quad S=\varepsilon^{-1}(\pi-\theta)$$

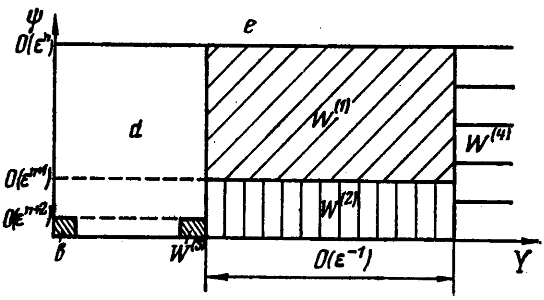
Подставляя (1.5) в уравнение (1.1) с учетом (1.2) и выделяя старшие члены разложения по малому параметру ε (считается, что $Y=O(1)$, $S=O(1)$), получаем уравнение и граничные условия для области передней критической точки

$$(1.6)\qquad A_nY^{n-1}\left(-Y\frac{\partial c^{(b)}}{\partial Y}+\frac{n}{2}S\frac{\partial c^{(b)}}{\partial S}\right)=\frac{\partial^2c^{(b)}}{\partial Y^2}+\frac{1}{S}\frac{\partial}{\partial S}S\frac{\partial c^{(b)}}{\partial S}$$

$$Y=0,\quad c^{(b)}=0;\quad Y\to\infty,\quad c^{(b)}\to1;\quad S=0,\quad \partial c^{(b)}/\partial S=0$$

$$A_1=1/(\beta+1),\quad A_2={}^3/_2$$

Для завершения формулировки задачи (1.6) необходимо добавить еще условие сращивания с погранслойным решением (1.4). Поэтому исследуем



поведение концентрации в области ДПС $d=\{r-1<O(\varepsilon),\ \pi-\theta>O(\varepsilon),\ \theta>O(\varepsilon)\}$ на общей границе с областью передней критической точки.

Подставляя координаты Y, S в выражение для концентрации (1.4) и переходя к пределу при $\varepsilon\to0$, получаем следующее граничное условие для концентрации в области b:

$$c^{(b)}|_{s\to\infty}=c^{(d)}|_{\theta\to\pi}=\Gamma^{-1}\left(\frac{1}{n+1}\right)\gamma\left(\frac{1}{n+1},\ \frac{A_nY^{n+1}}{n+1}\right)$$

Непосредственной проверкой убеждаемся, что решение задачи (1.6) с таким граничным условием имеет вид

$$(1.7)\qquad c^{(b)}(Y,S)=\Gamma^{-1}\left(\frac{1}{n+1}\right)\gamma\left(\frac{1}{n+1},\ \frac{A_nY^{n+1}}{n+1}\right)$$

Из выражения (1.7) видно, что концентрация в области передней критической точки зависит только от поперечной координаты Y, быстро возрастает от своего значения на поверхности частицы до величины необедненной концентрации в натекающем потоке и полностью определяется граничным условием при $S\to\infty$. Последнее говорит о том, что решение ДПС (1.4) равномерно-пригодно во всей области $\theta>O(\varepsilon)$.

Факт о равномерной пригодности погранслойного решения в области передней критической точки является общим в задачах о конвективной диффузии к поглощающей частице. Не вдаваясь в подробности, приведем здесь для некоторых течений лишь окончательные выражения для распределения концентрации в области b.

Для кругового цилиндра в однородном стоксовом потоке ($k=1$) функция тока и концентрация $c^{(b)}$ определяются [1]

$$\psi={}^1/_2\Omega(2r\ln r-r+r^{-1})\sin\theta,\quad \varepsilon=P^{-1/3}\quad(\psi\geqslant0)$$

$$c^{(b)}(Y,S)=\Gamma^{-1}({}^1/_3)\gamma({}^1/_3,{}^1/_6\Omega Y^3),\quad \Omega=[\ln 3.703/R]^{-1}$$

Здесь R — число Рейнольдса [7], переменные Y, S определены в (1.5).

Капля в сдвиговом потоке ($k=2$). В этом случае на поверхности капли помимо изолированных критических точек вытекания имеется критическая линия натекания, образованная пересечением плоскости $\theta=\pi/2$ и поверхности сферы $r=1$ [8]. Для функции тока и распределения концентрации в области передней критической точки имеем

$$\psi=\left(r^3-\frac{2+5\beta}{2+2\beta}+\frac{3\beta}{2+2\beta}\frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta\cos\theta,\quad \beta=O(1)\quad(\psi\geqslant 0)$$

$$c^{(b)}(Y',S')=\operatorname{erf}(Y'/\sqrt{2}),\quad \varepsilon^{-1}=a\sqrt{\alpha/D}$$

$$Y'=\varepsilon^{-1}\sqrt{A}(r-1),\quad S'=\varepsilon^{-1}\sqrt{A}(\pi/2-\theta),\quad A=3/(\beta+1)$$

где $\alpha>0$ — коэффициент сдвига.

2. При исследовании области диффузионного следа возникает вопрос о возможности сращивания решений на условных границах подобластей, составляющих след $W^{(i)}$ ($i=1, 2, 3, 4$) (см. фигуру). Часто оказывается, что соответствующая краевая задача для области задней критической точки $W^{(3)}$ бывает весьма сложной, и ее решение не может быть получено в явном аналитическом виде [2–4]. При этом в формулировку задачи для внутренней области диффузионного следа входит условие сращивания с концентрацией в области $W^{(3)}$ на их общей границе.

Следуя [9], покажем, как эти две краевые задачи можно расщепить и свести к последовательному решению каждой из них. Считаем, что решение в $W^{(2)}$ получено. Тогда из граничного условия при $s=\sqrt{P}\theta\to\infty$ следует [2, 5], что в этой области оно может быть представлено в виде $c^{(2)}=\varepsilon^{1/n}w(y, s)$, $y=r-1$.

Считая, что решение полной задачи найдено, запишем его в переменных y и s, т. е. $c(y, \theta, \varepsilon)\equiv u(y, s, \varepsilon)$. При $\varepsilon\to 0$ ($s=\text{const}$) решение полного уравнения (по определению) переходит в $c^{(2)}$, т. е. выполняется

$$\varepsilon\to 0,\quad u(y, s, \varepsilon)\to\varepsilon^{1/n}w(y, s)+o(\varepsilon^{1/n}) \tag{2.1}$$

Здесь считаем, что граничное условие для концентрации на границе частицы имеет вид

$$y=0,\quad H(c)=\sum_{k=1}H_{\gamma_k}(c)=0,\quad 0<\gamma_1<\gamma_2<\ldots \tag{2.2}$$

$$H_{\gamma_k}(\lambda c)=\lambda^{\gamma_k}H_{\gamma_k}(c)$$

где H_{γ_k} — однородные по c операторы, не зависящие от угла θ.

Используя представление (2.1) и переходя к пределу в граничном условии (2.2) при $\varepsilon\to 0$, $s=\text{const}$, получаем следующее граничное условие для концентрации во внутренней области следа:

$$y=0,\quad H_{\gamma_1}(c^{(2)})=0 \tag{2.3}$$

Получив распределение концентрации во внутренней области диффузионного следа $W^{(2)}$, записав его в переменных $Y=\varepsilon^{-1}y, s$ и устремляя ε к нулю в $c^{(2)}(Y, s, \varepsilon)$, получаем граничное условие для области задней критической точки $W^{(3)}$ при $Y\to\infty$.

В плоском случае ($k=1$) [6] конвективно-погранслойная $W^{(1)}$ и внутренняя $W^{(2)}$ области диффузионного следа отсутствуют. Покажем здесь, что в осесимметричном случае распределение концентрации в областях диффузионного следа $W^{(1)}$, $W^{(2)}$ и $W^{(4)}$ по аналогии с плоским случаем может быть представлено единой формулой.

Так как во всех перечисленных областях радиальный перенос растворенного в потоке вещества несуществен [2, 5], то уравнение для распределения концентрации в них может быть записано в единой форме

$$\frac{\partial c^*}{\partial y}=\frac{2\varepsilon}{n^2}\xi^{1-n}\frac{\partial}{\partial\xi}\xi\frac{\partial c^*}{\partial\xi},\quad y=r-1\quad(n=1,2)\tag{2.4}$$

$$\xi=0,\quad \xi^{1-n/2}(\partial c^*/\partial\xi)=0;\quad \xi\to\infty,\quad c^*\to1$$

Формулировка задачи (2.4) должна быть дополнена условием сращивания c^* с решением в области диффузионного погранслоя (1.4)

$$y=0,\quad c^*=c^{(d)}(\xi,t_n^\circ)\tag{2.5}$$

$$t_n^\circ=t_n(\theta=0),\quad t_1^\circ={}^2/_3(\beta+1)^{-1},\quad t_2^\circ={}^1/_8\pi\sqrt{3}$$

Используя [10], получаем решение задачи (2.4), (2.5)

$$c^*(\xi,y)=\mathbf{B}(\xi,\varepsilon y)*c^{(d)}(\xi,t_n^\circ)=\tag{2.6}$$

$$=\int_0^\infty\frac{n}{2\varepsilon y}\xi^{*\,n-1}\exp\left\{-\frac{\xi^n+\xi^{*n}}{2\varepsilon y}\right\}I_0\left(\frac{\sqrt{\xi^n\xi^{*n}}}{\varepsilon y}\right)c^{(d)}(\xi^*,t_n^\circ)\,d\xi^*$$

Полученная формула (2.6) описывает распределение концентрации во всех указанных областях диффузионного следа и из нее можно получить выражения для концентраций $c^{(1)}$, $c^{(2)}$ и $c^{(4)}$.

Распределение концентрации в конвективно-погранслойной области $W^{(1)}$ получаем, устремляя ε к нулю в (2.6) и считая, что $y=O(1)$, $\xi=O(1)$

$$c^{(1)}=c^{(1)}(\xi)=c^{(d)}(\varepsilon,t_n^\circ)\tag{2.7}$$

Так как характерной радиальной координатой в области смешения $W^{(4)}$ является $\rho=\varepsilon y=O(1)$, $(\xi=O(1))$, то

$$c^{(4)}(\xi,\rho)=\mathbf{B}(\xi,\rho)*c^{(d)}(\xi,t_n^\circ)\tag{2.8}$$

Наиболее сложный случай внутренней области диффузионного следа $W^{(2)}$ рассмотрим подробнее. Учитывая то, что характерными координатами в этой области являются $y=O(1)$, $\zeta=\varepsilon^{-1}\xi^n$ [2–5], запишем выражение для концентрации (2.6) в виде

$$c^*=\int_0^\infty f(\sigma,\lambda)\,d\lambda,\quad \sigma=\varepsilon^{1/n}\quad\left(\varkappa=\frac{y}{2\zeta}\right)\tag{2.9}$$

$$f(\sigma,\lambda)=\frac{2}{\varkappa}\exp\left(-\frac{1}{4\varkappa}\right)\lambda\exp(-\varkappa\lambda^2)I_0(\lambda)c^{(d)}(\sigma(2y\varkappa\lambda^2)^{1/n},t_n^\circ)$$

Так как $\partial f/\partial\sigma$ непрерывна по λ и σ, а интеграл от нуля до бесконечности от $f_\sigma'(\lambda,\sigma)$ сходится равномерно относительно σ, то производную по σ в (2.3) можно внести под знак интеграла. Переходя в полученном выражении к пределу при $\sigma\to0$, получаем распределение концентрации в области $W^{(2)}$

$$c^{(2)}(y,\zeta)=\sigma\int_0^\infty\left[\frac{\partial f}{\partial\sigma}\right]_{\sigma=0}d\lambda=(\varepsilon y)^{1/n}\Omega_n\Phi\left(-\frac{1}{n},\ 1,\ -\frac{\zeta}{2y}\right)\tag{2.10}$$

$$\Omega_n=2^{1/n}\Gamma^{-1}\left(\frac{1}{n+1}\right)\Gamma\left(\frac{n+1}{n}\right)(n+1)^{(n-1)/(n+1)}(t_n^\circ)^{-1/(n+1)}$$

Здесь при вычислении интеграла использовано соотношение [11]

$$\int_0^\infty \lambda^{\alpha-1}\exp(-\varkappa\lambda^2)I_0(\lambda)\,d\lambda=$$

$$=\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)\varkappa^{-\alpha/2}\exp\left(\frac{1}{4\varkappa}\right)\Phi\left(1-\frac{\alpha}{2},\ 1,\ -\frac{1}{4\varkappa}\right)$$

где $\Phi(a, c, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция.

Используя последнее соотношение, можно показать, что

$$\mathrm{B}(\xi,\rho)*\xi=2^{1/n}\Gamma\left(\frac{n+1}{n}\right)\rho^{1/n}\Phi\left(-\frac{1}{n},1,-\frac{\xi^n}{2\rho}\right)$$

поэтому выражения, полученные в [4, 5] для распределения концентрации в области смешения $W^{(4)}$, упрощаются и принимают вид (2.8).

Асимптотики c^* (2.7), (2.8), (2.10) совпадают с решениями для концентраций $c^{(1)}$, $c^{(2)}$, $c^{(4)}$, полученными в [2–5] методом сращиваемых асимптотических разложений, обоснование процедуры сращивания которых было проведено в [12].

Результаты этого пункта, на частном примере уравнения (2.4) с малым параметром ε, обосновывают корректность метода сращиваемых асимптотических разложений (см., например, [7]).

3. В [9] исследовалась задача о диффузии к поглощающей твердой сфере в стоксовом потоке при протекании на ее поверхности химической реакции первого порядка ($f(c)=c$)

(3.1) $\qquad r=1,\quad \partial c/\partial r=kf(c)$

и было получено интегральное уравнение для локального диффузионного потока (k — константа скорости реакции, $f(c)$ — «закон» реакции).

Рассмотрим здесь задачу о диффузии к цепочке сфер ($m=1, 2, \ldots, M$) равного радиуса и расположенных на расстояниях (отнесенных к радиусам сфер) $1\ll l\ll P^{1/3}$ друг от друга на оси поступательного стоксова потока при протекании на их поверхностях химической реакции (3.1). Цель этого пункта — получение уравнения для локального диффузионного потока на поверхности сфер.

Условие $l\ll P^{1/3}$ означает, что каждая последующая сфера находится в конвективно-погранслойной области диффузионного следа предыдущей сферы [9, 12–14]. Так как $1\ll l$, то поле течения вблизи каждой сферы с точностью до $O(l^{-1})$ определяется выражением (1.2) при $\beta=\infty$.

Концентрация в конвективно-погранслойной области диффузионного следа сохраняет постоянные значения на линиях тока, равные значениям на выходе из диффузионного погранслоя. Поэтому, если решение в ДПС m-й частицы получено $c_m^{(d)}=c_m^{(d)}(\xi,\tau_m)$, где ξ и $\tau_m=t_2(\theta_m)$ определены в (1.3), то распределение концентрации в конвективно-погранслойной области $W_m^{(1)}$ определяется выражением $c_m^{(1)}(\xi,\tau_m^{\circ})$, $\tau_m^{\circ}=\tau_m(0)$.

Распределение концентрации в ДПС m-й частицы определяется решением уравнения (1.3) с граничным условием (3.1), записанным в переменных ξ, τ_m (см., например, [9]), и условием натекания, задаваемым концентрацией в конвективно-погранслойной области диффузионного следа $(m-1)$-й частицы.

Аналогично [12, 14] получаем рекуррентную систему уравнений, задающую распределение концентрации в ДПС m-й сферы

$$(3.2)\qquad \left(\frac{\partial}{\partial\tau_m}-\xi^{-1}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right)c_m^{(d)}=0,\quad \xi=\varepsilon^{-1}\psi^{1/2}\quad (m=1,2\ldots,M)$$

$$\xi=0,\ \eta(\tau_m)\partial c_m^{(d)}/\partial\xi-k\varepsilon f(c_m^{(d)})=0;\quad \xi\to\infty,\quad c_m^{(d)}\to1$$

$$\tau_m=0,\ c_m^{(d)}(\xi,0)=c_{m-1}^{(d)}(\xi,\overset{\circ}{\tau}_{m-1}),\quad c_0^{(d)}\equiv1\quad (\varepsilon=P^{-1/3})$$

где граничное условие при $\xi=0$ получено аналогично [9], а функция $\eta=\eta(\tau_m)$ задается параметрически

$$(3.3)\qquad \eta=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta_m,\quad \tau_m=\frac{\sqrt{3}}{8}\left(\pi-\theta+\frac{1}{2}\sin2\theta\right),\quad \tau_m{}^\circ=\tau_m(0)$$

Решение системы (3.2), (3.3) при условии полного поглощения растворенного вещества на сферах ($k=\infty$) получено в [13, 14].

Заменой

$$(3.4)\qquad \tau=(m-1)\tau_0+\tau_m,\quad \tau_0=\tau_m{}^\circ=\sqrt{3}\pi/8$$

система (3.2) сводится к одному уравнению

$$(3.5)\qquad \left(\frac{\partial}{\partial\tau}-\xi^{-1}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right)c=0,\quad c|_{\tau=0}=1,\quad c|_{\xi\to\infty}\to1$$

$$\left[\eta(\tau)\frac{\partial c}{\partial\xi}-k\varepsilon f(c)\right]_{\xi=0}=0$$

где $\eta(\tau)$ — периодическая функция с периодом τ_0, $\eta(\tau+\tau_0)=\eta(\tau)$, определенная на отрезке $0\leqslant\tau=\tau_1\leqslant\tau_0$ (3.3).

Решение (3.5) ищем в виде [9]

$$(3.6)\qquad c(\xi,\tau)=\Gamma^{-1}(1/3)\gamma(1/3,\xi^3/9\tau)+u(\xi,\tau)$$

$$u(\xi,\tau)=\frac{2^{-1/3}}{\Gamma(2/3)}\int_0^\tau\Phi(\lambda)\exp\left\{-\frac{\xi^3}{9(\tau-\lambda)}\right\}(\tau-\lambda)^{-2/3}d\lambda$$

$$(3.7)\qquad \xi\to0,\ u=\frac{2^{-1/3}}{\Gamma(2/3)}\int_0^\tau\Phi(\lambda)(\tau-\lambda)^{-2/3}d\lambda,\quad \frac{\partial u}{\partial\xi}=-\left(\frac{3}{2}\right)^{1/3}\Phi(\tau)$$

Здесь функция c при произвольном ядре Φ удовлетворяет уравнению и первым двум граничным условиям (3.5), а свойства (3.7) могут быть получены из результатов работы [10].

Используя свойства (3.7), получаем связь между ядром $\Phi(\tau)$ и локальным диффузионным потоком $j(\tau)$ [9]

$$(3.8)\qquad \Phi(\tau)=\frac{2^{1/3}}{\Gamma(1/3)\tau}-\varepsilon\left(\frac{2}{3}\right)^{1/3}\eta^{-1}(\tau)j(\tau)\quad \left(j=\left[\frac{\partial c}{\partial r}\right]_{r=1}\right)$$

Учитывая (3.7), (3.8) и подставляя (3.6) в последнее граничное условие (3.5), получаем следующее уравнение для локального диффузионного потока на поверхность m-й сферы:

$$j(\tau)=kf\left(1-\frac{\varepsilon}{3^{1/3}\Gamma(2/3)}\int\limits_0^\tau j(\lambda)\eta^{-1}(\lambda)(\tau-\lambda)^{-2/3}d\lambda\right) \tag{3.9}$$

$$(m-1)\tau_0\leqslant\tau\leqslant m\tau_0$$

Поступила 26 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Левич В. Г.* Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.
2. *Sih P. H., Newman J.* Mass transfer to the rear of a sphere in Stokes flow. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1967, vol. 10, No. 12.
3. *Newman J.* Mass transfer to the rear of a cylinder at high Schmidt numbers. Ind. and Engng Chem. Fundamentals, 1969, vol. 8, No. 3.
4. *Полянин А. Д.* Распределение концентрации в диффузионном следе частицы, обтекаемой стоксовым потоком. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 1.
5. *Гупало Ю. П., Полянин А. Д., Рязанцев Ю. С.* Массоперенос в диффузионном следе капли при стоксовом обтекании. ПММ, 1977, т. 41, вып. 2.
6. *Полянин А. Д.* О структуре диффузионного следа поглощающей частицы вблизи критических линий. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 3.
7. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М., «Мир», 1967.
8. *Taylor G. I.* The viscosity of a fluid containing small drops of another fluid. Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1932, vol. 138, No. 834.
9. *Полянин А. Д., Сергеев Ю. А.* О диффузии к поглощающей частице при смешанной кинетике. ПММ, 1977, т. 41, вып. 4.
10. *Sutton W. G. L.* On the equation of diffusion in turbulent medium. Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1943, vol. 182, No. 988.
11. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции, т. 2. М., «Наука», 1973.
12. *Гупало Ю. П., Полянин А. Д., Рязанцев Ю. С.* О диффузии к цепочке капель (пузырей) при больших числах Пекле. Изв. АН СССР, МЖГ, 1978, № 1.
13. *Гупало Ю. П., Полянин А. Д., Рязанцев Ю. С.* О массообмене частиц, расположенных на оси потока, при больших числах Пекле. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 2.
14. *Gupalo Yu. P., Polyanin A. D., Ryazantsev Yu. S.* Moving particle interaction effects in the mass transfer in reacting dispersed systems. In: 6th Int. Colloquium on gasdynamics of explosions and reactive systems. Stockholm, 1977.