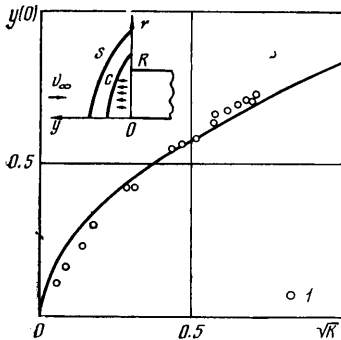


ВДУВ С ТОРЦА ЦИЛИНДРА НАВСТРЕЧУ ГИПЕРЗВУКОВОМУ ПОТОКУ ГАЗА

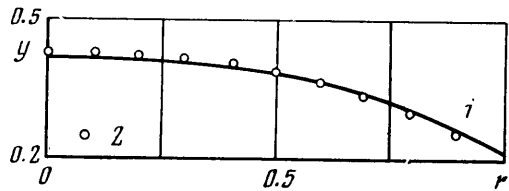
А. Н. ОСИПЦОВ

(Москва)

Рассматривается задача о вдуве газа с торца цилиндра навстречу гиперзвуковому потоку. Исследование ведется в рамках модели двух невязких слоев [1, 2]: течения в ударном слое между ударной волной и контактной поверхностью и течения в слое вдуваемого газа. Рассмотрено асимптотическое поведение формы контактной поверхности вблизи критической точки при малых значениях параметра вдува K . В [1, 3] было получено, что при вдуве с поверхности затупленного тела с конечным радиусом кривизны толщина слоя вдува $\sim \sqrt{K}$. В данной работе показано, что толщина слоя вдува на торце $\sim \sqrt[4]{K}$.



Фиг. 1



Фиг. 2

1. Постановка задачи. Рассмотрим установившееся, адиабатическое течение вдуваемого идеального совершенного газа между поверхностью цилиндра и контактной поверхностью в цилиндрической системе координат, связанной с поверхностью торца цилиндра радиуса R (Фиг. 1), s – контактная поверхность, s – головная ударная волна, ρ_∞ и v_∞ – параметры потока перед ударной волной, ρ_{w0} и v_{w0} – параметры вдуваемого газа в критической точке. Введем безразмерные переменные $\rho' = \rho/\rho_{w0}$, $v' = v/v_{w0}$, $u' = u/v_{w0}$, $p' = p/\rho_\infty v_\infty^2$, $r' = r/R$, $y' = y/R$ и параметр вдува $K = \rho_{w0} v_{w0}^2 / \rho_\infty v_\infty^2$. Далее штрихи опущены. В безразмерных переменных движение газа в слое вдува описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho ur)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho vr)}{\partial y} &= 0 \\ K \left(u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad K \left(u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ (1.1) \quad u \frac{\partial(p/\rho^\gamma)}{\partial r} + v \frac{\partial(p/\rho^\gamma)}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

Для построения решения в слое вдува необходимо задать условия на поверхности торца и на контактной поверхности. На поверхности торца зададим плотность и скорость вдуваемого газа (вместо плотности можно задать одну комбинацию термодинамических переменных, например условие равновесного испарения)

$$(1.2) \quad u(r, 0) = 0, \quad v(r, 0) = v_w(r), \quad \rho(r, 0) = \rho_w(r)$$

На контактной поверхности следует задать распределение давления и условие непроницаемости.

Будем искать асимптотическое решение поставленной задачи при большой скорости набегающего потока и малых значениях параметра K . Принимаем, что дав-

ление на контактной поверхности распределено по закону Ньютона

$$(1.3) \quad p = [1 + (y')^2]^{-1}$$

Из приближенных решений при малых K для тел типа сферы [1, 3] следует, что толщина слоя вдува имеет порядок \sqrt{K} . Для случая обтекания торца эта оценка может измениться. Здесь малый параметр вводится не только граничными условиями на поверхности торца, но и неявно входит также в условие (1.3), так как при малом вдуве контактная поверхность близка к плоской поверхности торца, т. е. y' в (1.3) — малая величина.

Введем растянутую переменную $\eta = yK^{-1/4}$. При $K \rightarrow 0$ параметры газа внутри слоя вдува можно искать в следующем виде:

$$(1.4) \quad \begin{aligned} u(r, \eta) &= K^{-1/4} u_0(r, \eta) + \dots, & v(r, \eta) &= v_0(r, \eta) + \dots \\ \rho(r, \eta) &= \rho_0(r, \eta) + \dots, & p(r, \eta) &= 1 - K^{1/2} (\eta_c')^2 + \dots \end{aligned}$$

где $\eta_c(r)$ — уравнение контактной поверхности. Подставляя (1.4) в (1.1), получим уравнения для главных членов разложения

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \frac{\partial(\rho_0 u_0 r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho_0 v_0 r)}{\partial \eta} &= 0 \\ u_0 \frac{\partial u_0}{\partial r} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial \eta} &= \frac{2}{\rho_0} \eta_c' \eta_c'', & u_0 \frac{\partial \rho_0}{\partial r} + v_0 \frac{\partial \rho_0}{\partial \eta} &= 0 \end{aligned}$$

На поверхности торца $\rho_0(r) = \rho_w(r)$, $v_0(r) = v_w(r)$, $u_0(r) = 0$.

2. Уравнение для формы контактной поверхности. Из третьего уравнения (1.5) следует, что ρ_0 вдоль линии тока постоянно. Из второго уравнения (1.5), записанного в переменных r и t , где t — координата начала линии тока, получаем соотношение

$$(2.1) \quad u_0^2(r, t) = 2[\eta_c'^2(r) - \eta_c'^2(t)] / \rho_w(t)$$

Из уравнения неразрывности с использованием (2.1) получаем интегродифференциальное уравнение для формы контактной поверхности

$$(2.2) \quad r \eta_c(r) = \int_0^r v_w(t) \sqrt{\rho_w(t)} [2(\eta_c'^2(r) - \eta_c'^2(t))]^{-1/2} dt$$

Для определения единственного решения (2.2) необходимо дополнительное граничное условие. По аналогии с работой [2] в силу эллиптического характера задачи можно предположить, что таковым служит задание давления на контактной поверхности вблизи угловой точки.

Для простоты выкладок рассмотрим частный случай $\rho_w v_w^2 = 1$. Будем искать решение уравнения (2.2) в виде степенного ряда

$$\eta_c(r) = \eta_c(0) + \sum_{n=2}^{\infty} a_n r^n$$

Подставляя ряд в (2.2), почленно интегрируя и возвращаясь к переменной y , получим

$$(2.3) \quad y_c(r) = \lambda \sqrt{K/2} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{\lambda} \right)^2 - \frac{3}{40} \left(\frac{r}{\lambda} \right)^4 - \frac{119}{3300} \left(\frac{r}{\lambda} \right)^6 - \dots \right]$$

Константу λ следует определить из дополнительного граничного условия. Учет сформулированного выше условия затруднителен, поскольку требует построения асимптотического решения в окрестности угловой точки и сшивания с решением (2.3). Поэтому определим λ путем сравнения значения толщины слоя вдува на оси в асимптотическом решении данной работы и численном решении задачи обтекания торца цилиндра со вдувом в точной постановке¹. Отметим, что эти численные решения подтверждены экспериментальными результатами [4], что свидетельствует

¹ Коваль М. А. Экспериментальное и теоретическое исследование сильного вдува навстречу сверхзвуковому потоку. Канд. дис., МГУ, 1978.

о фактической реализации принятой модели течения. Определяя значение λ в формуле (2.3) из результатов численного расчета при $\sqrt{K}=0.277$ и $M_\infty=3$, получаем $\lambda \approx 1$. На фиг. 1 дано сравнение результатов численных расчетов М. А. Коваля отхода контактной поверхности в критической точке с зависимостью

$$(2.4) \quad y_c(0) = \sqrt{K/2}$$

(точками 1 обозначены результаты численных расчетов, линией — зависимость (2.4)). Приведенное сравнение показывает хорошее совпадение полученного приближенного решения с численными расчетами при $\sqrt{K} \leq 0.7$. Численные расчеты и эксперименты [4] показали, что величина отхода контактной поверхности $y_c(0)$, выраженная как функция K , практически не зависит от M_∞ (данные при $M_\infty=2$ и 3 представляются единой кривой). Расчеты обтекания торца при $K=0.45$ в диапазоне изменения M_∞ от 2 до 8 свидетельствуют о том же. Отсюда следует, что найденная здесь константа λ слабо зависит от определяющих параметров задачи по крайней мере в указанном выше диапазоне параметров. На фиг. 2 приведено сравнение численного расчета формы контактной поверхности при $\sqrt{K}=0.277$, проведенного М. А. Ковалем, с приближенным решением (2.3) при $\lambda=1$. Линией 1 обозначено численное решение, точками 2 — приближенное решение (2.3). Форма контактной поверхности в асимптотическом решении удовлетворительно согласуется с численным решением почти вплоть до угловой точки.

В заключение автор благодарит В. П. Стулова за постоянное внимание к работе и обсуждение результатов.

Поступила 27 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Стулов В. П. Сильный вдув на поверхности затупленного тела в сверхзвуковом потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 2.
2. Левин В. А. Сильный вдув на поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 5.
3. Гершбейн Э. А. К асимптотическому решению уравнений ламинарного многокомпонентного пограничного слоя при больших вдувах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 2.
4. Коваль М. А., Стулов В. П., Швец А. И. Экспериментальное исследование сверхзвукового обтекания затупленных тел с сильным распределенным вдувом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1978, № 3.

УДК 533.6.011.72

ДВИЖЕНИЕ ГАЗА ВБЛИЗИ ЦЕНТРА (ОСИ) СИММЕТРИИ ПРИ ВЫДЕЛЕНИИ ВНУТРЕННЕЙ И КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ НА ПЕРИФЕРИИ

В. П. ПАРХОМЕНКО

(Москва)

Исследование течения газа вблизи центра (оси) симметрии при выделении энергии на периферии интересно с точки зрения получения экстремальных значений давления, плотности, энергии в центре (на оси). Обнаружено, что даже при начальных условиях, далеких от автомодельных, поле течения вблизи центра (оси) симметрии описывается решением автомодельной задачи о сильной сходящейся к центру (оси) симметрии волне, полученным в [1, 2]. Значения газодинамических величин вблизи центра (оси) симметрии существенно зависят от соотношения между кинетической и внутренней энергиями, выделившимися в начальный момент. Выход на автомодельный режим в сферически-симметричном случае происходит гораздо раньше, чем в цилиндрическом.

1. Постановка и решение рассматриваемой задачи для цилиндрического и сферического случаев аналогичны, поэтому далее под термином «центр» подразумевается центр или ось симметрии.