

УДК 533.6.011:629.7.024.8

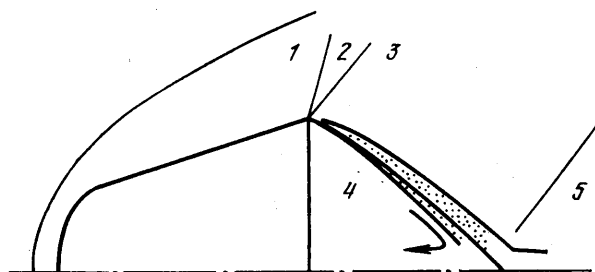
## ОЦЕНКА ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИЙ КОМПОНЕНТ В ДОННОЙ ОБЛАСТИ ЗА ТЕЛОМ С УЧЕТОМ НЕРАВНОВЕСНЫХ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

В. Б. КНОТЬКО

(Москва)

В рамках схемы [1] предлагается метод оценки температуры и концентраций компонент газа в донной области при сверхзвуковом осесимметричном обтекании тел с учетом неравновесных физико-химических процессов. Влияние пограничного слоя конечной толщины на боковой поверхности тела перед донным срезом учитывается методом среднemasсовых величин [2]. При этом потребовалась соответствующая модификация метода [1] для осесимметричного течения.

1. При стационарном сверхзвуковом обтекании тела можно условно выделить пять областей течения (фиг. 1).



Фиг. 1

Область 1 — течение до донного среза. Для проведения оценок параметров в донной области по предлагаемому методу нужно знать давление перед донным срезом на боковой поверхности тела, распределения скорости  $u_1$ , температуры  $T_1$ , концентраций компонент  $c_{i1}$  газа поперек пограничного слоя. Для ламинарного пограничного слоя эти данные могут быть получены, например, методом, изложенным в [3].

Область 2 — зона разворота потока газа вокруг кромки донного среза. На параметры в донной области основное влияние будет оказывать часть разворачивающегося потока вблизи кромки донного среза, имеющая характерный размер порядка толщины пограничного слоя перед срезом, поскольку эта часть потока формирует слой смешения на границе невязкого потока и застойной зоны. Сравнение характерного времени пребывания газовой частицы в рассматриваемой области течения  $t_0$  с характерным временем химических реакций  $\tau$  показывает, что  $t_0 \ll \tau$  для широкого диапазона условий обтекания, т. е. концентрации компонент, постоянны вдоль линии тока. На основании этих оценок в данной работе принято, что в зоне разворота параметры газа «заморожены». Пограничный слой при развороте и в дальнейшем до поглощения слоем смешения считается невязким, при этом дозвуковая часть набегающего пограничного слоя не учитывается.

Область 3 включает в себя развернувшийся поток и зону смешения. Оценки, аналогичные приведенным для области 2, также позволяют считать параметры газа «замороженными» в зоне смешения. Предполагается также, что смешение (ламинарное или турбулентное) происходит при постоянном давлении, газ невязкий всюду, кроме зоны смешения.

Область 4 — донная область со слабым циркуляционным течением. Предполагается, что здесь давление  $p_g$ , температура  $T_g$  и концентрации компонент  $c_{ig}$  практически постоянны, скорость газа близка к нулю.

Область 5 — ближний след с повышением давления.

Рассматриваются два механизма, определяющие концентрации компонент в донной области: 1) химические реакции, за счет которых в единицу времени в единицу объема образуется масса  $i$ -й компоненты, равная  $W_i$ ; 2) диффузия через разделительную линию тока из внешнего потока, за счет которой в донную область поступает в единицу времени масса  $i$ -й компоненты, равная  $N_i$ . Разделительной здесь названа линия тока, которая разделяет газ, развернувшийся вокруг кромки донного среза, и газ, циркулирующий в донной области.

Из условия сохранения массы каждой компоненты по всему объему донной области  $V_g$

$$(1) \quad W_i V_g + N_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

Здесь  $n$  — число компонент,  $W_i$  — известная функция от  $p$ ,  $T$ ,  $c_i$ .

Температура в донной области определяется по составу газа и энтальпии. Энтальпия в свою очередь определяется с использованием уравнения баланса энергии (в случае теплоизолированной стенки дна) [4]

$$(2) \quad \int_0^{x_0} \lambda \frac{\partial T}{\partial y} r dx + \sum_{i=1}^n \int_0^{x_0} \rho D_i h_i \frac{\partial c_i}{\partial y} r dx + \int_0^{x_0} \tau r dx = 0$$

Здесь  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $D_i$  — коэффициент диффузии,  $\tau$  — напряжение трения,  $x_0$  — координата пересечения разделительной линии тока с осью симметрии,  $h_i = h_i(T)$  — энтальпия  $i$ -й компоненты,  $\rho$  — плотность газа,  $u$  — скорость,  $r$  — расстояние от оси симметрии до разделительной линии тока. Все величины в (2) берутся на разделительной линии тока.

2. Необходимые для расчета концентраций значения давления и форму донной области (расположение разделительной линии тока) можно определить с использованием метода [1], обобщенного на случай осесимметричного обтекания.

Не останавливаясь подробно на изложении метода [1], опишем только те отличия, которые использованы ниже. Эти отличия связаны в основном с учетом начального пограничного слоя и использованием для осесимметричного случая иных, чем в [1], переменных подобия. Задача определения донного давления при этом решается одновременно с решением уравнений (1) и (2).

Поскольку предлагаемый метод оценки параметров в донной области во многом сходен как в случае турбулентной зоны смешения, так и в случае ламинарной зоны смешения, различаясь лишь в некоторых деталях, ниже будет рассмотрена турбулентная зона смешения.

Конечная толщина пограничного слоя на теле перед донным срезом и вызванная этим слоем существенная неоднородность набегающего потока учитывались методом среднемассовых величин [2], согласно которому в рассматриваемой задаче предполагается, что профили величин в каждом сечении зоны смешения такие же, как в случае однородного набегающего потока с параметрами на границе зоны смешения, равными среднемассовым значениям

$$(3) \quad u_0 = \frac{1}{\psi_e} \int_0^{\psi_e} u_e d\psi, \quad H_0 = \frac{1}{\psi_e} \int_0^{\psi_e} H_e d\psi, \quad c_{i0} = \frac{1}{\psi_e} \int_0^{\psi_e} c_{ie} d\psi$$

где  $H$  — полная энтальпия.

Осреднение здесь ведется по массе газа  $\psi_e$ , поглощаемой зоной смешения в рассматриваемом сечении. Индексом  $e$  отмечены значения величин на границе зоны смешения, индексом 0 — среднемассовые значения.

При этом предполагалось, что профиль скорости  $u$  в турбулентной зоне смешения — это профиль Гертлера

$$(4) \quad \frac{u}{u_0} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} e^{-\beta^2} d\beta \right)$$

Здесь переменная  $\eta$  в отличие от принятой в [1] имеет вид

$$(5) \quad \eta = \frac{u_0 r^k}{2\sqrt{\xi}} \int_0^y \rho dy, \quad \xi = \int_0^x \rho_0^2 \epsilon u_0 r^{2k} dx$$

где  $k=1$  для осесимметричного обтекания,  $\epsilon$  — коэффициент кинематической вязкости; для турбулентного смешения  $\epsilon = u_0 b(x)/2\sigma^2$ ,  $b(x)$  — ширина зоны смешения,  $\sigma$  — эмпирический коэффициент. Легко показать, что при  $k=0$  и  $\rho = \text{const}$  переменная  $\eta$  будет иметь вид, используемый в [1] для плоского течения, а  $b(x) \sim x$ .

Для определения среднemasсовых величин по соотношениям (3) необходимо знать функцию  $\psi_e$  — массу газа, поглощаемую в данном сечении зоны смешения

$$(6) \quad \psi_e = 2\pi \int_{y_j}^{y_e} \rho u r dy$$

Индексом  $j$  отмечены значения величин на разделительной линии тока.

Предполагается, что толщина зоны смешения  $b(x) \ll r(x)$ . Используя переменные (5), соотношение (6) можно привести к виду

$$(7) \quad \psi_e = 2\pi u_e 2\sqrt{\xi} \int_{\eta_j}^{\eta_e} \frac{u}{u_e} d\eta$$

Следует отметить, что использование переменной  $\eta = \sigma y/x$  для осесимметричного течения приводит (6) к соотношению

$$(8) \quad \psi_e \sim 2\pi x r / \sigma$$

Поскольку  $\psi_e = 0$  при  $x = 0$  (начало зоны смешения) и согласно (8)  $\psi_e = 0$  (конец зоны смешения), приходим к выводу, что с ростом  $x$  масса поглощаемого зоной смешения газа сначала растет, потом начинает уменьшаться, что физически нереально. Можно показать, что то же будет и в случае отказа от предположения  $b(x) \ll r(x)$ . В то же время соотношение (7), полученное с использованием (5), не приводит к указанному парадоксу.

Далее, определяя границу зоны смешения как поверхность, где  $u_e - u < t$  ( $t$  — некоторая малая величина), получим для ширины зоны смешения  $b$  соотношение (для простоты полагалось  $u_e = \text{const}$ ,  $\rho_e = \text{const}$ )

$$(9) \quad \frac{b(x)}{R} = \frac{A}{r^k} \int_0^x r^k dx$$

где  $A$  — коэффициент, зависящий от  $\sigma$ ,  $t$ ;  $R$  — радиус донного среза.

В отличие от плоского течения границы турбулентной зоны смешения в осесимметричном случае криволинейны.

Предполагается, что повышение давления при переходе из области 3 в область 5 вызвано косым скачком уплотнения. Положение скачка можно определить, как и в [5]: скачок уплотнения возникает в том сечении, где нижняя граница зоны смешения пересекается с осью симметрии.

Для простоты ниже полагается  $\text{Pr} = c_p \mu / \lambda = 1$ ,  $\text{Sc}_i = 1$ , где  $c_p = \sum c_p_i dh_i / dT$  — средняя теплоемкость газа,  $\mu$  — коэффициент вязкости. Тогда соотношения (2) можно привести к виду

$$(10) \quad \int_0^{\sqrt{\xi_0}} \frac{dH_0}{d\eta} d\sqrt{\xi} = 0, \quad \xi_0 = \xi(x_0)$$

Используя интеграл Крокко, который имеет место при сделанных предположениях

$$H = (H_0 - h_g) u / u_0 + h_g$$

из (10) получим

$$(11) \quad h_g = \frac{1}{\sqrt{\xi_0}} \int_0^{\sqrt{\xi_0}} H_0 d\sqrt{\xi}$$

С помощью интеграла Пробстина

$$c_i = (c_{i0} - c_{ig}) u / u_0 + c_{ig}$$

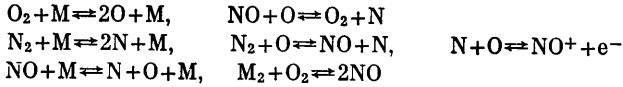
приведем выражение для  $N_i$  в (1) к удобному виду

$$(12) \quad N_i = 2\pi \int_0^{x_0} \rho D_i \frac{\partial c_i}{\partial y} r dx = 2\pi \sqrt{\xi_0} \frac{d}{d\eta} \left( \frac{u}{u_0} \right)_j (c_{i0} - c_{ig})$$

$$(13) \quad c_i^0 = \frac{1}{V \varepsilon_0} \int_0^{V \varepsilon_0} c_{i0} d V \varepsilon$$

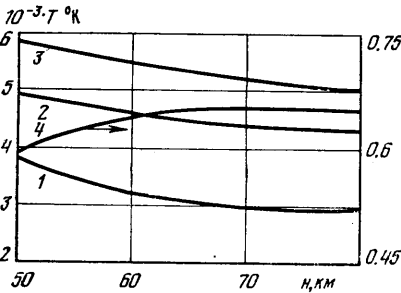
Здесь  $c_i^0$  — значение концентраций компонент в донной области для случая, когда химические реакции там заморожены, т. е.  $W_i=0$ . Полученная система уравнений решалась методом итераций.

3. Использовалась следующая система химических реакций:

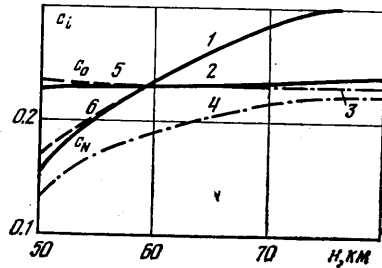


Здесь М — любая третья частица.

Проведены расчеты для трех режимов протекания физико-химических процессов в донной области: 1) неравновесного режима, 2) равновесного (при этом уравнение (1) не использовалось, а концентрации компонент определялись из таблиц [6] по найденным  $p_g$  и  $h_g$ ), 3) замороженного (в уравнении (1) полагалось  $W_i=0$ ). В этом случае  $c_{ig}=c_i^0$ .



Фиг. 2



Фиг. 3

Для каждого из этих случаев определялись параметры в донной области за пригнанным конусом (угол полураствора  $10^\circ$ , радиус донного среза  $0.8$  м, радиус носка  $0.5$  м). Параметры набегающего потока:  $u_\infty=6500$  м/сек,  $\rho_\infty=3.5 \cdot 10^{-4}$  н.сек<sup>2</sup>/м<sup>4</sup>,  $p_\infty=24.5$  н/м<sup>2</sup>,  $Re_{\infty, R}=10^5$ ,  $M=20$ . Предполагалось, что пограничный слой на теле ламинарный<sup>1</sup>. При этом донное давление в равновесном приближении ( $p_g/p_1=0.2$ ,  $p_g \approx 100$  н/м<sup>2</sup>) оказалось всего лишь на 25% выше, чем в неравновесном или замороженном ( $p_g/p_1=0.16$ ,  $p_g \approx 84.5$  н/м<sup>2</sup>); донная энтальпия слабо зависит от принятой модели протекания физико-химических процессов ( $h_g/H_\infty=0.64 \div 0.68$ ).

Это позволило при определении температуры и концентраций компонент в донной области пренебречь влиянием физико-химических процессов на донное давление и проводить оценочные расчеты по упрощенной схеме: предполагалось, что давление и геометрия донной области известны. Задача сводилась к решению уравнений (1), (2) для определения  $h_g$ ,  $T_g$ ,  $c_{ig}$ .

На фиг. 2–4 для того же тела представлены результаты расчетов параметров в донной области (для ламинарной зоны смешения) в зависимости от высоты полета  $H$  при  $u_\infty=6500$  м/сек.

На фиг. 2 приведены температура в передней критической точке  $T_0$ , (кривая 3), температура в донной области  $T_g$ , (кривая 1), «равновесная» температура  $T_p$  (кривая 2), определяемая по рассчитанным  $h_g$  и  $p_g$  в предположении, что химические реакции равновесны. Большое отличие  $T_p$  от  $T_g$  объясняется существенным отклонением состояния газа в донной области от равновесного. Здесь же приведена донная энтальпия  $h_g/H_\infty$  (кривая 4).

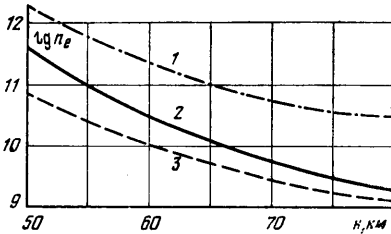
На фиг. 3 сплошными линиями (кривые 1, 2) показаны концентрации атомарных кислорода и азота, штрихпунктирными (кривые 3, 4) — равновесные значения концентраций, штриховыми (кривые 5, 6) — замороженные. Как видно, реакции рекомбинации O и N для данных условий идут в донной области слабо, и концентрации этих компонент можно рассчитать по формуле (13).

На фиг. 4 показана зависимость  $\lg n_e$  от высоты полета ( $n_e$  — число электронов в 1 см<sup>3</sup>). Кривая 1 — равновесные, 2 — неравновесные, 3 — замороженные концентрации. Концентрация электронов отличается как от равновесных, так и от заморожен-

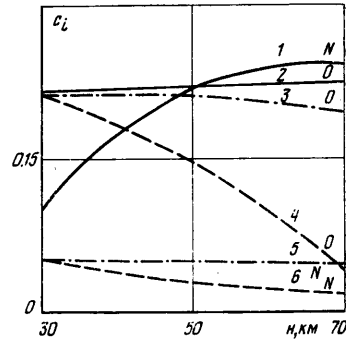
<sup>1</sup> Расчеты пограничного слоя проведены В. Л. Беспаловым.

ных значений. Таким образом, для расчета ионизованных компонент важен учет неравновесности физико-химических процессов.

4. В проведенных расчетах пограничный слой на теле перед донным срезом был неравновесным. Представляет интерес вопрос о влиянии состояния пограничного слоя на теле на параметры в донной области. Были проведены расчеты для модельной задачи, где рассматривались те же условия обтекания, что и в п. 3, но пограничный слой на теле предполагался равновесным или недиссоциированным. Концентрации атомарных компонент, полученные в результате расчетов, приведены на фиг. 5 (сплошные линии 1, 2 — неравновесный пограничный слой, штрихпунктирные 3, 5 — равновесный, штриховые 4, 6 — недиссоциированный).



Фиг. 4



Фиг. 5

Анализ этих расчетов показывает, что в случае равновесного пограничного слоя концентрации компонент O и N в донной области определяются среднемассовыми значениями в пограничном слое перед донным срезом и могут быть рассчитаны по формуле (13). Поскольку в равновесном пограничном слое концентрации атомов меньше, чем в неравновесном (который в рассматриваемом случае близок к замороженному), и концентрации O и N близки к значениям в критической точке, то и концентрации атомов в донной области меньше для равновесного пограничного слоя, чем для неравновесного.

Для недиссоциированного пограничного слоя концентрации атомов в донной области уже не могут быть рассчитаны по формуле (13), которая в этом случае дает  $c_O = c_N = 0$ .

Сравнение результатов расчетов позволяет сделать вывод о существенной и даже определяющей зависимости концентраций атомарных компонент (и следовательно, температуры) в донной области от состояния пограничного слоя на теле. Таким образом, для проведения оценок параметров в донной области необходим расчет пограничного слоя на теле с учетом неравновесности химических реакций.

Автор благодарит В. В. Лунева за постановку задачи и научное руководство.

Поступила 7 VII 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Korst H. H. A theory for base pressures in transonic and supersonic flow. J. Appl. Mech., 1956, vol. 23, No. 4.
2. Лунев В. В. Метод среднемассовых величин для пограничного слоя во внешнем потоке с поперечной неоднородностью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.
3. Воронкин В. Г., Гераскина Л. К. Неравновесный ламинарный пограничный слой диссоциирующего воздуха на осесимметричных телах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 3.
4. Мурзинов И. Н. К определению энтальпии в застойных областях течения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
5. Тагиров Р. К. Определение донного давления и донной температуры при внезапном расширении звукового или сверхзвукового потоков. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1961, № 5.
6. Превоидигелев А. С., Ступоченко Е. В., Плешанов А. С., Самуйлов Е. В., Рождественский И. Б. Таблицы термодинамических функций воздуха. М., Изд-во АН СССР, 1959.