

7. Шустов В. И. Экспериментальное исследование влияния числа Re на характер обтекания осесимметричных тел с выемкой в носовой части. Уч. зап. ЦАГИ, 1973, т. 4, № 3.
8. Белоцерковский С. М., Турчак Л. И., Холодов А. С. Продольные колебания тел вращения и потока при сверхзвуковых скоростях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 5.
9. Белоцерковский О. М., Головачев Ю. П., Грудницкий В. Г., Давыдов Ю. М., Душин В. К., Лунькин Ю. П., Магомедов К. М., Молодцов В. К., Попов Ф. Д., Толстых А. И., Фомин В. Н., Холодов А. С. Численное исследование современных задач газовой динамики, М., «Наука», 1974.

УДК 533.6.011.72

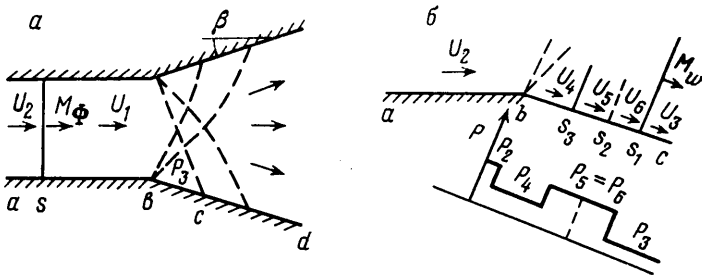
К ВОПРОСУ О ВЫХОДЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В РАСШИРЯЮЩУЮСЯ ЧАСТЬ КАНАЛА

В. Н. ЛЯХОВ

(Москва)

Рассмотрено течение идеального газа, наблюдающееся при выходе ударной волны в расширяющуюся часть канала. Предложена схема течения, приближенно моделирующая возникающий при этом комплекс разрывов.

Сравнение с известными работами говорит о том, что при безотрывном обтекании угла предложенная схема расчета дает результаты, согласующиеся с экспе-



Фиг. 1

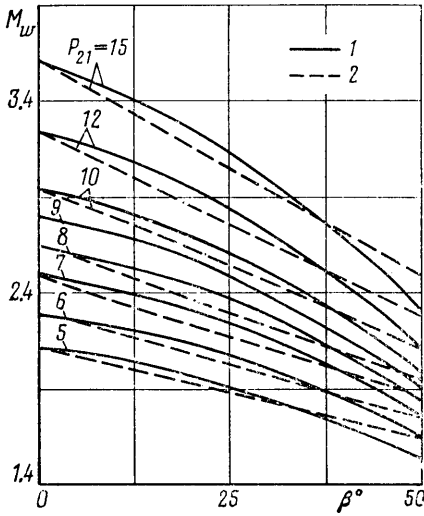
риментальными данными. Описанная схема расчета и представленные результаты могут быть использованы при безотрывном обтекании для оценки давления на стенке за фронтом пристеночной части дифрагированной волны в случаях, когда среда перед волной неподвижна или движется.

1. Рассмотрим течение идеального газа в случае, когда ударная волна s (фиг. 1 a) выходит из канала ab в его расширяющуюся часть bd . Возникающее при этом ударноволновое движение газа зависит от четырех безразмерных параметров (фиг. 1, a): $P_{21} = P_2/P_1$ — отношения величин давления за и перед фронтом волны s (здесь и далее двойной цифровой индекс означает отношение соответствующих величин), $M_1 = U_1/a_1$ — числа Маха потока перед ударной волной в невозмущенной области sb (U_1, a_1 — скорость этого потока и скорость звука в нем), β — угла отклонения стенки канала, $\gamma = c_p/c_v$ — показателя адиабаты Пуассона.

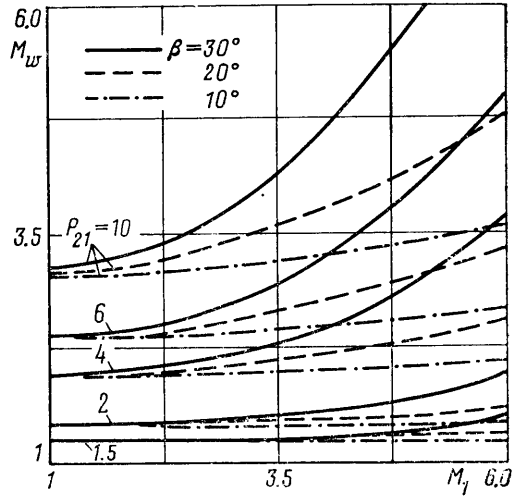
Для случая $M_1 = 0$ в [1] представлены экспериментальные результаты и приведена обширная библиография по этому вопросу. Режим с $M_1 = 0$ и $\beta = 90^\circ$ математически моделировался с помощью конечно-разностного метода первого порядка точности в [2]. Для этого же режима в [3] проводился расчет с помощью упрощенной одномерной схемы распада разрыва. На достаточно большом удалении от места излома падение интенсивности волны приближенно можно описать зависимостью от площади сечения канала. Методы получения таких зависимостей и обзор соответствующих работ приведены в [1].

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы оценить давление на стенке в одномерной области bc в момент прохождения ударной волны при различных значениях определяющих параметров.

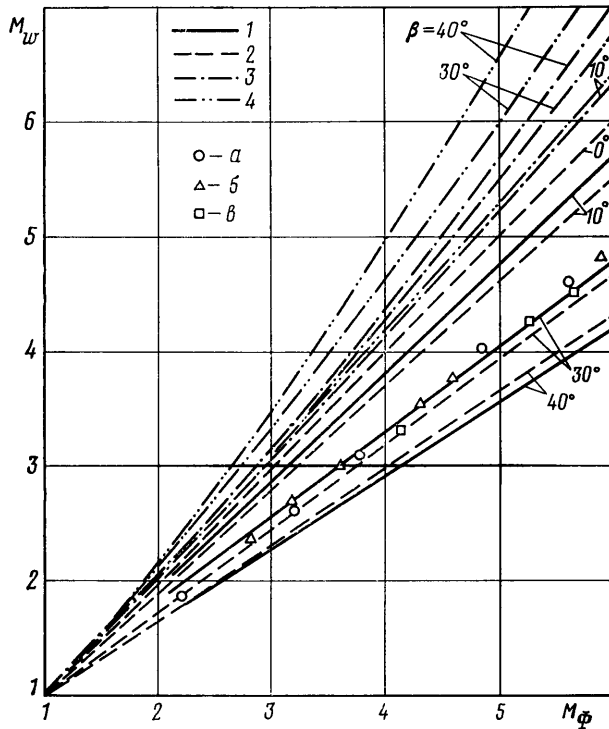
2. Предлагаемая схема расчета содержит следующие ограничения и допущения: $M_1 = 0$ или $M_1 > 1$, $M_2 > 1$ ($M_2 = U_2/a_2$ — число Маха потока за ударной волной); $\beta \leq \beta_*$.



Фиг. 2



Фиг. 4



Фиг. 3

где β_* — угол, при котором поток в реальном течении под действием вязкости отрывается от стенки канала bd ; газ совершенен, влияние вязкости и теплопроводности не учитывается; ударноволновое движение газа в пристеночной части однородной области bc плоское и автомодельное. Последнее допущение справедливо в том случае, когда калибр канала намного больше рассматриваемой области bc , ограниченной граничными характеристиками волн разрежений (фиг. 1, а).

Анализ осциллограмм, представленных в [1], а также эпюр давления вдоль линии bc , полученных автором в расчетах с помощью конечно-разностного метода сквозного счета второго порядка точности, позволяет представить следующую схему

течения. После огибания волной угла образуется комплекс газодинамических разрывов (фиг. 1, б): волна s_1 движется вниз по потоку, который имеет скорость U_3 ; волна s_3 направлена вверх по потоку и тормозит поток, движущийся со скоростью U_4 ; контактный разрыв s_2 , расположенный между s_1 и s_3 , перемещается со скоростью $U_5=U_6$. Нумерация областей совпадает с индексами при U и P и ясна из фиг. 1, а, б.

Для определения параметров в областях 3 и 4 используется решение Прандтля — Майера [4]

$$(2.1) \quad \beta = \omega(M_3) - \omega(M_1), \quad \beta = \omega(M_4) - \omega(M_2) \\ \omega(M_i) = \arctg \frac{\sqrt{\nu(M_i^2 - 1)}}{\sqrt{\nu}} / \sqrt{\nu} - \arctg \frac{\sqrt{M_i^2 - 1}}{\sqrt{\nu}} \\ i=1, \dots, 4; \quad \nu = (\gamma - 1) / (\gamma + 1)$$

где $M_i = U_i/a_i$ — число Маха в соответствующей области. После определения M_3 и M_4 из трансцендентных уравнений (2.1) вычисляются остальные параметры (P_{31} , ρ_{31} , P_{42} , ρ_{42}) по формулам изэнтропического течения [4]. Используя соотношения Гюгонно, выполняющиеся на скачках s_1 и s_3 , и условия $P_5 = P_6$ и $U_5 = U_6$, справедливые для областей, разделенных контактным разрывом s_2 , получим следующее уравнение:

$$(2.2) \quad M_3 + \frac{P_{53} - 1}{\gamma \sqrt{(P_{53} + \nu) / \mu}} = a_{43} \left(M_4 - \frac{P_{54} - 1}{\gamma \sqrt{(P_{54} + \nu) / \mu}} \right), \quad \mu = \frac{2\gamma}{\gamma + 1}$$

Из этого уравнения численно определяется давление P_{53} . Результаты, полученные с помощью описанной схемы расчета, представлены на фиг. 2—4.

3. На фиг. 2 и 3 сплошные линии (кривые 1) характеризуют изменение числа Маха $M_w = \sqrt{(P_{53} + \nu) / \mu}$ пристеночной части дифрагированной волны s_1 , определенного по (2.2), для случая $M_1 = 0$ и $\gamma = 1.4$ в зависимости от β и числа Маха невозмущенного фронта волны $M_\Phi = \sqrt{(P_{21} + \nu) / \mu}$. Пунктиром (кривые 2) нанесены данные, полученные по эмпирической формуле

$$(3.1) \quad M_w = (M_\Phi - 1)(1 - \sin \beta/2) + 1$$

с помощью которой авторы [1] аппроксимировали свои экспериментальные результаты. Различие между результатами существенно при $\beta \approx 45^\circ$, что объясняется отрывом потока, обтекающего вершину угла b . В предлагаемой схеме, как уже говорилось ранее, предполагается безотрывное обтекание. Кривые 3 и 4 на фиг. 3 построены для случаев $M_1 = 1$ и $M_1 = 2$ по (2.2). В отличие от случая $M_1 = 0$ здесь величина M_w увеличивается с ростом β . При одинаковых углах β значение M_w возрастает при увеличении M_1 . Для $\beta = 30^\circ$ и $M_1 = 0$ символами a , b , $в$ нанесены экспериментальные результаты [1] соответственно для N_2 , воздуха и CO_2 . Как и на фиг. 2, наблюдается хорошее соответствие результатов. В случае $\beta = 90^\circ$ и $M_1 = 0$ данные работы [3] превышают экспериментальные значения в 1.1—1.35 раз на интервале $M_\Phi = 2 \div 7$.

На фиг. 4 изображены зависимости $M_w(M_1)$, полученные по (2.2) для $\gamma = 1.4$ и $M_1 \geq 1$ при различных P_{21} и β . Здесь также видно, что M_w растет при увеличении M_1 и β .

Ниже представлены значения M_w в зависимости от показателя адиабаты γ при $P_{21} = 10$, $\beta = 20^\circ$ и различных M_1 .

| | | | | | | |
|-------|----------------|------|------|------|------|------|
| M_1 | $\gamma = 1.1$ | 1.2 | 1.4 | 5/3 | 2.0 | 2.5 |
| 0 | 2.73 | 2.72 | 2.69 | 2.64 | — | — |
| 1 | 2.78 | 2.89 | 3.07 | 3.31 | 3.65 | 4.29 |
| 2 | 2.77 | 2.90 | 3.14 | 3.51 | 4.16 | 5.97 |

Наблюдается уменьшение $M_w(\gamma)$ при $M_1 = 0$ и возрастание при $M_1 \neq 0$.

Описанная схема расчета и представленные результаты могут быть использованы при безотрывном обтекании для оценки давления на стенке за фронтом пристеночной части дифрагированной волны в случаях, когда среда перед волной неподвижна или движется.

Поступила 16 I 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г. Нестационарные взаимодействия ударных волн. М., «Наука», 1977.
2. Тарнавский Г. А., Хоничев В. И., Яковлев В. И. Дифракция ударной волны на прямом угле и на выходе из плоского канала. Изв. СО АН СССР, 1974, № 8, Сер. техн. н., вып. 2.
3. Дулов В. Г., Райзберг Б. А. Начальная стадия образования струи. Изв. вузов, Авиат. техн., 1961, № 4.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1973.