

На фиг. 1, 2 приведены результаты расчетов для паров воды при  $T_H=323$  и  $273^\circ\text{K}$  соответственно. На них приняты следующие обозначения:  $I_1=I_c/I^0$ ,  $I_2=I_c/I_H$ , где  $I^0$  — скорость образования ядер критического размера, вычисленная по формуле [3],  $I_c$  — стационарная скорость образования ядер критического размера, рассчитанная в данной работе в предположении, что  $df/dt=0$ ,  $I_H$  — нестационарная скорость образования ядер критического размера, рассчитанная в данной работе,  $\Delta T=T_H-T$  — переохлаждение газа. На фигурах приняты обозначения: 1 —  $dT/dt=10^\circ$ , 2 —  $dT/dt=10^\circ$ .

Анализ фигур показывает, что величина  $I_1$  при небольших переохлаждениях заметно отличается от единицы. Однако с увеличением  $\Delta T_0$  величина  $I_1$  стремится к единице.

Отличие  $I/I_c$  от единицы при малых  $\Delta T$  можно объяснить тем, что в [3] получено приближенное решение стационарной задачи. Предположение о том, что функция  $\exp(\Delta\Phi/kT)$  имеет резкий максимум при малых значениях  $\Delta T$ , не выполняется.

Из фиг. 1, 2 видно, что при небольших переохлаждениях отличие  $I_2$  от единицы заметно, однако при переохлаждениях, которые обычно имеют место в соплах и струях ( $\sim 50^\circ$  для паров воды), отличие  $I_2$  от единицы незначительно.

Анализ результатов расчетов показал также, что с повышением  $dT/dt$  или понижением  $\gamma$  и температуры насыщения потока влияние нестационарности процесса образования зародышей на их скорость увеличивается. Это связано с тем, что для заданного  $\Delta T$  с понижением  $T_H$ ,  $\gamma$  и повышением  $dT/dt$  число соударений между молекулами и ядром уменьшается.

Поступила 2 XII 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Kantrowitz A.* Nucleation in very rapid vapor expansions. *J. Chem. Phys.*, 1951, vol. 19, No. 9.
2. *Probstein R. F.* Time lag in the self-nucleation of a supersaturated vapor. *J. Chem. Phys.*, 1951, vol. 19, No. 5.
3. *Becker R., Döring W.* Kinetische Behandlung der Keimbildung in übersättigten Dämpfen. *Ann. Physik.*, 1935, Bd. 24, Nr 8.
4. *Френкель Я. И.* Кинетическая теория жидкостей. Собр. избр. тр., т. 3. М. — Л., Изд-во АН СССР, 1959.
5. *Пасконов В. М.* Стандартная программа для решения задач пограничного слоя. Численные методы в газовой динамике. М., Изд-во МГУ, 1963. (Сб. работ Вычисл. центра МГУ. Вып. 2).

УДК 532.546

### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ С УЧЕТОМ КОНЦЕВОГО ЭФФЕКТА

П. В. ИНДЕЛЬМАН, Р. М. КАЦ

(Москва)

Для моделирования «концевого эффекта» [1] используется модель двухфазной фильтрации [2], дополненная граничными условиями на выходе после подхода смачивающей фазы к выходному сечению. Существование концевого эффекта объясняется разрывом свойств с внешней и внутренней сторон выходного сечения.

В частности, капиллярное давление, имеющее конечное значение внутри образца, становится равным нулю при переходе во внешнюю к образцу область. Поэтому капиллярные силы стремятся удержать смачивающую фазу внутри образца, что приводит к возрастанию доли ее объема вблизи выходного сечения. Для вытеснения смачивающей фазы из образца требуется создание определенного перепада давления. Для учета этого явления в модели Раппопорта — Лиса предполагается, что смачивающая фаза вытекает через выходное сечение лишь при достижении ею на выходе своей максимальной насыщенности [3].

Основу предлагаемой модели составляет физический механизм вытеснения несмачивающей фазы смачивающей из одиночного капилляра. Приведены результаты численных расчетов задач прямоточной-противоточной пропитки и вытеснения. Показано влияние концевого эффекта на характер вытеснения в зависимости от скорости фильтрации. Обнаружено, что истечение несмачивающей фазы после появления на выходе смачивающей жидкости не является непрерывным, а имеет пульсирующий характер.

1. Рассмотрим фильтрацию в области  $D$  прямоугольной формы со сторонами  $l$  и  $b$ , содержащей смачивающую (вода) и несмачивающую (нефть) фазы, которые заполняют соответственно области  $D_1$  и  $D_2$ . Границу раздела двух жидкостей обозначим через  $\Gamma$ . Направим оси координат  $x, y$  вдоль сторон прямоугольника  $l$  и  $b$ . Ограничимся рассмотрением класса задач с заданным перепадом давления и условиями непротекания на двух противоположных сторонах области  $D$ .

Назовем сечение  $x=0$  входом, а сечение  $x=l$  — выходом. К сечению  $x=l$  подводится нефть. После подхода воды к выходу границу раздела  $\Gamma$  можно разбить на две части: границу  $\Gamma_0$ , проходящую внутри области  $D$ , и границу  $\gamma$ , принадлежащую выходному сечению (до подхода воды к выходу  $\Gamma$  и  $\Gamma_0$  совпадают). Граница  $\gamma$  отделяет воду от нефти, находящейся с внешней стороны выхода.

До подхода воды к выходу модель фильтрации двух несмешивающихся, несжимаемых жидкостей, предложенная в [2], описывается системой уравнений и условиями сопряжения на границе раздела

$$(1.1) \quad \operatorname{div} V_i = 0, \quad V_i = -\frac{k}{\mu_i} \nabla p_i, \quad i=1, 2$$

$$(1.2) \quad p_2 - p_1 = p_k, \quad p_k = \sigma \sqrt{mk^{-1}}$$

$$(1.3) \quad \frac{k}{\mu_1} \frac{\partial p_1}{\partial n} = \frac{k}{\mu_2} \frac{\partial p_2}{\partial n}$$

а также граничными и начальными условиями.

Здесь  $k$  — поле проницаемости,  $p_i, V_i, \mu_i$  — давление, скорость и вязкость  $i$ -й жидкости,  $\sigma$  — межфазное натяжение,  $m$  — пористость,  $n$  — нормаль к  $\Gamma_0$ . Индексы  $i=1, 2$  относятся к смачивающей и несмачивающей жидкостям соответственно.

Перемещение границы раздела определяется из решения линейного уравнения переноса с начальным условием

$$(1.4) \quad m \frac{\partial z}{\partial t} + \nabla V z = 0, \quad V = V_1, (x, y) \in D_1; \quad V_2, (x, y) \in D_2$$

$$z(x, y, 0) = 1, (x, y) \in D_1; \quad 0, (x, y) \in D_2$$

и соответствующими граничными условиями.

Решение (1.4) позволяет определить области  $D_1$  и  $D_2$ , а следовательно, и положение границы раздела.

Используя функцию  $z$ , уравнения (1.1) и граничные условия можно написать для всей области  $D$  в виде

$$(1.5) \quad \operatorname{div} V = 0, \quad V = -g \nabla p$$

$$g = k [z \mu_1^{-1} + (1-z) \mu_2^{-1}], \quad p = p_1, (x, y) \in D_1; \quad p_2, (x, y) \in D_2$$

$$(1.6) \quad p(0, y, t) = p_-, \quad p(l, y, t) = p_+, \quad \Delta p = p_- - p_+ \geq 0$$

$$(1.7) \quad V_x(x, 0, t) = V_y(x, b, t) = 0$$

Начиная с момента подхода воды к выходу, границы  $\Gamma$  и  $\Gamma_0$  не совпадают, поэтому на границе  $\gamma$  необходимо учесть условие вытекания смачивающей жидкости.

Для этого рассмотрим задачу вытеснения нефти водой из круглого прямолинейного гидрофильного капилляра радиуса  $r$ . Граница раздела двух жидкостей вогнута в область, занятую водой, при этом вблизи границы раздела давление в воде меньше давления в нефти. Если пренебречь зависимостью формы мениска от приложенного гидродинамического перепада давления  $p$ , то мениск имеет вид сферической поверхности радиуса  $r$  и разность давлений на границе раздела равна  $p_k = 2\sigma r^{-1}$ .

В момент подхода мениска к выходному сечению движение части границы раздела, соприкасающейся со стенками капилляра, приостанавливается, пока граница не примет плоскую форму, при этом  $p_k$  уменьшается до нуля. Под действием приложенного перепада давления мениск «переворачивается» и давление в воде становится больше давления в нефти. Как только разность этих давлений будет больше  $2\sigma r^{-1}$ , вода вытечет из капилляра. Если перепада давления  $\Delta p$  недостаточно для создания такой разности, то мениск приобретает форму, при которой капиллярные силы компенсируют гидродинамический перепад, и мениск останавливается. Можно показать, что время, требуемое для прорыва подошедшей к выходу воды, мало по сравнению со временем вытеснения нефти из капилляра. Течение существенно усложняется при рассмотрении вытеснения из сетки капилляров произвольного радиуса.

Учитывая указанный характер истечения воды из гидрофильного капилляра, будем считать, что прорыв воды реализуется на той части границы  $\gamma$ , на которой выполняется условие

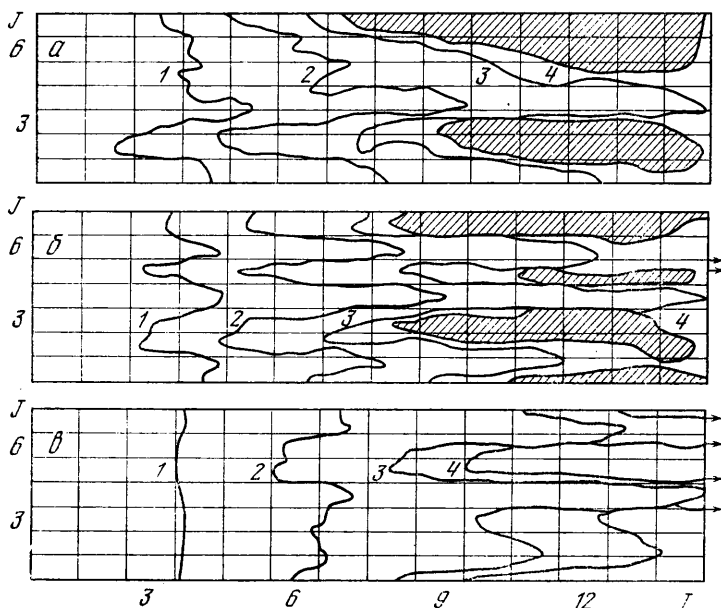
$$(1.8) \quad p_+ - p_1 = -p_k$$

Назовем эту часть границы  $\gamma$  областью истечения воды. После прорыва воды давление в этой области выходного сечения непрерывно, т. е. условие (1.8) снимается.

На остальной части  $\gamma$  смачивающая фаза не вытекает. Учитывая, что с внешней стороны выходное сечение является изобарой, а нефть втекать в образец не может, скорость на этой части  $\gamma$  равна нулю ( $V_2=0$ ). Тогда из (1.3) имеем

$$(1.9) \quad V_{1x}=0$$

Таким образом, условия, которые выполняются на  $\gamma$ , зависят от состояния системы.



Фиг. 1

Отметим, что аналогия между условиями на выходе (1.8) и (1.9) и условием вытекания воды из капилляра проведена в предположении малости времени, требуемого для опрокидывания мениска, т. е., пренебрегая процессом деформации мениска и связанным с ней характером изменения капиллярного давления, считаем, что в любой точке  $\gamma$  вода либо неподвижна, либо мгновенно прорывается.

Система (1.2)–(1.9) с соответствующим граничным условием для  $z$  на входе моделирует весь процесс вытеснения нефти водой.

J	I=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
7	-5	1	1	2	0	3	3	-2	1	1	-4	-3	-2	0
6	-4	0	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	0	-2	-1	2	1
5	-1	-5	-3	2	0	-2	0	-2	-1	0	3	-1	0	2
4	-3	0	0	3	-2	-2	-2	1	0	-1	1	1	-1	-4
3	2	0	1	2	0	-1	4	1	3	-1	0	0	-1	-1
2	2	4	2	1	0	0	-2	-5	3	-2	0	1	3	1
1	0	-2	-1	2	2	-2	0	1	-2	2	2	0	2	0

Решение задачи о движении границы раздела осуществляется конечно-разностным методом. Для нахождения решения линейного уравнения (1.4) используется конечно-разностная схема «уголок». Так как такой способ приводит к сильному «размазыванию» численного решения, функция  $z$  уравнения (1.4) определяется из численного решения специальным образом сконструированного квазилинейного уравнения переноса [4]. Для определения поля давления уравнения (1.5) с учетом (1.2), (1.3) и (1.8) с помощью интегроинтерполяционного метода [5] аппроксимируются консервативной разностной схемой второго порядка точности [2, 4].

2. Пусть в начальный момент область течения заполнена нефтью ( $z(x, y, 0) = 0$ ), а к входному сечению подводится вода ( $z(0, y, t) = 1$ ).

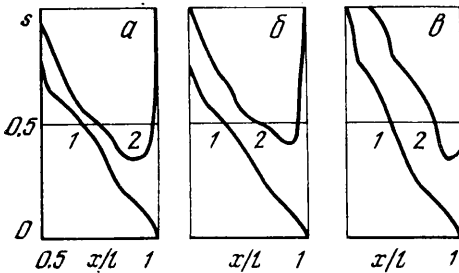
На фиг. 1 показаны положения границы раздела для задач прямоточно-противоточной пропитки (а) и вытеснения с  $\Delta p = 0.2 \text{ ат}$  (б) и  $\Delta p = 2 \text{ ат}$  (в). Расчеты проведены при следующих данных:  $l = 20 \text{ см}$ ,  $b = 5 \text{ см}$ ,  $\sigma = 20 \text{ дин/см}$ ,  $\mu_1 = 1 \text{ спз}$ ,  $\mu_2 = 5 \text{ спз}$ ,  $m = 0.2$ . В таблице представлено поле флуктуаций 100 ( $k-1$ ) проницаемости по блокам  $I, J$ .

Среднее значение проницаемости 1 дарси, среднее квадратическое отклонение 0.02 дарси. Разностная сетка имела размерность  $42 \times 21$ . Кривые 1 и 2 приведены для моментов времени, соответствующих текущей нефтеотдаче  $\eta = 20$  и  $40\%$ , кривые 3 соответствуют моментам подхода воды к выходу, при этом  $\eta = 63.7, 65$  и  $71\%$  для задач а - в соответственно.

Дальнейшее движение границы раздела связано с выполнением условий (1.8) и (1.9). Очевидно, что для пропитки ( $\Delta p = 0$ ) условие (1.8) не выполняется. Условие невытекания воды приводит к тому, что вода заполняет все выходное сечение (фиг. 1, а, кривая 4). При этом в образце остается 24.5% нефти (заштрихованная область).

Естественно ожидать, что при вытеснении характер истечения воды будет зависеть от приложенного гидродинамического перепада давления  $\Delta p$ . Очевидно, что для  $\Delta p < \delta$ , где  $\delta = \min_{0 \leq l \leq b} p_k(l, y)$ , вода не вытекает через выходное сечение. Рассмотрим фильтрацию с  $\Delta p > \delta$ .

Как видно из фиг. 1, б, вода, подошедшая к выходу в форме «языка», растекается вдоль выходного сечения, при этом давление в воде вблизи выхода растет. Как только

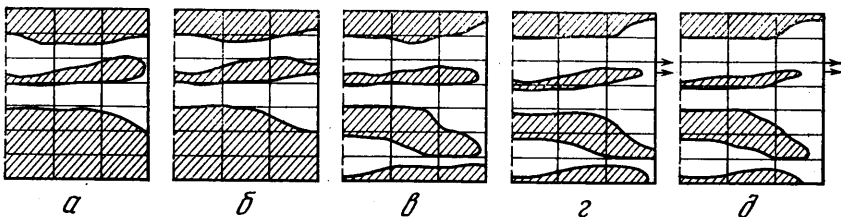


Фиг. 2

в какой-то точке выхода давление в воде превысит граничное давление на величину капиллярного скачка, вода вытечет из образца (кривая 4; область истечения воды ограничена стрелками). Заметим, что в момент прорыва и после него не все выходное сечение заполнено водой, т. е. наблюдается совместное движение нефти и воды. Кроме того, области истечения воды и ее подхода к выходному сечению отличаются. Существенно различаются и моменты времени подхода и прорыва воды. В момент прорыва в образце остается 20.5% нефти (заштрихованная область на

фиг. 1, б), т. е. 12.5% нефти получено за безводный период после подхода воды к выходу.

Описанный пример показывает, что при задании реальных градиентов давления учет конечного эффекта оказывает существенное влияние на характер перемещения границы раздела. При больших градиентах это влияние уменьшается. Из фиг. 1, в видно, что для задачи с  $\Delta p = 2 \text{ ат}$  вода прорывается мгновенно в точке подхода ее к выходу. Кривая 4 соответствует значению  $\eta = 85\%$  при прокачке 88% поровых объемов воды.



Фиг. 3

Таким образом, геометрия потока и охват вытеснением после подхода воды к выходу существенно зависят от скорости фильтрации. На фиг. 2,  $a - e$  показаны распределения вдоль оси  $x$  доли смачивающей фазы  $s$  в поперечном сечении, соответствующие задачам  $a - e$ . Кривые 1 и 2 соответствуют положениям границы раздела 3 и 4 на фиг. 1. Отметим качественное совпадение характера течения с экспериментальными и теоретическими исследованиями. Напомним, что в модели Раппопорта — Лиса для учета концевго эффекта условие прорыва смачивающей фазы обычно принимается не зависящим от скорости [3], что приводит к росту водонасыщенности вблизи выходного сечения при любой скорости. Тем не менее такая постановка правильно учитывает тенденцию к уменьшению концевго эффекта (области повышенной водонасыщенности) при увеличении скорости вытеснения.

Рассмотрим подробнее динамику границы раздела после подхода воды к выходу на примере задачи вытеснения с  $\Delta p = 0.2 \text{ ат}$  (фиг. 1, б). На фиг. 3 показаны распределения фаз для части образца, примыкающей к выходному сечению. Распределения  $a - d$  соответствуют значениям  $\eta = 76.1, 77.5, 79.4, 80.7$  и  $81\%$ . Область  $D_2$  заштрихована. Так как гидродинамические градиенты давления в поперечном направлении малы, то под действием капиллярных сил вода растекается вдоль выходного сечения. Одновременно к выходу подходит другой язык воды, который сливается с растекающейся водой. В результате около выходного сечения образуется целик нефти (а). Под действием градиента давления в продольном направлении нефть, оттесняя воду, выталкивается к выходу (б). Однако капиллярные силы заставляют воду войти в блок, занятый нефтью, и, заполнив его, опять образовать целик нефти. Такое пульсирующее истечение несмачивающей фазы может происходить в различных местах выходного сечения как до, так и после прорыва воды (в, д). Описанное явление согласуется с физическими экспериментами [6], в которых обнаружено, что после появления воды на выходе вытесняемая фаза вытекает не сплошной струей, а отдельными прерывистыми каплями.

Поступила 12 XII 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Richardson J. G., Kerver J. K., Hafford J. A., Osoba J. S. Laboratory determination of relative permeability. Trans. AIME, 1952, vol. 195.
2. Индельман П. В., Кац Р. М., Швидлер М. И. Об одной модели фильтрации несмешивающихся жидкостей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
3. Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. М., «Мир», 1964.
4. Индельман П. В., Кац Р. М., Швидлер М. И. Исследование процессов неустойчивого вытеснения с помощью численного моделирования. В сб. «Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости». Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1977.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем. М., «Наука», 1977.
6. Бабалян Г. А. Вопросы механизма нефтеотдачи. Баку, Азнефтеиздат, 1956.

УДК 532.546

### ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ ДЛЯ ЖИДКОСТИ И ГАЗА ПРИ ПЕНООБРАЗОВАНИИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

М. Ф. КАРИМОВ, М. М. ХАРИСОВ

(Уфа)

В работе экспериментально изучены относительные проницаемости для жидкости и газа при пенообразовании в пористой среде. При этом установлено, что газопроницаемость зависит от насыщенности и абсолютной концентрации пенообразователя. Проведена статистическая оценка корреляции аппроксимирующих степенной и полиномиальной функций. Приводится сопоставление теоретических значений фронтальной насыщенности, полученной по схеме Баклея — Леверетта с использованием аппроксимирующей функции, с экспериментальными.

Теория совместного движения в пористой среде двухфазных систем основывается на относительных проницаемостях, полученных при фильтрациях не взаимодействующих между собой фаз. Современные методы интенсификации взаимозамещения жидкости и газа предусматривают физико-химические превращения в пористой среде. В этих условиях использование в расчетах известных зависимостей Викова и Ботсета приводит к большой погрешности, в частности разница в фронтальной насыщенности, определенная по теории Баклея — Леверетта и эксперименту, составляет несколько десятков процентов.