

заштрихованные области) соответствует наблюдаемому явлению. Несколько большее отклонение опытных точек при $\psi = 60 \div 90^\circ$ связано с возможным влиянием газовой среды, которое не учитывалось при построении модели.

При погружении в вибросевдооживленную среду однорядного пучка, например, с относительным шагом 1.71 характер обтекания ничем не отличался от одиночной трубы, так как расстояние между трубами было сравнительно большим и формирование пограничной зоны для каждой трубы было независимым.

При погружении двухрядного пучка картина обтекания зависела от типа пучка (коридорного или шахматного) и от того, в каком ряду была расположена труба. Из фотографий в рентгеновских лучах на фиг. 4, полученных при $f = 20$ гц, $H_0 = 160$ мм, $D = 25$ мм, $A = 3.5$ мм, относительных шагах 1.71 и значениях d соответственно: а, $g = 0.12$; б, $d = 0.32$; в, $e = 0.8$ мм, следует, что независимо от типа пучка верхняя часть труб верхнего ряда и нижняя часть труб нижнего ряда омываются так же, как и одиночная труба (см. фиг. 1, ж, л).

Для коридорного пучка около участков поверхности труб, обращенных друг к другу (фиг. 4, а - в), пограничная зона существенно меньше, чем для одиночной трубы и практически не зависит от диаметра частиц. Это связано с тем, что в пространстве между нижними частями верхних труб и верхними частями нижних образуются застойные зоны [4], так как дисперсная среда в основном перемещается в вертикальных проходах между трубами. В шахматном пучке застойные зоны отсутствовали, потому что дисперсная среда свободно циркулировала около каждой трубы, на что указывает форма пограничной зоны в виде косоугольных треугольников на соответствующих участках поверхности труб (фиг. 4, г - е).

Поступила 27 IX 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Kroll W. Über das Verhalten von Schüttgut in lotrecht schwingenden Gefassen, Forsch. Geb. Ingenieurwesens, 1954, Bd 20, Nr 1.
2. Блехман И. И., Джанелидзе Г. Ю. Вибрационное перемещение. М., «Наука», 1964.
3. Рыжков А. Ф. Исследование равномерности распределения материала в аппаратах с виброкипящим слоем. В сб. «Промышленные печи с кипящим слоем». Свердловск, Изд. Уральск. политехн. ин-та, 1976.
4. Сапожников В. Г., Косенко Г. Д., Решетников Е. Г. Влияние насадки из горизонтальных труб на гидродинамику и теплообмен в вибрирующем слое тонкодисперсного материала. Тр. Уральск. политехн. ин-та, 1974, сб. 227.

УДК 532.516+533.6.011.8

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ГАЗА В ГИПЕРЗВУКОВОМ СОПЛЕ С УЧЕТОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ

М. И. МУЧНАЯ

(Новосибирск)

В работе [1] изложены метод и результаты решения задачи о вязком течении в гиперзвуковом осесимметричном сопле с помощью уравнений «узкого канала». В расчете использовались реальные равновесные свойства газа. Сравнение с экспериментом показало, что в случае длинного гиперзвукового сопла с высокими значениями давления и температуры в форкамере совпадение расчетных и экспериментальных данных нельзя признать удовлетворительным. Выказано предположение, что учет колебательной неравновесности может улучшить результаты расчета. Для проверки этого предположения выполнена настоящая работа, в которой в рамках теории двухтемпературной релаксации и принятой в [1] модели течения учтена колебательная неравновесность.

1. Газ находится в форкамере при высокой температуре и давлении в состоянии термодинамического равновесия. При расширении в сопле обмен энергией между инертными колебательными и активными поступательными и вращательными степенями свободы затрудняется в силу конечности скорости релаксации, и при достаточном расширении обмен энергией в ядре потока практически прекращается — наступает замораживание колебательных степеней свободы. Используя для расчета

колебательной энергии модель гармонического осциллятора, запишем систему уравнений аналогично уравнениям неравновесного пограничного слоя [2-4]

$$\frac{\partial}{\partial x} (r^\nu \rho u) + \frac{\partial}{\partial r} (r^\nu \rho v) = 0$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{dp}{dx} + \frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^\nu \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

$$\rho u c_{pa} \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v c_{pa} \frac{\partial T}{\partial r} = u \frac{dp}{dx} + \frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^\nu \lambda_a \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \rho \omega_k$$

$$\rho u c_k \frac{\partial T_k}{\partial x} + \rho v c_{vk} \frac{\partial T_k}{\partial r} = \rho \omega_k + \frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^\nu \lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial r} \right)$$

$$\partial p / \partial r = 0, \quad p = \rho RT$$

$$\omega_k = \frac{E_k(T) - E_k(T_k)}{\tau(p, T)}, \quad E_k(T_k) = \int_0^{T_k} c_{vk} dT_k$$

Здесь $\nu=0$ для плоского случая, $\nu=1$ для осесимметричного, $E_k(T_k)$ — колебательная энергия, $E_k(T)$ — колебательная энергия, соответствующая термодинамическому равновесию, τ — время релаксации. Остальные обозначения см. в [1].

Граничные условия для исходной системы следующие: условия прилипания на стенке $u=v=0$ и симметрии на оси $\partial T / \partial r = \partial T_k / \partial r = \partial u / \partial r = v = 0$, температура газа на стенке равна заданной температуре стенки $T_w(x)$, стенка считается каталитической и $T_{kw} = T_w$. Начальные условия для скорости, температуры и давления ставятся в некотором сечении дозвуковой части сопла. Геометрия сопла задана.

2. Расчеты проводились для течения молекулярного азота. Как показано в [5], коэффициент вязкости μ имеет то же значение, что и в случае равновесного течения, в коэффициент теплопроводности λ_a дают вклад поступательные и вращательные степени свободы. В расчетах коэффициент вязкости μ задавался, как в [1], из таблиц [6], коэффициент теплопроводности λ_a считался по формуле Эйнена [7]. Удельная теплоемкость активных степеней свободы считалась равной $c_{pa} = 7/2 R$. Использовалась формула

$$c_{vk} = 1/4 R (T_c / T_k)^2 \text{sh}^{-2} (T_c / 2T_k)$$

где T_c — характеристическая температура, для азота $T_c = 3395^\circ \text{K}$. Коэффициент внутренней теплопроводности принимался равным [7] $\lambda_k = \rho D c_{vk} = 6/5 \mu c_{vk}$. Время релаксации задавалось формулой

$$\tau p = 1.1 \cdot 10^{-11} T^{1/2} \exp(154/T^{1/2}) \text{ кгс-сек/см}^2$$

Эта аппроксимация взята из [8], где она получена на основании экспериментальных данных Блэкмана для возбуждения колебательных степеней свободы в ударной трубе.

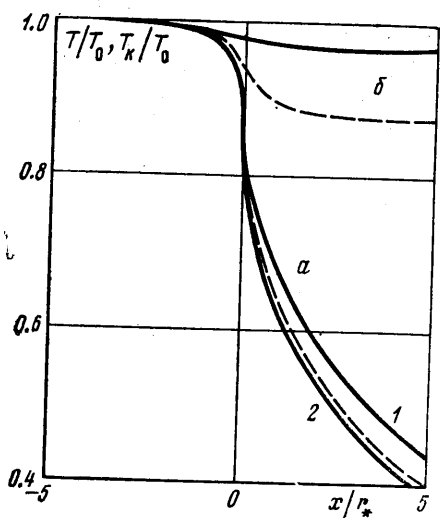
При расширении газа в сопле и колебательной дезактивации эксперимент дает то же значение времени релаксации $\tau_g \approx \tau_b$ [9]. Из теории, учитывающей ангармоничность колебаний, время дезактивации получается несколько меньшим времени возбуждения. В частности, результаты расчета, выполненного в [10] для одномерного течения азота в расширяющемся сопле, в системе ангармонических осцилляторов примерно соответствуют расчету для гармонического осциллятора, если в последнем случае использовать время релаксации, в 10 раз меньшее полученного из экспериментов за ударными волнами. Поэтому в настоящей работе также проведен расчет и с временем релаксации $\tau_g = \tau_b / 10$.

3. Исходная система уравнений, граничные и начальные условия имеют ту же структуру, что и в [1], поэтому в настоящей работе использован аналогичный метод решения. Переменные обезразмериваются по радиусу критического сечения r_* и условиям в форкамере.

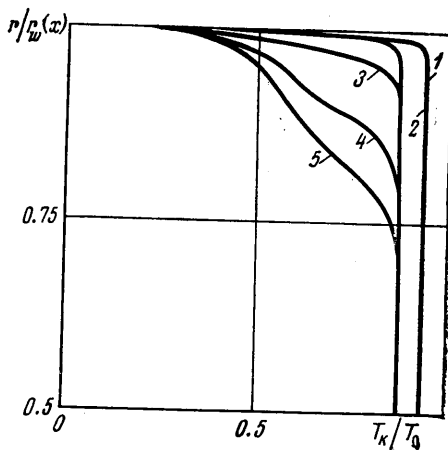
Выбор единственного значения расхода, при котором достигается сверхзвуковое течение в сопле, и расчет с выбранным расходом поля течения проводятся без выделения областей равновесного, неравновесного и замороженного течений.

Величина τ в процессе счета меняется больше чем на 10 порядков, но осложнений при счете не возникает, поскольку используется неявная конечно-разностная схема.

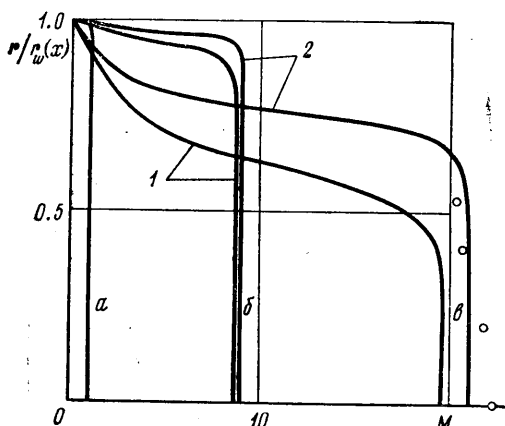
4. Расчеты проведены для гиперзвукового конического сопла с углом полураствора в расширяющейся части 10° и с параметрами в форкамере $p_0 = 150 \text{ атм}$, $T_0 =$



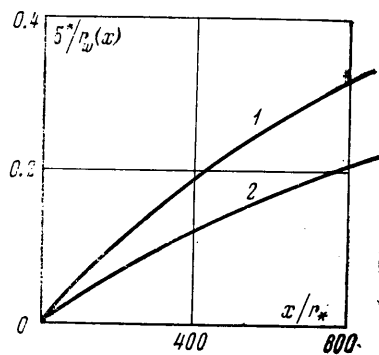
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

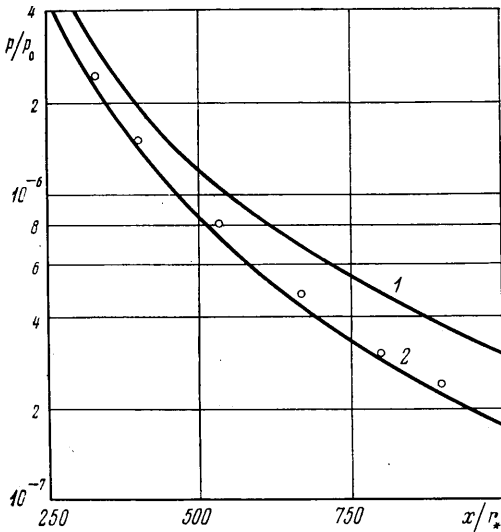
$=1520^\circ\text{K}$ и на стенке $T_w=300^\circ\text{K}$. Результаты расчетов приведены на фиг. 1–5. На графиках цифрой 1 обозначены результаты расчетов работы [1] без учета неравновесности, цифра 2 относится к результатам настоящих расчетов, на фиг. 3 и 5 нанесены экспериментальные точки из [11].

Фиг. 1 демонстрирует поведение поступательной температуры T и колебательной T_k (графики a и b соответственно) на оси сопла вблизи критического сечения ($x=0$). Сплошными линиями обозначены кривые для случая $\tau_g=\tau_b$, штриховыми – для случая $\tau_g=\tau_b/10$. Из графика видно, что неравновесность начинает проявляться на расстоянии одного калибра перед точкой $x=0$ при $\tau_g=\tau_b$ и на расстоянии полкалбра при $\tau_g=\tau_b/10$. Замораживание колебательной температуры на оси происходит на расстоянии одного и двух калибров соответственно. Поступательная температура в первом случае на 2–3% ниже. Эта разница при значительном удалении от критического сечения постепенно исчезает. На другие характеристики течения – скорость, давление, число Маха – изменение расчетного времени релаксации не повлияло. Поступательная температура в неравновесном расчете на $\sim 10\%$ ниже температуры, посчитанной для равновесного течения. Эта разница сохраняется до расстояния $x/r_*=100$ и постепенно увеличивается до 20% при $x/r_*=1000$.

Следует заметить, что, хотя замораживание колебательных степеней свободы в ядре потока происходит на первых калибрах за критическим сечением, в пограничном слое процесс релаксации продолжается по всей длине сопла. Это видно из фиг. 2,

на которой приведены профили колебательной температуры для случая $\tau_g = \tau_b/10$. Кривые 1-5 соответствуют сечениям $x/r_* = 0, 10, 100, 500, 1000$.

На фиг. 3 представлены профили числа Маха в трех сечениях $x/r_* = 0, 100, 1100$, им соответствуют обозначения а - в. Одинаковый единичный профиль числа M , полученный при $x=0$ для равновесного и неравновесного расчетов, разбивается при движении вниз по соплу неодинаково. Неравновесный расчет (кривые 2) дает более



Фиг. 5

наполненные, чем равновесный (кривые 1), профили чисел M . Это происходит за счет более медленного нарастания пограничного слоя вследствие охлаждения из-за замораживания энергии в колебательных степенях свободы. На срезе сопла при $x/r_* = 1100$ сравнение с экспериментом дает максимальное расхождение в 12% на оси для равновесного расчета [1] и 5% для неравновесного расчета. По наполненности профиль числа M во втором случае также ближе к экспериментальному. Из фиг. 4 видно, что толщина вытеснения δ^* (отнесенная к местному радиусу сопла) получается примерно в 1.5 раза меньше в расчете, учитывающем неравновесность.

Сравнение результатов по давлению (фиг. 5) показывает очень хорошее совпадение расчета с экспериментом. Несмотря на то что по данным расчета давление вдоль сопла падает на семь порядков, расхождение с экспериментом не превышает 10%, в то время как равновесный расчет дает расхождение до 50%.

Следует отметить, что на неравновесный расчет требуется примерно вдвое больше машинного времени.

Автор благодарен В. Н. Ветлуцкому за руководство и постоянное внимание к работе.

Поступила 15 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Ветлуцкий В. Н., Мучная М. И. Расчет вязкого течения в гиперзвуковом сопле. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 4.
2. Лунькин Ю. П., Янь Си-цинъ. Влияние вращательной и колебательной релаксации на ламинарный пограничный слой на пластинке. ПМТФ, 1963, № 1.
3. Ладнова Л. А. Ламинарный пограничный слой газа на плоской пластине с учетом термодинамической и химической неравновесности. Вестн. ЛГУ, 1964, № 19. Сер. матем., механ., астрон., вып. 4.
4. Кузнецов В. М., Селиверстов С. Н. К обтеканию пластинки вязким потоком неравновесного газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.
5. Кузнецов В. М. Кинетические коэффициенты в теории двухтемпературной колебательной релаксации. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 3.
6. Севастьянов Р. М., Здункевич М. Д. Таблицы теплофизических свойств воздуха и азота в диапазоне температур от 100 до 500-15000° К. Тр. ЦАГИ, 1964, вып. 922.
7. Гирифельдер Д., Кертисс Ч., Берд С. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
8. Агафонов В. П., Вергушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М., «Машиностроение», 1972.
9. MacDonald J. R. Interpretation of sodium line-reversal measurements in rapid expansions of nitrogen. J. Chem. Phys., 1972, 57, No. 2, pt 2.
10. Вандышева Н. М. Уравнения колебательной релаксации в системе ангармонических осцилляторов. Вестн. ЛГУ, 1976, № 13. Сер. матем., механ., астрон., вып. 3.
11. Koppenwallner G. Der Hypersonische Vakuumwindkanal der Aerodynamischen Versuchsanstalt. Göttingen DGRR/WGLR-Jahrestagung Bad Godesberg, 1966, X, № 66-113.