

УДК 533.6.011.5

СВЕРХЗВУКОВОЕ НЕСТАЦИОНАРНОЕ ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ ИЗМЕНЯЕМОЙ ФОРМЫ

Л. И. ТУРЧАК

(Москва)

Рассматривается сверхзвуковое обтекание сферически затупленного тела, лобовая поверхность которого в течение некоторого времени прогибается по известному закону. Исследуются нестационарные течения в процессе изменения формы тела в зависимости от величины прогиба и скорости изменения формы тела. Расчеты проводились для чисел Маха $M=2, 10$. Решение получено сеточно-характеристическим методом [1].

Результаты расчетов показывают, что для существенно нестационарных течений, когда введенный в [2] параметр нестационарности $\delta > 0.1$, имеет место сильная немонотонность в распределении газодинамических параметров по времени. Давление на поверхности тела в определенные моменты времени существенно возрастает. При $\delta < 0.1$ течение в ударном слое носит квазистационарный характер, вклад нестационарности в распределение параметров незначительный.

Исследован также процесс установления стационарного режима обтекания тела вогнутой формы, полученной после деформации. Во всех расчетах происходит затухание пульсаций давления и других параметров, а также выход решения на стационарный режим. Аналогичные результаты получены ранее в [3], где решение проведено конечно-разностным методом установления [4]. Полученные в некоторых расчетах и экспериментах ([5-7] и др.) нестационарные режимы обтекания тел с полостями здесь отсутствуют.

При быстром «прошелкивании» поверхности тела на значительную глубину, когда скорость газа вблизи тела на оси симметрии может достигать сверхзвуковых значений, полученное установившееся течение около вогнутого тела отличается от аналогичных течений при медленном изменении формы тела (при прочих равных исходных параметрах). Эту неоднозначность не удалось устранить варьированием величины шага разностной сетки. По-видимому, возникшее здесь отрывное течение поддерживается схемой вязкости.

1. Равномерный поток газа плотности ρ_∞ обтекает со сверхзвуковой скоростью V_∞ под нулевым углом атаки осесимметричное тело изменяемой формы, радиус миделева сечения которого равен R . Величины ρ_∞, V_∞, R приняты характерными параметрами задачи, поэтому приводимые в дальнейшем значения геометрических и физических величин соответствующим образом обезразмерены.

Введя полярную систему координат r, θ в меридиальной полуплоскости, зададим закон изменения поверхности тела в виде

$$(1.1) \quad \begin{aligned} r &= 2 \cos \theta - A \Phi(\theta) \psi(\theta) \\ 0 \leq \theta \leq \theta_*, \quad \Phi(\theta) &= [1 - (\theta/\theta_*)^2]^2; \quad \theta > \theta_*, \quad \Phi(\theta) = 0 \\ 0 \leq t \leq T, \quad \psi(t) &= \sin^2(\pi t/2T); \quad t > T, \quad \psi(t) = 1 \end{aligned}$$

Здесь A — максимальный прогиб сферического затупления (при $\theta=0$); T — время, в течение которого происходит изменение формы тела; θ_* — максимальное значение полярного угла, при котором происходит изменение формы тела.

Решение задачи ищется в ударном слое, ограниченном осью симметрии течения ($\theta=0$), поверхностью тела, головной ударной волной и лучом $\theta=\pi/4$, соответствующим миделю тела. Во всех точках луча $\theta=\pi/4$ в проведенных расчетах нормальная к нему составляющая скорости превышает местную скорость звука.

Система уравнений, описывающая неустановившееся движение идеального газа ($\kappa=1.4$) в ударном слое, состоит из уравнений неразрывности, движения и энергии. В качестве граничных условий приняты соотношения на головной ударной волне и условие непротекания на поверхности тела. Кроме того, задаются условия симметричности течения при $\theta=0$. Все исходные соотношения в используемом здесь виде приведены в [8].

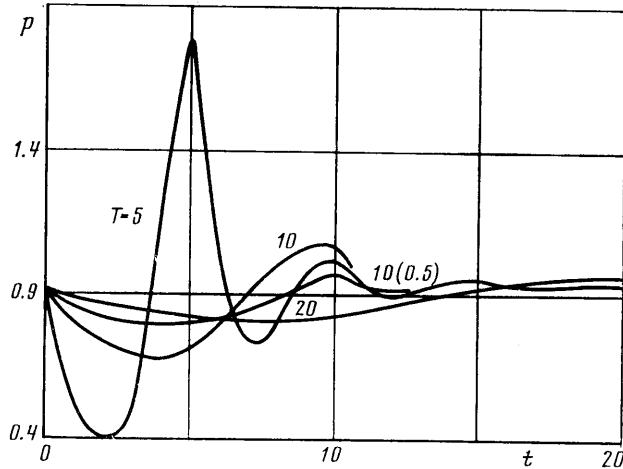
Начальными условиями при решении задачи является распределение параметров течения при установившемся обтекании недеформируемого тела (сферы), полученное методом установления по схеме [1].

Разностные уравнения приведены в [1, 9].

Задача решается в переменных $\theta, \xi = (r-r_b)/(r_w-r_b)$, где $r=r_b(\theta, t)$ — уравнение поверхности тела (1.1), $r=r_w(\theta, t)$ — уравнение ударной волны, которое находится в процессе решения задачи. В результате серии методических расчетов принято следующее число шагов разностной сетки по переменным θ, ξ соответственно: 20–30, 20–40. Общее число узлов 600–800. Шаг по времени t выбирается в зависимости от размеров сетки и градиентов искомых функций с учетом условия Куранта — Фридрихса — Леви.

2. Проведены расчеты обтекания тела при изменении формы всей его лобовой части ($\theta_* = \pi/4$, $A=1$) для $M=10$ при разных значениях времени нестационарного процесса ($T=5, 10, 20$). На фиг. 1 приведено распределение давления в точке торможения тела для указанных вариантов. При быстром изменении формы тела ($T=5$) имеет место значительная немонотонность в распределении давления (и других газодинамических параметров). С увеличением T влияние нестационарности на характер течения уменьшается.

Течение считаем нестационарным, когда отличия его основных параметров от соответствующих (тем же условиям) стационарных значений порядка самих этих



Фиг. 1

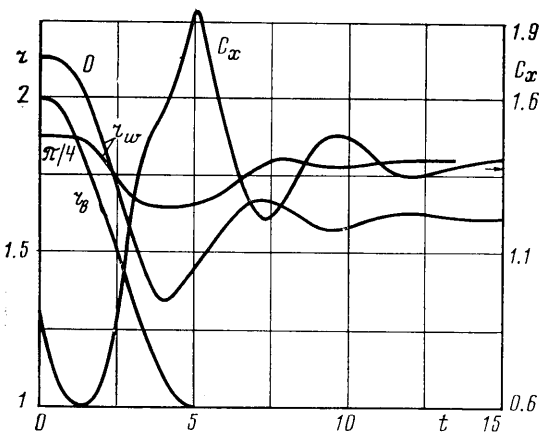
значений. В рассматриваемом случае при $T \leq 10$ течения существенно нестационарны, а при $T > 10$ течение в каждый момент времени можно считать стационарным, т. е. здесь справедлив квазистационарный подход.

Для определения степени нестационарности течения удобно использовать параметр $\delta = A/T$ [2], который можно назвать показателем нестационарности. При $\delta > 0.1$ течение существенно нестационарно, при $\delta < 0.1$ — квазистационарно. На фиг. 1 нанесено распределение давления в критической точке при $M=10$, $A=0.5$, $T=10$. Характер его изменения аналогичен случаю $A=1$, $T=20$. В обоих случаях $\delta = 0.05$.

Как видно из приведенных выше результатов, время установления стационарного течения при отсутствии изменения формы тела ($t > T$) зависит от величины

максимальной деформации тела, определяемой параметром A , и практически не зависит от времени нестационарного процесса T . Здесь во всех вариантах при $A=1$ время установления стационарных значений параметров течения (с точностью до 1%) $t_0 \sim 20$ (за исключением, естественно, случая $T=20$). При $t \sim 40$ все параметры устанавливаются с точностью 4–6 знаков. При $A=0.5$ время установления примерно вдвое меньше. Для его оценки при $T < t_0$ можно использовать соотношение $t_0 \sim 20A$.

На фиг. 2 представлены распределения радиус-вектора ударной волны r_w на оси симметрии и на последнем луче $\theta = \pi/4$ при $M=10$, $A=1$, $T=5$. Здесь также отмечено изменение формы тела r_b при $\theta=0$. Положение ударной волны и зна-



Фиг. 2

чения параметров газа вблизи нее изменяются по величине меньше и устанавливаются раньше, чем вблизи поверхности тела. Эти изменения уменьшаются с увеличением угла θ .

Коэффициент лобового сопротивления, также представленный на фиг. 2 (стрелкой отмечено его установившееся значение при $t \sim 20$), вычислен с помощью поверхностного интеграла от динамического давления по передней части тела (до миделева сечения). С учетом осевой симметрии выражение для C_x можно записать в виде

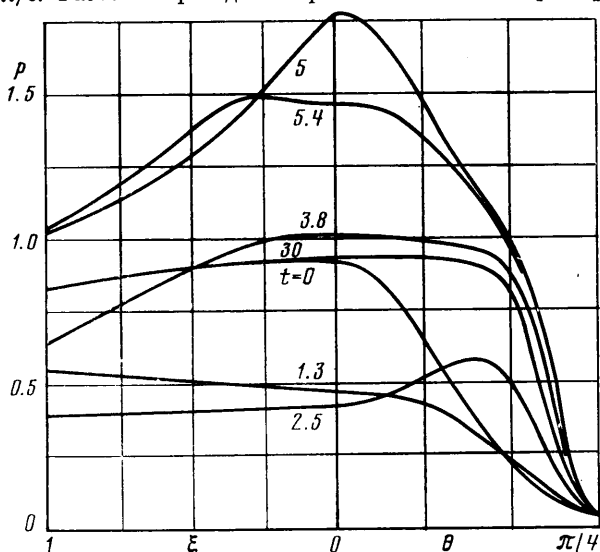
$$(2.1) \quad C_x = 4 \int_0^{\pi/4} r(p_b - p_\infty) \left(\frac{\partial r}{\partial \theta} \sin \theta + r \cos \theta \right) \sin \theta d\theta$$

Здесь p_b и p_∞ — значения давления на поверхности тела и в набегающем потоке газа, отнесенные к $\rho_\infty V_\infty^2$; $r = r_b(\theta, t)$ — уравнение поверхности тела (1.1). Интеграл (2.1) вычисляется методом Симпсона.

На фиг. 3 показано распределение давления в ударном слое вдоль оси симметрии течения (по ξ , $\xi = 1$ — ударная волна, $\xi = 0$ — поверхность тела), а также вдоль поверхности тела ($0 \leq \theta \leq \pi/4$) для рассмотренного выше варианта.

Проведены аналогичные расчеты для $M=2$. Характер изменения параметров течения в зависимости от степени нестационарности практически такой же, как и при $M=10$.

Рассмотрено обтекание тела, форма поверхности которого изменяется лишь на участке $0 \leq \theta \leq \pi/6$. Расчеты проведены при $T=1 \div 10$. Некоторые результаты пред-



Фиг. 3

ставлены на фиг. 4. При $T=10$ течение практически квазистационарно ($\delta=0.05$). Величина максимума в распределении C_x , полученная при $T=3$, фактически остается постоянной при некотором уменьшении ($T=2.5, 2$). Характер перехода к установившемуся течению аналогичен предыдущему.

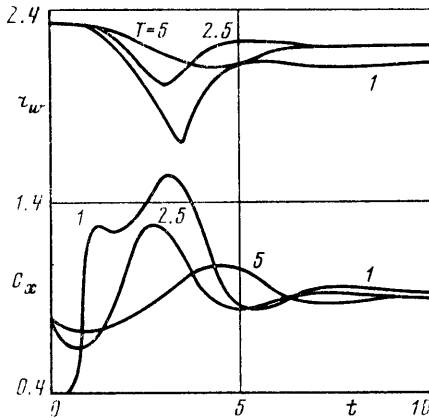
Параметры установившегося течения в рассмотренных выше задачах не зависят от T , течение всегда выходило на один и тот же режим. При анализе установившейся картины течения отмечено в окрестности образовавшейся впадины на поверхности тела наличие застойной зоны, характеризующейся малыми значениями скорости газа и практически не меняющимся давлением (см. фиг. 3, $t=30$). Как отмечалось в [3], обтекание тела с впадиной аналогично обтеканию некоторого эффективного тела с закрытой впадиной.

Во всех рассмотренных вариантах скорость относительного движения поверхности тела (а следовательно, скорость частиц газа вблизи него) меньше местной скорости звука. Рассмотрен также случай, когда эта скорость больше скорости звука ($M=2$, $\theta_*=\pi/6$, $A=0.5$, $T=1$). Изменения формы волны (при $\theta=0$) и C_x отмечены на фиг. 4 ($T=1$).

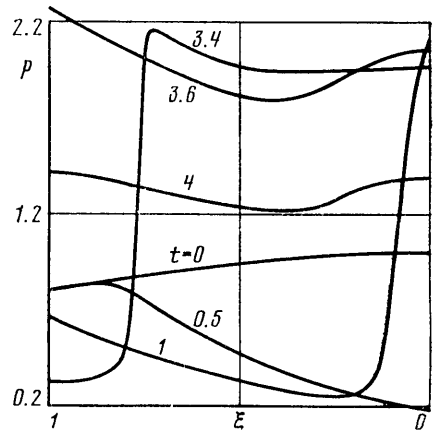
Поведение газодинамических параметров течения в ударном слое существенно отличается здесь от рассмотренных выше случаев. Первый максимум C_x соответствует его значению при $T=2$. Дальнейшее его поведение и характер течения при $t > 1$ необычны. Поэтому проводились повторные расчеты с другими параметрами разностной сетки, однако характер течения при этом сохранялся.

На фиг. 5 для данного варианта построено распределение давления вдоль оси симметрии. Имеет место сильное разрежение вблизи поверхности тела при $t \approx 0.5$ (здесь относительная скорость поверхности тела в 1.5 раза превышает местную скорость звука). Далее давление на поверхности тела возрастает; при $t \approx 1$ возникает волна давления, распространяющаяся по ударному слою. После ее взаимодействия с головной ударной волной происходит сложный процесс установления стационарного течения. В некоторые моменты времени вблизи оси симметрии имеют место обратные течения, скорость газа меняет знак. Наибольшее положительное значение скорости газа вблизи ударной волны ($v \approx 0.2$) имеет место в момент прихода туда волн сжатия. Это вызвало быстрое увеличение отхода ударной волны.

При анализе установившегося течения в этом варианте выяснилось, что оно отличается от полученных ранее при других значениях T . В частности, величина



Фиг. 4



Фиг. 5

отхода ударной волны при $\theta=0$ уменьшилась на 13%, при больших θ она немного увеличилась. Это вызвано образовавшейся вблизи поверхности тела (при $\theta \approx \pi/6$) устойчивой зоной отрыва, что является следствием резких изменений параметров задачи и вязкости разностной сетки. Давление на поверхности тела в этой зоне немонотонно (см. ниже).

θ	24°	27°	30°	33°	36°	39°
p	0.66	0.41	0.20	0.22	0.19	0.16

В других расчетах существенного повышения давления вдоль поверхности тела в установившихся течениях не получено.

Вопрос о единственности численного решения системы газодинамических уравнений для данного класса задач может быть предметом специального рассмотрения.

Поступила 6 VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Магомедов К. М., Холодов А. С. О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1969, т. 9, № 2.
2. Турчак Л. И. Сверхзвуковое нестационарное обтекание тел при быстром торможении. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 1.
3. Гилинский М. М., Лебедев М. Г. Исследование сверхзвукового обтекания вогнутых тел идеальным газом. Науч. тр. Ин-та механ. МГУ, 1976, № 44.
4. Бабенко К. И., Русанов В. В. Разностные методы решения пространственных задач газовой динамики. Труды 2-го Всесоюзного съезда по механике, вып. 2. М., «Наука», 1965.
5. Bastianon R. A. Steady and unsteady solution of the flow field over concave bodies in a supersonic free stream. AIAA Paper, 1968, No. 946. (Русск. перев.: Нестационарное решение для поля течения около вогнутых тел. Ракетная техника и космонавтика, 1969, т. 7, № 3).
6. Johnson R. H. Instability in hypersonic flow about blunt bodies. Phys. Fluids, 1959, vol. 2, No. 5.

7. Шустов В. И. Экспериментальное исследование влияния числа Re на характер обтекания осесимметричных тел с выемкой в носовой части. Уч. зап. ЦАГИ, 1973, т. 4, № 3.
8. Белоцерковский С. М., Турчак Л. И., Холодов А. С. Продольные колебания тел вращения и потока при сверхзвуковых скоростях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 5.
9. Белоцерковский О. М., Головачев Ю. П., Грудницкий В. Г., Давыдов Ю. М., Душин В. К., Лунькин Ю. П., Магомедов К. М., Молодцов В. К., Попов Ф. Д., Толстых А. И., Фомин В. Н., Холодов А. С. Численное исследование современных задач газовой динамики, М., «Наука», 1974.

УДК 533.6.011.72

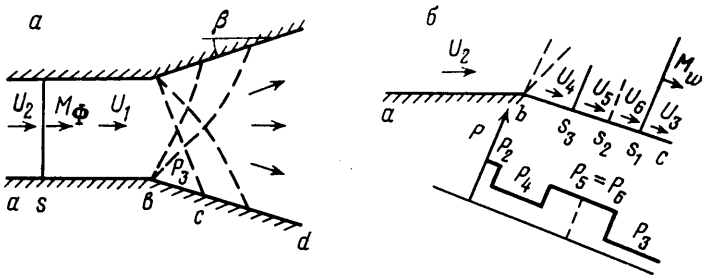
К ВОПРОСУ О ВЫХОДЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В РАСШИРЯЮЩУЮСЯ ЧАСТЬ КАНАЛА

В. Н. ЛЯХОВ

(Москва)

Рассмотрено течение идеального газа, наблюдающееся при выходе ударной волны в расширяющуюся часть канала. Предложена схема течения, приближенно моделирующая возникающий при этом комплекс разрывов.

Сравнение с известными работами говорит о том, что при безотрывном обтекании угла предложенная схема расчета дает результаты, согласующиеся с экспе-



Фиг. 1

риментальными данными. Описанная схема расчета и представленные результаты могут быть использованы при безотрывном обтекании для оценки давления на стенке за фронтом пристеночной части дифрагированной волны в случаях, когда среда перед волной неподвижна или движется.

1. Рассмотрим течение идеального газа в случае, когда ударная волна s (фиг. 1 a) выходит из канала ab в его расширяющуюся часть bd . Возникающее при этом ударноволновое движение газа зависит от четырех безразмерных параметров (фиг. 1, a): $P_{21} = P_2/P_1$ — отношения величин давления за и перед фронтом волны s (здесь и далее двойной цифровой индекс означает отношение соответствующих величин), $M_1 = U_1/a_1$ — числа Маха потока перед ударной волной в невозмущенной области sb (U_1 , a_1 — скорость этого потока и скорость звука в нем), β — угла отклонения стенки канала, $\gamma = c_p/c_v$ — показателя адиабаты Пуассона.

Для случая $M_1 = 0$ в [1] представлены экспериментальные результаты и приведена обширная библиография по этому вопросу. Режим с $M_1 = 0$ и $\beta = 90^\circ$ математически моделировался с помощью конечно-разностного метода первого порядка точности в [2]. Для этого же режима в [3] проводился расчет с помощью упрощенной одномерной схемы распада разрыва. На достаточно большом удалении от места излома падение интенсивности волны приближенно можно описать зависимостью от площади сечения канала. Методы получения таких зависимостей и обзор соответствующих работ приведены в [1].

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы оценить давление на стенке в одномерной области bc в момент прохождения ударной волны при различных значениях определяющих параметров.

2. Предлагаемая схема расчета содержит следующие ограничения и допущения: $M_1 = 0$ или $M_1 > 1$, $M_2 > 1$ ($M_2 = U_2/a_2$ — число Маха потока за ударной волной); $\beta \leq \beta_*$.