

- нагрев и разрушение частиц в гиперзвуковом ударном слое. Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, вып. 6.)
7. Храмов Н. Е. Окрестность критической точки тупого тела в двухфазной гиперзвуковой струе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 4.
 8. Васильков А. П. Окрестность критической точки затупленного тела в гиперзвуковом двухфазном потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 5.
 9. Рычков А. Д. Течение смеси газа и твердых частиц в сверхзвуковых недорасширенных струях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 2.
 10. Лунев В. В., Храмов Н. Е. Течение в окрестности критической точки тупого тела в расходящемся гиперзвуковом потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.

УДК 532.546

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

С. И. ЯКУБА

(Москва)

Предлагается численный метод расчета неизотермической фильтрации, позволяющий учитывать капиллярные, гравитационные силы, а также потери тепла в окружающую породу. Исследуется процесс языкообразования при неизотермической фильтрации.

1. Неизотермическая фильтрация двух несжимаемых несмешивающихся жидкостей описывается системой трех уравнений относительно давления p , насыщенности вытесняющей фазы σ и температуры T

$$(1.1) \quad \operatorname{div} \mathbf{w} = 0$$

$$(1.2) \quad S m \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{w}_1 = 0$$

$$(1.3) \quad \operatorname{div} (S \lambda \operatorname{grad} T) - \operatorname{div} [(\rho_1 c_1 \mathbf{w}_1 + \rho_2 c_2 \mathbf{w}_2) T] = \frac{\partial}{\partial t} (S M T)$$

$$(1.4) \quad \mathbf{w} = -SK \left(\frac{f_1}{\mu_1} + \frac{f_2}{\mu_2} \right) (\operatorname{grad} p - \rho \mathbf{g})$$

$$(1.5) \quad \mathbf{w}_1 = \varphi \mathbf{w} + SK \frac{f_2}{\mu_2} \varphi [\Delta \rho \mathbf{g} + \operatorname{grad} p_c]$$

$$\varphi = \frac{f_1}{f_2 + \mu_0 f_1}, \quad \rho = \varphi \rho_1 + (1 - \varphi) \rho_2, \quad \mu_0 = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \Delta \rho = \rho_1 - \rho_2$$

$$M = m [\rho_1 c_1 \sigma + \rho_2 c_2 (1 - \sigma)] + (1 - m) \rho_3 c_3$$

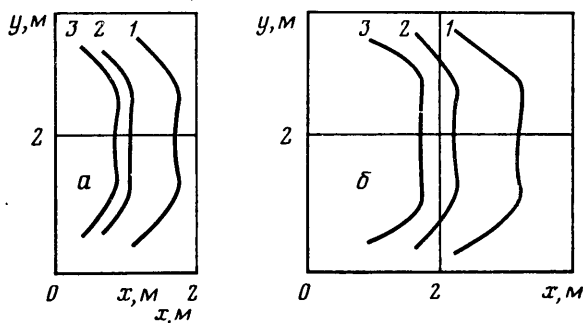
Здесь \mathbf{w} — вектор скорости фильтрации, $S(x, y)$ — толщина пласта, K — тензор абсолютной проницаемости, $f(\sigma, T)$ — относительная фазовая проницаемость, m — пористость, $\mu(T)$ — вязкость, ρ — плотность, λ — коэффициент теплопроводности, c — удельная теплоемкость, $p_c(\sigma, T)$ — капиллярное давление, t — время. Индекс 1 относится к вытесняющей фазе, индекс 2 — к вытесняемой, индекс 3 — к окружающей породе.

Уравнения (1.1)–(1.3) рассматриваются в области $0 \leq x \leq L_1$, $0 \leq y \leq L_2$, $0 \leq t \leq \bar{t}$. Пласт предполагается неоднородным и анизотропным. Капиллярное давление используется только для вычисления фазовых скоростей фильтрации, но не входит в уравнение для давления [1]. Заметим, что уравнения (1.1)–(1.3) могут описывать различные случаи двумерной фильтрации: плоское течение в наклонном пласте переменной мощности, двумерное течение в вертикальной плоскости, двумерное осесимметричное течение и т. д.

Для уравнения (1.1) возможно задание на входе и выходе граничных условий первого рода или граничных условий второго рода, соответствующих заданию расходов. Возможна комбинация этих условий. На кровле и подошве принимается отсутствие потока фаз через эти границы. Для уравнения (1.2) задается начальное распределение насыщенности и насыщенность закачиваемой фазы на входе. На выходе «концевой» эффект не учитывается. Для задания граничных условий для уравнения (1.3) необходимо знать потери тепла в кровлю-подошву. Если пренебречь теплопроводностью пласта по простиранию в окружающей породе, то для определения теплового потока из пласта в какой-либо точке кровли-подошвы нужно решить уравнение

$$(1.6) \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(S\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (SMT)$$

Такой подход эквивалентен моделированию окружающей породы набором теплоизолированных «стержней». Граничное условие для уравнения (1.6) на границе продуктивного пласта следует из условий сопряжения. В предположении, что стержень имеет достаточную длину, на другом конце стержня задается равенство нулю тепло-



Фиг. 1

вого потока. Зная потоки тепла из пласта, можно задать граничные условия второго рода для уравнения (1.3) на кровле-подошве. Считаются известными начальное распределение температуры и температура закачиваемой фазы. Принимается, что перенос тепла на выход происходит только за счет конвекции.

Сформулированная выше краевая задача решается с помощью метода конечных разностей [2]. Для написания разностной схемы уравнения для давления применяется интегроинтерполяционный метод. Уравнения для насыщенности и температуры аппроксимируются явными консервативными разностными схемами первого порядка. Из соображений устойчивости конвективные члены аппроксимируются в зависимости от характеристических направлений. Для аппроксимации граничных условий привлекаются сами дифференциальные уравнения.

Порядок решения системы конечно-разностных уравнений с соответствующими начальными и граничными условиями следующий. Зная насыщенность и температуру на n -м временном слое, в частности в начальный момент, находим давление. Затем находим скорости фильтрации. Это дает возможность найти насыщенность на $(n+1)$ -м слое. После этого, используя известные значения насыщенностей и скоростей, находим температуру на $(n+1)$ -м временном слое. Предварительно требуется в каждом граничном узле кровли и подошвы решить уравнение (1.6), которое аппроксимируется неявной разностной схемой.

Уравнение для давления решается методом линейной верхней релаксации с коррекцией [3]. Вычисление насыщенности и температуры затруднений не вызывает, поскольку они рассчитываются по явным схемам. Однако применение явных схем требует ограничения величины временного шага для обеспечения устойчивости. Основным практическим критерием выбора шага по времени было ограничение величины максимального изменения насыщенности и температуры за один шаг по времени.

2. Многочисленные расчеты показали, что неизотермическая фильтрация в начальной стадии сопровождается образованием микроязыков вблизи кровли и подошвы. Дальнейшее развитие этих языков связано с такими параметрами, как соотношение вязкостей вытесняемой и вытесняющей жидкостей, перепад давления на единицу длины пласта, мощность пласта, теплофизические константы пластовой системы и т. д. При малых скоростях фильтрации процесс языкообразования почти не сказывается на общей картине фильтрации. Нужно отметить стабилизи-

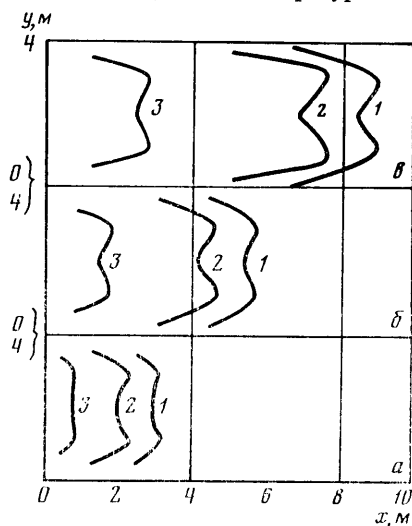
рующее действие механизма теплопроводности. Увеличение коэффициента теплопроводности пласта в 2–3 раза приводит к значительному уменьшению амплитуды температурных языков. Чем меньше мощность пласта, тем меньше амплитуда образующихся языков, так как в маломощном пласте механизм теплопроводности успевает «размазать» язык по мощности пласта.

Для исследования механизма возникновения языков при неизотермической фильтрации проводились специальные расчеты с целью проследить за развитием искусственно внесенных в пласт возмущений.

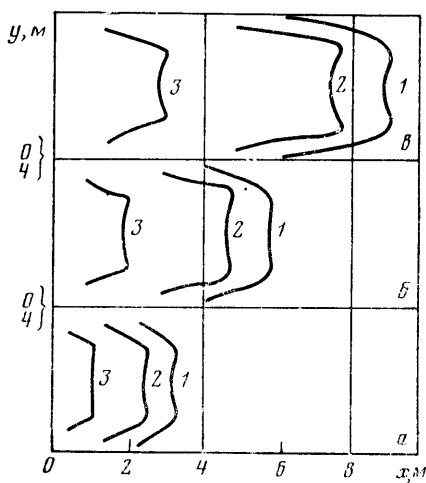
Рассмотрим вытеснение нефти горячей водой из однородного пласта при следующих исходных данных: $L_1=10$ м, $L_2=4$ м, $m=0.2$, $K_x=K_y=1$ дарси, $c_1\rho_1=1000$ ккал/м³·град, $c_2\rho_2=900$ ккал/м³·град, $c_3\rho_3=650$ ккал/м³·град, $\lambda=48$ ккал/м·сутки·град, $T_{пл}=25^\circ$ С, $T_3=205^\circ$ С, $\Delta p=4$ атм, $S=1$ м, $f_1(\sigma)=\sigma^2$, $f_2(\sigma)=(1-\sigma)^2$, $\mu_1(T)=0.15+0.85((205-T)/180)^3$, $\mu_2(T)=1+9((205-T)/180)^3$.

Уход тепла в окружающую пласт породу, а также капиллярные и гравитационные силы не учитывались.

Пусть в начальный момент температура на части узлов сечения, соседнего с входной границей, равна температуре закачиваемой воды. На фиг. 1 показано



Фиг. 2



Фиг. 3

развитие изотерм $T=30, 70$ и 110° (соответственно кривые 1, 2 и 3) для случая, когда участок с возмущенной температурой симметричен относительно $L_2/2$ и равен половине мощности пласта. Изотермы фиг. 1, а относятся к моменту времени $t=0.5$ сутки, фиг. 1, б – $t=1.5$ сутки. На фиг. 2 показано развитие изотерм $\sigma=0.1, 0.3$ и 0.5 (соответственно кривые 1, 2 и 3) для этого случая. Фиг. 2, а относится к моменту времени $t=0.5$ сутки, фиг. 2, б – $t=1$ сутки и фиг. 2, в – $t=1.5$ сутки.

Начальное возмущение развивается в два симметричных языка, поскольку источниками возмущения являются угловые точки ступеньки возмущения. В случае, когда размер участка с возмущенной температурой достаточно мал, расчеты показали, что образуется один язык. Анализ развития искусственно внесенных в пласт возмущений позволяет представить механизм языкообразования при вытеснении нефти горячей водой. Роль возмущающего фактора играет уход тепла в окружающую породу.

Без учета ухода тепла двумерная задача превращается в одномерную и изотермы являются прямыми, параллельными оси OY . Учет ухода тепла в окружающую породу приводит к деформации этих изотерм, так как температура в окрестности кровли и подошвы становится меньше, чем в центре пласта. Если такое распределение температуры принять за начальное, то дальнейшее развитие процесса происходит аналогично фиг. 1, 2, т. е. приводит к образованию температурных языков. Поскольку в областях с более высокой температурой подвижности фаз выше, в окрестности температурных языков образуются языки насыщенности. Дальнейшее их развитие, как указывалось выше, зависит от параметров пластовой системы, и в первую очередь от соотношения вязкостей вытесняемой и вытесняющей фаз. Так, при вытеснении менее вязкой жидкости более вязкой языкообразования практически не наблюдалось.

Для сопоставления процессов языкообразования в неизотермическом и изотермическом случаях были проведены расчеты вытеснения нефти водой пластовой температуры с искусственным внесением в пласт возмущения по насыщенности. (Эволюция начальных возмущений такого типа детально исследуется в работе [4].) На части узлов сечения, соседнего с входной границей, задавалась предельная насыщенность вытесняющей фазы. На фиг. 3 представлено развитие этого возмущения (размер «возмущенного» участка равен половине мощности пласта). Кривые 1–3 представляют собой изосаты $\sigma=0,1, 0,3$ и $0,5$. Фиг. 3, а относится к моменту времени $t=0,5$ сутки, фиг. 3, б — $t=1$ сутки и фиг. 3, в — $t=1,5$ сутки. Можно отметить аналогию этого случая с фиг. 2, когда начальное возмущение на том же участке получала температура. Эта аналогия не случайна. В области с начально более высокой температурой происходит более быстрое продвижение воды, насыщенность повышается и, таким образом, как бы формируется «ступенька» по насыщенности, которая затем развивается с образованием языков (см. фиг. 3).

В заключение автор благодарит А. А. Боксермана, Р. М. Каца, М. И. Швидлера за полезные обсуждения.

Поступила 21 VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Королев А. В., Шалимов Б. В., Швидлер М. И. Численное решение одномерных и двумерных задач фильтрации несмешивающихся жидкостей с учетом гравитационных и капиллярных сил. В сб. «Численные методы решения задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости». Новосибирск, 1975.
2. Годунов С. К., Рябенкий В. С. Разностные схемы. М., «Наука», 1973.
3. Watts J. W. An iterative matrix solution method suitable for anisotropic problems. Soc. Petrol. Engng J., 1971, vol. 11, No. 1.
4. Индельман П. В., Кац Р. М., Швидлер М. И. Об одной модели фильтрации несмешивающихся жидкостей. Изв. АН СССР, МЖТ, 1977, № 6.

УДК 532.592

О ГРАВИТАЦИОННОМ СЖАТИИ ТЕЛА В ПРИБЛИЖЕНИИ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

А. Н. ГОЛУБЯТНИКОВ, А. Л. КАЛАМЖАРОВ

(Москва)

Построен ряд точных неавтомоделных решений взрывного типа, описывающих эволюцию сжимающегося неоднородного газового шара, в случае, когда за возникающей при этом ударной волной можно пренебречь влиянием гравитации, а спереди — принять равным нулю давление. Исследованы условия, приводящие к релятивистскому коллапсу или к уходу границы тела на бесконечность. Для построения решений используется метод обратной задачи, предложенный в [1, 2].

Решения в области за ударной волной допускают разделение переменных и являются обобщениями решений ньютоновской механики со скоростью, линейной по радиусу [3, 4]. Автомоделные решения с большим противодавлением перед ударной волной в специальной теории относительности исследованы в [5]. В настоящей работе отсутствие противодавления позволяет учесть границу тела.

1. Пусть неоднородный газовый шар при нулевом давлении (пыль) сжимается под действием собственной силы тяжести. Предположим, что в некоторый момент времени в центре возникает особенность, от которой отходит расходящаяся ударная волна. В области перед ударной волной в случае сферической симметрии уравнения движения могут быть полностью проинтегрированы. Если задать решение за ударной волной, то из условий на разрыве можно определить закон движения ударной волны и две произвольные функции, связанные с начальным состоянием пыли. При этом естественно наложить требование существования решения для пыли вплоть до момента времени $t = -\infty$.

После выхода ударной волны на поверхность тела начинается разлёт газа в пустоту. При этом последующее движение поверхности шара может быть описано обыкновенным дифференциальным неравенством, связанным с отрицательностью градиента давления на свободной границе. Интеграл этого неравенства дает условие ухода границы тела на бесконечность.