

ОБТЕКАНИЕ КЛИНА СВЕРХЗВУКОВЫМ ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИЧЕСКИМ ПОТОКОМ ПРИ НАЛИЧИИ ИНЕРЦИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

А. Б. ВАТАЖИН, В. И. ГРАБОВСКИЙ

(Москва)

Исследовано сверхзвуковое обтекание клина потоком газа, содержащим электрически заряженные частицы. Изучено влияние эффекта инерции частиц, действующих на них сил трения со стороны газа и электрических сил, вызванных полем объемного заряда частиц и внешним электрическим полем, на коэффициент захвата частиц клином.

Исследование обтекания тел потоком газа с крупными ($d < 10$ мкм) электрически заряженными частицами необходимо для решения различных прикладных задач (диагностика потоков в электрогазодинамических устройствах, проблема осаждения частиц на поверхностях, взаимодействие заряженных частиц с элементами конструкции трубопроводов). Новые приложения указанных исследований связаны с проблемами внешней и внутренней («двигательной») электризации летательных аппаратов [1].

Обтекание тел потоком с незаряженными частицами — классическая задача газовой динамики многофазных течений [2]. Особенность течений с заряженными частицами состоит в появлении создаваемых самими частицами электрических полей и возникновении действующих на частицы электрических сил. Таким образом, «собственные» электрические поля — специфические механизмы взаимодействия частиц.

В электрогазодинамике имеются примеры решения задач об обтекании простейших тел [3]. Однако эти решения получены для случая очень мелких частиц (ионов или частиц с $d < 1$ мкм), когда их инерция незначительна (скорость частиц равна сумме скорости их дрейфа и скорости газа). Исследования обтекания тел потоком газа с заряженными частицами при учете их инерционности и собственных электрических полей в литературе отсутствуют.

Ниже изучено обтекание клина сверхзвуковым потоком газа, содержащим крупные заряженные частицы, с помощью двухскоростной модели течения, когда частицам ставится в соответствие «газ» частиц с «размазанной» плотностью ρ_s° [2]. Все частицы считаются сферическими, имеющими одинаковый диаметр d , собственную плотность вещества $\rho_s^{\circ\circ}$ и заряд Q . Применительно к этим условиям общая система уравнений электрогазодинамики записана в [4]. Некоторые особенности электрогазодинамических течений при учете инерции заряженных частиц исследованы в [5].

Рассмотрим обтекание металлического клина с углом полураствора α сверхзвуковым потоком воздуха ($M=2$), содержащим заряженные частицы с размером $d=10 \div 100$ мкм, зарядом $Q=2 \cdot 10^{-5} \div 2 \cdot 10^{-3}$ ед. CGSE, концентрацией $n_s=10^3 \div 10^5$ см $^{-3}$, плотностью $\rho_s^{\circ\circ}=1 \div 6$ г·см $^{-3}$. Указанные условия реализуются в электрогазодинамических установках, с помощью которых создаются двухфазные электрически заряженные потоки.

Основные безразмерные параметры, которые характеризуют такое течение, проанализированы в [5]. С их помощью можно показать, что в рассматриваемой задаче оказываются незначительными объем, занимаемый заряженными частицами (и следовательно, размазанная и собственная плотности газа одинаковы), и влияние частиц на движение газа (распределения газодинамических параметров считаются известными). Частицы не взаимодействуют друг с другом посредством столкновений, на них действуют сила трения со стороны газа и электрическая сила, вызванная электрическим полем объемного заряда и внешним полем. Существенна инерционность частиц. Влиянием силы тяжести на движение частиц можно пренебречь.

Сила трения, действующая на одну частицу, представляется в виде

$$(1) \quad F_c = k(1 + 1/6 \operatorname{Re}^{1/2})(V^\circ - V_s^\circ), \quad k = \frac{18\mu^\circ}{d^2 \rho_s^{\circ\circ}}, \quad \operatorname{Re} = \frac{d\rho^\circ}{\mu^\circ} |V^\circ - V_s^\circ|$$

Выражение (1) соответствует формуле для коэффициента трения, предложенной в [6], которая хорошо аппроксимирует экспериментальные данные при $0 < \operatorname{Re} < 500$.

При указанных условиях система уравнений, описывающая плоское стационарное течение «газа частиц», имеет следующий вид:

$$(2) \quad \operatorname{div}(qV_s) = 0, \quad \tau q(V_s \nabla) V_s = q(1 + 1/6 \operatorname{Re}^{1/2})(V - V_s) + qE \\ V = (U, V, 0), \quad V_s = (u, v, 0), \quad \operatorname{Re} = \operatorname{Re}_s \rho \sqrt{(U-u)^2 + (V-v)^2} / \mu$$

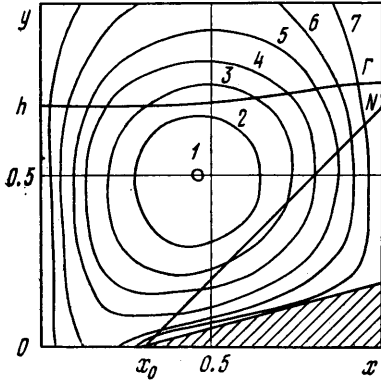
$$(3) \quad \Delta\varphi = -q, \quad E = -\nabla\varphi$$

$$x^\circ = x_x, \quad y^\circ = x_y, \quad V^\circ = v_x V, \quad V_s^\circ = v_x V_s, \quad \rho^\circ = \rho_x \rho$$

$$(4) \quad \rho_s^\circ = \rho_s \rho_s, \quad q^\circ = q_x q, \quad \varphi^\circ = \varphi_x \varphi, \quad E^\circ = E \varphi_x / x$$

$$\rho_{s*} = \frac{ekv_*}{4\pi x_* \kappa^2}, \quad q_* = \kappa \rho_{s*}, \quad \varphi_* = x_* \frac{v_*}{b_*}, \quad b_* = \frac{\kappa}{k}, \quad \kappa = \frac{Q}{m_s}$$

Здесь x, y — безразмерные продольная и поперечная координаты в плоскости течения, q — размазанная плотность объемного заряда. Размерные величины (помеченные градусом) связаны с безразмерными по формулам (4), причем звездочка обозначает характерные величины, а индекс s относится к частицам. При использованном способе обезразмеривания переменных величина q совпадает с безразмерной размазанной плотностью частиц ρ_s , и поэтому безразмерный электрический ток и поток массы частиц совпадают друг с другом.



Фиг. 1

ной N , которая наклонена к оси клина под углом β_M , зависящим от α и числа M набегающего потока. Волна N разделяет однородный набегающий поток с параметрами $\rho=1, \mu=1, V=(1, 0, 0)$ и однородный поток между N и поверхностью клина с параметрами, определяемыми с помощью соотношений на ударной волне.

Клин помещен между двумя бесконечными, проводящими и не возмущающими поток газа сетками-электродами $x=0, x=1$ (Фиг. 1). Вершина клина находится в точке $x=x_0 < 1, y=0$. Электрод $x=0$ заземлен ($\varphi=0$), а сетка $x=1$ и клин находятся под одним потенциалом $\varphi=\varphi_+$. При $\varphi_+=0$ в пространстве имеются лишь электрические поля объемного заряда. При $y \rightarrow \infty$ распределение потенциала линейное: $\varphi=\varphi_+ x$.

В сечении $x=0$ на эмиттере $|y| \leq h$ заданы скорость частиц $u=u_0, v=0$, и концентрация объемного заряда $q=\beta=\text{const}$. Выходящие из точек $y=\pm h, x=0$ характеристики (линии тока частиц) являются границами Γ электрогазодинамической струи, где $q \neq 0$. Вне струи $q=0$, т. е. на Γ имеется разрыв q . Входящие в граничные условия безразмерные параметры h и β характеризуют собственные электрические поля (причем величина β , равная безразмерной плотности заряда на эмиттере, по порядку величины определяет отношение действующих на частицы электрической силы к силе трения). Параметр u_0 , равный отношению скоростей газа и частиц, влияет на эффект трения, инерции и электричества.

Условия для электрических параметров на газодинамической ударной волне N следуют из общих соотношений на поверхностях сильного разрыва в двухфазных средах. При отсутствии на N поверхностного заряда вектор электрического поля, а также скорость и плотность заряженных частиц при переходе через N изменяются непрерывно. (На волне N оказывается разрывной кривизна траекторий частиц.)

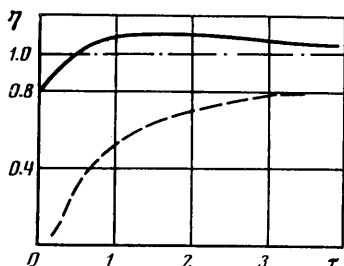
Предполагается, что частицы во время их контакта с поверхностью клина полностью отдадут последней свой электрический заряд. Поэтому исследуется движение частиц до момента их соударения с поверхностью.

Таким образом, граничные условия для системы (2), (3) имеют следующий вид (вследствие симметрии задачи рассматривается полуплоскость $y \geq 0$):

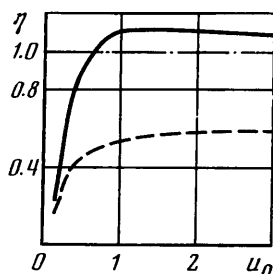
$$(5) \quad \begin{aligned} x=0 \quad \varphi=0, \quad x=1 \quad \varphi=\varphi_+, \quad 0 < y \leq (x-x_0) \operatorname{tg} \alpha \quad \varphi=\varphi_+ \\ x=0 \quad y \leq h \quad q=\beta \quad u=u_0 \\ y=0 \quad \partial\varphi/\partial y=0, \quad y \rightarrow \infty \quad \varphi \rightarrow \varphi_+ x \\ y=(x-x_0) \operatorname{tg} \beta_M \quad \{u\}=\{v\}=\{q\}=\{|E|\}=0 \end{aligned}$$

Система уравнений (2), (3) с граничными условиями (5) интегрируется с использованием модификации численного алгоритма, разработанного в [5]. Заметим, что аналогичная задача, сформулированная для обтекания клина незаряженными частицами, решалась в [7].

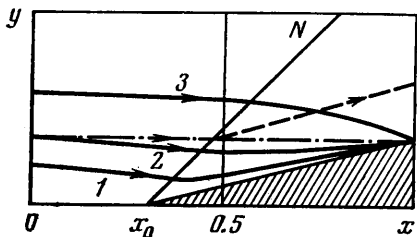
Проанализируем некоторые результаты расчетов. Рассмотрим обтекание клина при условиях: $\alpha=14^\circ$, $M=2$ ($\beta_M=45^\circ$), $x_0=0.3$, $h=0.7$, $\beta=2$, $Re_\infty=100$. Остальные параметры варьировались в пределах $0 < \tau < \infty$, $u_0 > 0$, $\varphi_+ \geq 0$.



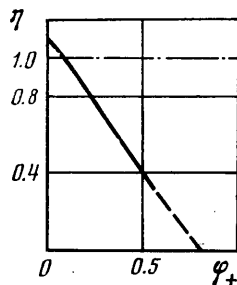
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

На фиг. 1 показаны эквипотенциальные линии $\varphi = \text{const}$ при условиях $\varphi_+ = 0$, $\tau = u_0 = 1$. Они дают представление о действующих на частицы электрических силах, обусловленных собственным электрическим полем. Максимум φ расположен перед волной N . Линии 1–7 соответствуют значениям потенциала 0.14, 0.12, 0.10, 0.08, 0.06, 0.04, 0.02. Заметим, что с ростом β и h влияние электрических сил возрастает.

Для практических приложений необходимы сведения о массовом потоке частиц или об электрическом токе на тот или иной участок поверхности тела. В инженерных расчетах обычно используется коэффициент захвата η , равный отношению массового потока частиц на участок поверхности к величине этого потока при $\tau = \infty$. (В случае $E = 0$ поток при $\tau = \infty$ имеет максимальную величину.) В рассматриваемом случае коэффициент захвата определяется формулой

$$\eta = \left[\int_{x_0}^1 q V_{sn} \frac{dx}{\cos \alpha} \right] / [\beta u_0 (1 - x_0) \text{tg } \alpha]$$

где V_{sn} — нормальная к поверхности составляющая скорости частиц.

Иследуем зависимость η от основных параметров задачи. Отметим, что на величину η влияют три фактора: трение со стороны газа (уменьшает η), инерция частиц (при $\tau \rightarrow \infty$ $\eta \rightarrow 1$) и воздействие электрического поля (при $\varphi_+ = 0$ интенсифицирует захват частиц). Суммарный эффект зависит от относительной величины этих факторов.

На фиг. 2 показана зависимость $\eta(\tau)$ при $\varphi_+ = 0$, $u_0 = 1$. Для сравнения представлена функция $\eta_0(\tau)$ (штриховая линия) для обтекания клина потоком с незаряженными частицами ($E = 0$). Монотонная функция $\eta_0(\tau)$ асимптотически стремится к единице, однако функция $\eta(\tau)$ имеет максимум и может превышать значение $\eta = 1$. При $\tau = 0$ захват частиц обусловлен только действием электрического поля. С ростом τ эффективность захвата возрастает вследствие как эффекта инерции, так и действия электрического поля. Наличие максимума у функции $\eta(\tau)$ обусловлено тем

что при увеличении τ вблизи клина сосредотачивается большее число частиц, которые создают сильное собственное электрическое поле, «вытягивающее» частицы с периферии к поверхности клина. Однако при дальнейшем увеличении τ эффекты инерции становятся доминирующими, и $\eta \rightarrow 1+0$ при $\tau \rightarrow \infty$.

На фиг. 3 изображена зависимость η от параметра u_0 при $\varphi_+ = 0$, $\tau = 1$ (сплошная линия). При $E = 0$ (штриховая линия) увеличение u_0 приводит к возрастанию влияния инерции частиц. В случае обтекания клина заряженными частицами увеличение u_0 приводит и к росту электрических сил, так как величина объемного заряда, выносимого в промежуток между эмиттером и клином, пропорциональна u_0 . При $u_0 \rightarrow \infty$ имеем $\eta \rightarrow 1+0$, т. е. доминирует эффект инерции частиц.

На фиг. 4 приведены граничные траектории частиц, разделяющие потоки частиц, попадающих и не попадающих на поверхность клина. Представленные данные получены при $\tau = 1$, $\varphi_+ = 0$; сплошные линии 1, 2, 3 соответствуют условиям $u_0 = 0.3, 0.7, 1$. Штриховая линия является линией тока газа, совпадающей с траекторией частиц при $\tau = 0$, $E = 0$. Штрихпунктирная прямая — траектория частиц при $\tau = \infty$.

В приведенных примерах электрическое поле создавалось полем объемного заряда. Этот случай характеризуется неравенством $\xi = (\eta - \eta_0) / \eta_0 > 0$, причем величина ξ может быть порядка единицы. Возможны условия, когда $\eta > 1$ (в то время как всегда $\eta_0 < 1$).

Если же тело является заряженным ($\varphi_+ \neq 0$), то помимо собственного электрического поля на частицы воздействует внешнее электрическое поле, которое при достаточно больших φ_+ становится определяющим. Существует предельная величина $\varphi_{+ \max}$, при достижении которой ток (поток частиц) на клин обращается в нуль.

На фиг. 5 представлена зависимость $\eta(\varphi_+)$, построенная при $\tau = u_0 = 1$. Предельная величина $\varphi_{+ \max} \approx 0.8$.

Полученные результаты показывают, что величина массового потока заряженных частиц на обтекаемое тело существенно зависит от электрических эффектов, которые при указанных выше условиях становятся определяющими.

Поступила 16 I 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Имянитов И. М. Электризация самолетов в облаках и осадках. Л., Гидрометеоздат, 1970.
2. Соу С. Л. Гидродинамика многофазных систем. М., «Мир», 1971.
3. Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З., Пашин М. М. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М., «Энергия», 1974.
4. Гогосов В. В., Фарбер Н. Л. Уравнения электрогазодинамики многофазных сред. Об одномерных течениях, разрывных решениях и затухании слабых волн. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 5.
5. Ватажин А. Б., Грабовский В. И. О двумерных электрогазодинамических течениях с учетом инерции заряженных частиц. ПММ, 1976, т. 40, вып. 1.
6. Клячко Л. С. Уравнения движения пылевых частиц в пылеприемных устройствах. Отопление и вентиляция, 1934, № 4.
7. Serafini J. S. Impingement of water droplets on wedges and double-wedge airfoils at supersonic speeds. NASA Rept, 1954, No. 1159.

УДК 629.12.532.5.031

ПОТЕНЦИАЛ СКОРОСТЕЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКЕ ТОНКОГО СУДНА НА МЕЛКОВОДЬЕ

Ю. Л. ВОРОБЬЕВ

(Одесса)

Рост размеров судов стимулирует интерес к исследованию качки на мелководье. Соответствующая гидродинамическая задача оказывается весьма сложной [1], и ее упрощение возможно в случае принятия специальных допущений о форме корпуса судна. Концепция тонкого (митчелевского) судна является одной из наиболее распространенных [2-4], но даже в этом случае для определения потенциала возмущенных скоростей жидкости необходимо получить решение сингулярного интегрального уравнения с весьма сложным ядром.