

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ НЕРАВНОВЕСНОЙ ГОМОГЕННОЙ КОНДЕНСАЦИИ ГАЗОВ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОТОКАХ

Л. М. ДАВЫДОВ, У. Г. ПИРУМОВ

(Москва)

В работе рассматриваются некоторые вопросы гомогенной конденсации паров воды в высокоскоростных потоках. Особое внимание уделяется согласованию результатов расчетов с данными экспериментов в широком диапазоне температур и давлений в зоне конденсации и градиентов газодинамических параметров.

Предложено соотношение, позволяющее с достаточно высокой точностью определить величину максимального переохлаждения. Проведено параметрическое исследование, показавшее, что величина максимального переохлаждения потока, а также размер капель определяются прежде всего температурой насыщения потока и скоростью изменения температуры вдоль линии тока в зоне конденсации.

Показатель изэнтропии смеси газов и концентрация конденсирующейся компоненты относительно слабо влияют на величину максимального переохлаждения, присутствие других газов может заметно повлиять на размер капель. Число Маха потока при $M > 1.5$ не влияет на величину максимального переохлаждения и размер капель.

1. Сравнение результатов численных расчетов с экспериментом.

Гомогенный процесс конденсации можно условно разбить на два процесса: образование центров конденсации (ядер критического размера), рост этих ядер конденсации.

Центральным вопросом кинетики конденсации является вопрос о скорости образования ядер критического размера.

При вычислении скорости образования ядер критического размера большинство авторов пользуются формулой Я. И. Френкеля [1], которая получена из решения стационарного уравнения Беккера — Деринга и имеет вид

$$I = \gamma A \exp(-\Delta\Phi/kT)$$

где A — некоторая величина, являющаяся для данного газа функцией его состояния, γ — коэффициент конденсации, k — постоянная Больцмана, $\Delta\Phi$ — энергия образования зародыша критического размера.

При выводе формулы для $\Delta\Phi$ делается ряд допущений. Так, в выражение для $\Delta\Phi$ для зародыша размером $\sim 5 \cdot 10^{-8}$ см и содержащего ~ 10 молекул входят коэффициент поверхностного натяжения и плотность жидкости, которые являются макроскопическими понятиями. И в связи с этим неясно, можно ли их применять к таким малым объектам, какими являются ядра конденсации. В то же время в формуле для I главную роль играет показатель при экспоненте — $\Delta\Phi/kT$.

Учитывая вышесказанное, можно записать $\Delta\Phi = \xi \Delta\Phi_1$, где $\Delta\Phi_1$ — приближенное значение энергии образования зародышей критического размера, ξ — поправочный коэффициент. Если положить $\xi = 1$, то расчеты авторов по конденсации паров воды в сверхзвуковых соплах по методике [2] показывают, что при низких температурах насыщения потока

$\sim 273^\circ \text{K}$ наблюдается удовлетворительное совпадение с данными экспериментов. При этом коэффициент конденсации γ , который входит как в выражение для скорости образования ядер, так и в выражения для скорости их роста, полагался равным единице.

По мере увеличения температуры насыщения потока необходимо было уменьшать коэффициент конденсации, чтобы добиться удовлетворительного совпадения с данными экспериментов по распределению давления вдоль потока. При этом $\xi=1$. При высоких температурах насыщения для удовлетворительного совпадения по распределению давления необходимо было брать такое малое значение коэффициента конденсации, что размеры капель на выходе из сопла получались неоправданно маленькими. Таким образом, ξ в общем случае нельзя полагать равным единице. Будем считать, что $\xi=\xi(T)$, и эта зависимость является линейной. Коэффициент конденсации γ особо сильное влияние оказывает на скорость роста капель, а его влияние на скорость их образования незначительно. Это связано с тем, что достаточно незначительное увеличение переохлаждения на $2-3^\circ$ для того, чтобы увеличить скорость образования зародышей в несколько раз.

Однако литература по вопросу о величине коэффициента конденсации для паров воды крайне ограничена. Имеются лишь некоторые экспериментальные данные по коэффициенту конденсации для сред вода — водяной пар, лед — водяной пар над плоской поверхностью. Значения коэффициентов конденсации, полученные разными авторами в широком диапазоне температур, сильно различаются (γ изменяется в диапазоне от 0.02 до 1). Такое сильное различие величин коэффициента конденсации можно объяснить как различной точностью эксперимента, так и влиянием температуры и других величин на коэффициент конденсации.

Различные авторы при расчетах конденсации газов в высокоскоростных потоках использовали разные значения γ . В [3]¹ при $\gamma=0.04$ и 0.01 соответственно удавалось получить удовлетворительное совпадение по распределению давления вдоль сопла для одного-двух экспериментов.

Основным недостатком работ, в которых сравнивались результаты расчетов конденсации газов в высокоскоростных потоках с данными экспериментов, является то, что сравнение проводилось в узком диапазоне термодинамических параметров конденсации и градиентов газодинамических параметров.

Будем считать, что коэффициент конденсации является функцией температуры. Путем подбора $\gamma(T)$ и $\xi(T)$ удалось добиться согласия между результатами расчетов и данными опорных экспериментов по распределению давления и размеров капель вдоль сопла. В результате такого подбора получено, что наилучшее согласие между данными расчетов и экспериментов имеет место при следующих аппроксимациях

$$\gamma = \exp(-3.22 + 875/T), \quad \xi = -1.18 + 0.00795 \cdot T$$

$$(T > 273^\circ \text{K})$$

$$\gamma = \xi = 1 \quad (T < 273^\circ \text{K})$$

Выпишем теперь полную систему уравнений, описывающих стационарное осесимметричное и плоское течения невязкого и нетеплопроводного газа при наличии неравновесной конденсации [2]. Имеем следующие

¹ Баханов В. П. Исследование кинетики гомогенной конденсации пересыщенного пара. Канд. дис., Киев, 1969.

уравнения:

$$(1.1) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$(1.2) \quad \rho \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\rho v}{y} + \frac{d\rho}{dt} = 0, \quad \frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt}$$

$$(1.3) \quad \frac{dq}{dt} = f(p, T, q), \quad \rho(p, T, q) = \frac{p}{T(R - R_1 q)}$$

Уравнения (1.3) представляют собой соответственно уравнение образования жидкой фазы и состояния. Здесь x, y — декартовы координаты; ось x направлена вдоль оси сопла (струи); u, v — проекции скорости на оси x, y ; p, T — давление и температура газа; ρ, h — плотность и удельная энтальпия смеси газа — жидкость; q — массовая доля жидкой фазы; R, R_1 — газовые постоянные начальной смеси газов и конденсирующейся компоненты; $v=0$ и 1 соответственно для плоского и осесимметричного случаев.

Скорость образования зародышей критического размера в 1 см^3 в 1 сек (I) и скорость их роста (dr/dt) вычислялись по формулам [2]

$$(1.4) \quad I = \left(\frac{p_1}{kT} \right)^2 \frac{\gamma}{\rho_s} \left(\frac{2\sigma\mu}{\pi N_a} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{4\pi\zeta\sigma r_*^2}{3kT} \right)$$

$$(1.5) \quad \frac{dr}{dt} = \frac{\gamma p_1}{\rho_s} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi R_1 T}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi R_1 T_s}} \right)$$

Здесь p_1 — давление конденсирующейся компоненты; ρ_s и T_s — плотность и температура жидких капель; $r_* = 2\sigma / (\rho_s R_1 T \ln(p_1/p_{1\infty}))$ — радиус зародыша критического размера; $p_{1\infty}$ — давление насыщения над плоской поверхностью; σ — коэффициент поверхностного натяжения; N_a — число Авогадро.

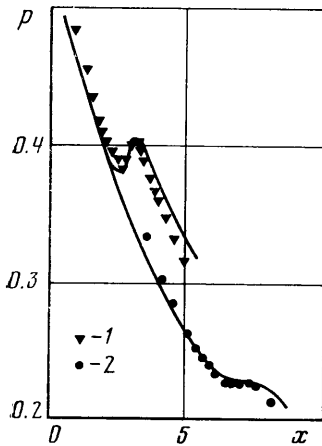
Численное решение осуществлялось методом характеристик [2]. Было проведено сравнение результатов расчетов с данными 12 экспериментов [4], где изучалось расширение чистого водяного пара в плоских соплах, и [5], где получены результаты по расширению паровоздушной смеси. Проведено также сравнение измеренных в [3-5] размеров частиц с рассчитанными. Эксперименты охватывают широкий диапазон скоростей расширения в сопле и термодинамических параметров, при которых начинается конденсация. Сравнение проводилось как по распределению давления, так и по распределению размеров капель r вдоль сопла. На фиг. 1, 2 приведены некоторые из этих сравнений. На фиг. 1 сплошные линии — расчет по методу настоящей работы, 1, 2 — эксперименты работы [4] в коническом сопле с $r_* = 1 \text{ см}$ и $p_0 = 4.9 \text{ бар}$, $T_0 = 442^\circ \text{ К}$, $T_n = 415^\circ \text{ К}$ и $p_0 = 2 \text{ бар}$, $T_0 = 445^\circ \text{ К}$, $T_n = 372^\circ \text{ К}$ соответственно. На фиг. 2 кривая 1 — расчет по методу настоящей работы; кривая 2 — эксперимент работы [3].

В целом следует заметить хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

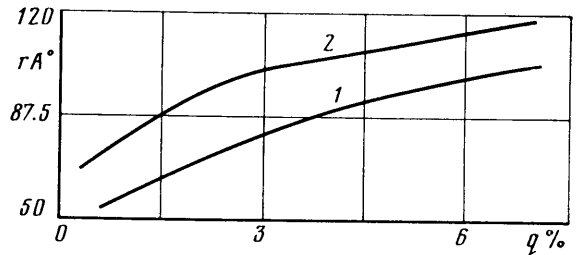
2. Приближенная формула для определения величины максимального переохлаждения ΔT_m . Важным параметром при неравновесной конденсации газа в высокоскоростных потоках является величина максималь-

ного переохлаждения $\Delta T_M = T_H - T_k$. Здесь T_H , T_k — температуры насыщения потока и начала конденсации. Эту величину можно определить из эксперимента или из численного решения. Однако представляет практический интерес построить приближенную формулу для определения величины максимального переохлаждения, которая бы одновременно позволила найти параметры, влияющие на ΔT_M .

В [6] на основе экспериментальных данных предположена эмпирическая зависимость в виде $\Delta T_M = \Delta T_M[\varphi, (\Delta T/\Delta x)_k]$, где φ — начальная относительная влаж-



Фиг. 1



Фиг. 2

ность; $(\Delta T/\Delta x)_k$ — градиент температуры в зоне конденсации. Однако, как указывают авторы этой зависимости, ввиду сильного разброса экспериментальных данных по величине переохлаждения, не представляется возможным провести строгую обработку этих данных. В ряде работ предлагались некоторые другие зависимости по величине максимального переохлаждения. Однако ввиду того что эти зависимости были получены путем аппроксимации экспериментальных данных в узком диапазоне определяющих параметров, они имеют ограниченное приложение и не дают ответа на вопрос о том, какие параметры являются определяющими.

Выведем приближенную формулу для определения переохлаждения, используя основные уравнения неравновесной конденсации.

Уравнения движения газа вдоль струйки тока при наличии конденсации в одномерном приближении имеют вид

$$dp/\rho + wdw = 0, \quad dw^2 + C_p dT - Ldq = 0, \quad \rho wF = \text{const}$$

где w — скорость газа вдоль струйки тока, F — площадь сечения струйки, L — теплота конденсации пара. К этим уравнениям надо добавить уравнения кинетики и состояния (1.3).

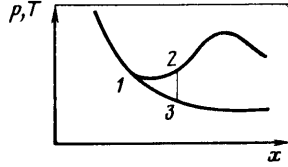
После некоторых преобразований, учитывая, что в начале процесса конденсации $R_1 g \ll R$, получим

$$\frac{dp}{p} \approx \frac{\kappa M^2}{M^2 - 1} \left[-\frac{dF}{F} + \left(\frac{L}{c_p T} - \frac{R_1}{R} \right) dq \right]$$

$$\frac{dT}{T} \approx \frac{M^2(\kappa - 1)}{M^2 - 1} \left[-\frac{dF}{F} + \left(\frac{L}{c_p T} \frac{(\kappa - 1/M^2)}{\kappa - 1} - \frac{R_1}{R} \right) dq \right]$$

где M — число Маха.

Пусть точка 1 соответствует месту начала конденсации, а точки 2 и 3 соответствуют сечению, где параметры потока значительно отклоняются от изэнтропических (фиг. 3). Отрезок $\Delta x_{13} = \Delta x_{12}$ мал. Тогда для изэнтропического участка 1-3, на котором конденсация отсутствует ($dq=0$), и для участка 1-2 расширения с конденсацией имеем соответственно



Фиг. 3

$$(2.1) \quad \frac{\Delta T_{13}}{T_{13}} \approx \frac{(\kappa-1)M_{13}^2}{M_{13}^2-1} \frac{\Delta F_{13}}{F_{13}}$$

$$(2.2) \quad \frac{\Delta T_{12}}{T_{12}} \approx \frac{(\kappa-1)M_{12}^2}{M_{12}^2-1} \left[-\frac{\Delta F_{12}}{F_{12}} + \left(\frac{L}{c_p T_{12}} \frac{\kappa-M_{12}^{-2}}{\kappa-1} - \frac{R_1}{R} \right) \Delta q_{12} \right]$$

Здесь $\Delta T_{13} = T_1 - T_3$, $\Delta T_{12} = T_1 - T_2$, аналогичный смысл имеют ΔF_{12} , ΔF_{13} и Δq_{12} . Величины M_{13} , M_{12} , T_{13} , T_{12} — средние значения M и T на участках 1-3 и 1-2. Можно считать, что

$$T_{12} \approx T_{13} \approx T, \quad M_{12} \approx M_{13} \approx M, \quad \Delta q_{12} \approx q, \quad \frac{\Delta F_{12}}{F_{12}} \approx \frac{\Delta F_{13}}{F_{13}} \approx \frac{\Delta F}{F}$$

Вычитая из (2.1), (2.2) и делая аналогичные выкладки для давления, получим

$$(2.3) \quad \frac{\Delta T_{23}}{T} = \varepsilon_T \approx \frac{M^2(\kappa-1)}{M^2-1} \left(\frac{L}{c_p T} \frac{\kappa-1/M^2}{\kappa-1} - \frac{R_1}{R} \right) q$$

$$(2.4) \quad \frac{\Delta p_{23}}{p} = \varepsilon_p \approx \frac{M^2 \kappa}{M^2-1} \left(\frac{L}{c_p T} - \frac{R_1}{R} \right) q$$

Разобьем линию тока на отрезки. Тогда для массовой доли жидкой фазы в j -м сечении имеем

$$q = \frac{4}{3} \pi \rho_s \sum_{i=1}^j N_i r_{ij}^3, \quad N_i = \frac{I_i \Delta t_i}{\rho_i}$$

Здесь Δt_i — время прохождения газом i -го отрезка, r_{ij} — радиус капли, образованной в i -м сечении в момент, когда она достигла j -го сечения.

Так как $r_* \ll r_{ij}$, то $r_{ij} \approx \sum_{k=i}^j \Delta r_k \approx \frac{(r_T)_{ij}}{c}$

$$c = \frac{dT}{dt}, \quad n_i = \frac{I_i \Delta T_i}{\rho_i}, \quad (r_T)_{ij} = \sum_{k=i}^j \left(\frac{dr}{dt} \right)_k \Delta T_k, \quad N_i = \frac{n_i}{c}$$

где ΔT_k — изменение температуры на k -м отрезке. Здесь полагается, что до сечения 2-3 параметры потока близки к изэнтропическим.

Отсюда имеем

$$(2.5) \quad q \approx \frac{4}{3} \pi \rho_s \sum_{i=1}^j \frac{n_i (r_T)_{i,j}^3}{c^4}$$

Здесь суммирование ведется вдоль изэнтропы. Сумму в (2.10) можно затабулировать, представив ее в виде функции следующих величин: температуры насыщения потока T_H , т. е. температуры, при которой изэнтропа замороженного течения без конденсации пересекает кривую насыщения, величины переохлаждения $\Delta T = T_H - T$, а также показателем изэнтропы κ и концентрации конденсирующейся компоненты газа c_1 .

Следовательно, для заданной конденсирующейся компоненты величина максимального переохлаждения определяется следующими параметрами: T_H , C , κ , c_1 , M .

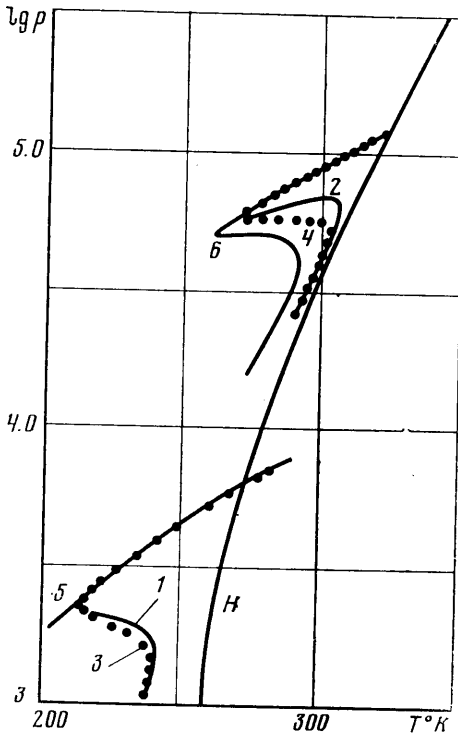
Численные эксперименты показали, что сечению 2–3, т. е. месту, где параметры потока начинают резко отклоняться от изэнтропических, соответствует $\varepsilon_T \approx 0.003$. Следовательно, (2.3), а также (2.4) представляют собой некоторую приближенную формулу, с помощью которой можно определить ΔT_M .

Получено, что ошибка в определении ΔT_M , которую дает формула (2.3), составляет 1–2°, или 2–4%, по сравнению с точными численными решениями.

Проанализируем теперь влияние определяющих параметров на величину переохлаждения и на средний размер капель.

Из соотношения (2.3)–(2.5) следует, что с увеличением dT/dt величина максимального переохлаждения увеличивается. Как по-

казывают результаты численных экспериментов, с понижением температуры насыщения влияние dT/dt увеличивается (фиг. 4). На фиг. 4 кривая H — линия насыщения, а остальные кривые представляют собой изображение процесса неравновесной конденсации в диаграмме p – T . Номера на кривых соответствуют данным, приведенным ниже. Увеличение dT/dt



Фиг. 4

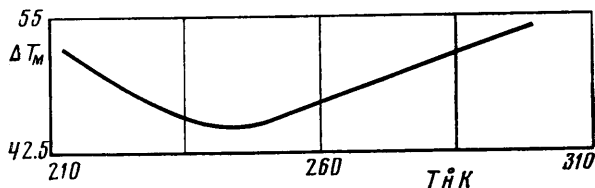
№	p_0 , бар	T_0 , °К	T_H , °К	$\frac{dT}{dt}$, град/сек	M_n
1	$7.2 \cdot 10^{-3}$	284.2	273	$2 \cdot 10^5$	0.5
2	$1.45 \cdot 10^{-1}$	336.0	323	$2 \cdot 10^5$	0.5
3	1.09	985.0	273	$2 \cdot 10^5$	4
4	22	1169	323	$2 \cdot 10^5$	4
5	$2.21 \cdot 10^{-2}$	376	273	$2 \cdot 10^6$	1.5
6	$4.45 \cdot 10^{-1}$	445	323	$2 \cdot 10^6$	1.5

ведет также к уменьшению среднего размера частиц на выходе из сопла и увеличению их концентрации. Так, при увеличении dT/dt на порядок величина переохлаждения при $T_H \sim 323$ – 373° К увеличивается на $\sim 10^\circ$, а при $T_H \sim 273^\circ$ — на значительно большую величину (~ 20).

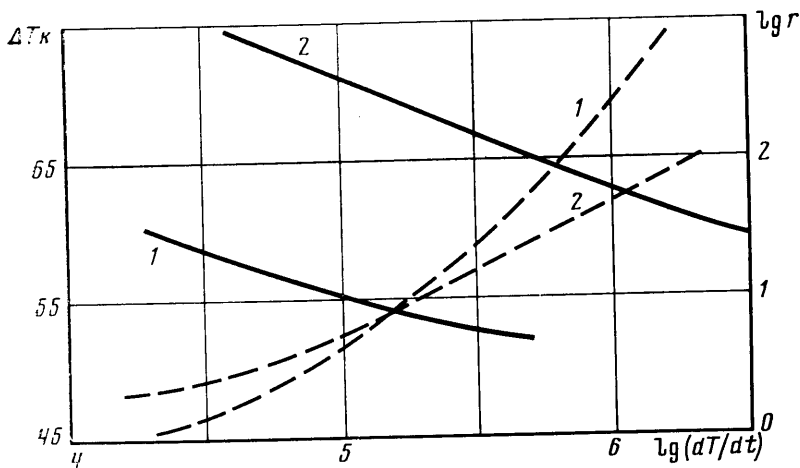
Более сложно влияет на величину максимального переохлаждения температура насыщения потока. На фиг. 5 дана характерная зависимость ΔT_M от температуры насыщения, полученная по результатам расчетов.

Видно, что эта зависимость имеет минимум, величина которого и температура насыщения, при которой достигается этот минимум, являются функцией остальных определяющих параметров. С увеличением T_H , как показывают данные численных экспериментов, средний размер капель на выходе из сопл и интенсивность «скачков» конденсации увеличиваются. Кроме того, при высоких T_H характерно скачкообразное увеличение давления в зоне конденсации, а при низких T_H повышение давления происходит плавно либо оно совсем отсутствует.

На фиг. 6 показаны зависимости величины максимального переохлаждения (пунктирные линии) и среднего размера частиц $\sim(\Delta^\circ)$ (сплошные



Фиг. 5



Фиг. 6

линии) при $T_H \sim 273^\circ \text{K}$ (кривые 1) и 373°K (кривые 2) от градиента температуры dT/dt (град/сек).

Расчеты показывают, что присутствие неконденсирующейся компоненты при условии, что показатели энтропии, конденсирующейся и неконденсирующейся компонент примерно равны, слабо влияет на величину переохлаждения, однако существенно, особенно при низких температурах, увеличивает скорость роста, а значит и размер капель. Действительно, неконденсирующаяся компонента, не давая вклада в массовую долю жидкой фазы, отбирает тепло от капли и тем самым увеличивает скорость ее роста. С увеличением $\kappa \Delta T_m$ несколько уменьшается. Это связано с тем, что при расширении вдоль изэнтропы при увеличении κ надо уменьшать величину переохлаждения, чтобы достичь заданной скорости образования ядер критического размера.

Очевидно, число Маха не влияет на скорость образования ядер и их рост, а значит и на скорость выпадения конденсата. Однако от его величины зависит степень воздействия выделившегося за счет конденсации

тепла на параметры потока. На это указывают как непосредственные численные расчеты, так и соотношения (2.8), (2.9). При $M \sim 1$ влияние конденсации значительно сильнее, чем при $M \gg 1$. Как показывают данные численных экспериментов, M не влияет на максимальное переохлаждение потока.

Поступила 2 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1945.
 2. Давыдов Л. М. Исследование неравновесной конденсации в сверхзвуковых соплах и струях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.
 3. Мухачев Г. А., Метелин Ю. П. Экспериментальное исследование процесса конденсации в сверхзвуковом потоке. Теплофизика высоких температур, 1969, т. 7, № 2.
 4. Swanmathy G., Meyer H. Spontane Kondensation. VDI-Forschungs heft, 1965, No. 508.
 5. Wegener P. P., Pouring A. A. Experiments on condensation of water vapor by homogeneous nucleation in nozzles. Phys. Fluids, 1964, vol. 7, No. 3.
 6. Вегенер П. П., Мак Л. М. Конденсация в сверхзвуковых и гиперзвуковых аэродинамических трубах. В сб.: «Проблемы механики», вып. 3. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
-