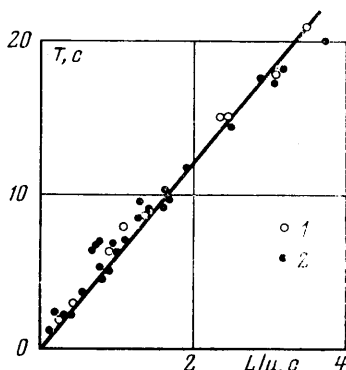


Полученная зависимость может быть представлена эмпирической формулой вида $T=6L/u$. Опыты проводились с соплами, ширина которых δ равнялась 0,4 и 0,7 см (на фиг. 3 точки 1 и 2 соответственно). При этом значения периодов в обоих случаях с точностью до ошибки эксперимента оказались одинаковыми. По-видимому, при $\delta \ll L$ реализуется случай истечения струй из бесконечно узкой щели, когда δ близко к нулю.

Механизм возникновения колебаний представляется в следующем виде. При столкновении двух струй происходит торможение жидкости, в результате чего возникает некоторая зона повышенного давления, которая как бы раздвигает струи в стороны от плоскости симметрии. После того как сформируются новые струи, отклоненные от первоначального положения (фиг. 2), в зоне торможения создается упорядоченное движение. По существу, формируются две новые встречные струи, которые смещены между собой и ориентированы под некоторым углом к первоначальному направлению истечения струй из сопл. Такое течение является неустойчивым: давление в области между струями оказывается пониженным, в результате чего они после расхождения на некоторое критическое расстояние начинают сближаться. Это сближение заканчивается новым столкновением струй, новым повышением давления в зоне встречи потоков, которое вновь отодвигает струи от их плоскости симметрии, но на этот раз в противоположные стороны.

В заключение отметим, что колебательный характер взаимодействия встречных струй сохраняется и в том случае, если их параметры различны, а также при расположении одной струи вблизи твердой поверхности, когда встречная струя поднята над этой поверхностью, т. е. в случае взаимодействия струй, плоскости симметрии которых смещены между собой. Все случаи колебательного взаимодействия сопровождаются также образованием вихревых движений, структура и интенсивность которых зависят от параметров взаимодействующих струй. Случаи взаимодействия струй при наличии ограничивающей твердой поверхности являются наиболее характерными для атмосферных явлений, а также применительно к океаническим течениям.



Фиг. 3

Поступила 30 I 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
2. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. М., «Мир», 1964.

УДК 532.526

РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВЯЗКИХ ТЕЧЕНИЙ

Ю. М. ЛИПНИЦКИЙ, А. В. ПАНАСЕНКО

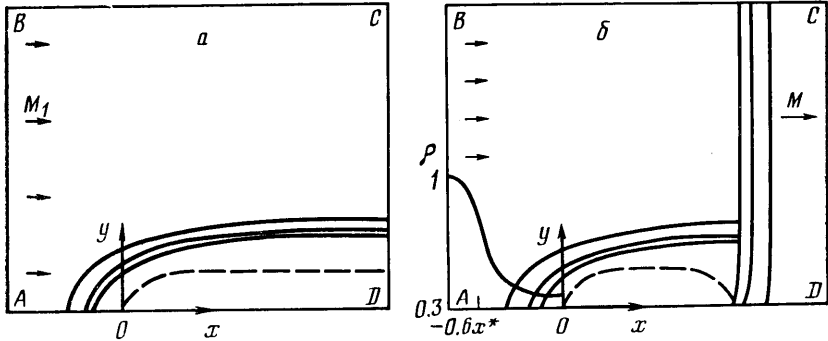
(Москва)

В настоящей работе рассматриваются задачи о формировании нестационарного течения вязкого теплопроводного газа около полубесконечной пластины при мгновенном приведении ее в движение из состояния покоя (задача I) и за набегающей на нее ударной волной (задача II). Исследование проводится с помощью численного метода, основанного на интегрировании полной системы уравнений Навье – Стокса. При решении задач основное внимание уделяется временам, при которых несправедливы упрощающие предположения теории пограничного слоя.

В опубликованных работах, посвященных численному интегрированию полной системы уравнений Навье – Стокса, в большинстве случаев рассматриваются стационарные задачи. При решении нестационарных задач, как правило, возникают дополнительные трудности из-за ограниченного числа узлов разностной сетки. Следствием этого является невозможность получения численного решения задачи

во всем поле течения при достаточно больших числах Рейнольдса. Эта трудность может быть частично преодолена путем применения методов «сквозного расчета» течений газа. При этом узлы разностной сетки преимущественно размещаются в областях течения, представляющих наибольший интерес для исследования. Подобный подход позволяет решать задачи с ударными волнами и с различного рода особенностями (например, с разрывом параметров газа в начальном условии задачи). В настоящей работе он реализован с помощью разностной схемы расщепления [1, 2] с использованием дивергентной формы записи уравнений Навье – Стокса.

Имеющаяся в литературе [3, 4] постановка задач I, II сделана в предположении применимости теории пограничного слоя. При решении этих задач на основе полной системы уравнений вязкого теплопроводного газа необходима иная формулировка краевой задачи. Дадим ее в общем случае на основе постановки соответствующей задачи о распаде разрыва [1]. При этом задачу II можно рассматривать



Фиг. 1

как предельный случай задачи о взаимодействии нестационарного потока газа, возникающего в результате распада специальным образом подобранного разрыва газодинамических функций с полубесконечной пластиной (задача III).

В случае задачи I (Фиг. 1, а) при $t=0$ имеем разрыв параметров газа на пластине OD

$$\text{при } \begin{cases} y > 0, & x > 0 \\ y \geq 0, & x < 0 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} u = u_1, \quad v = 0, \quad \rho = \rho_1 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 \end{array} \right.$$

$$\text{при } y=0, \quad x \geq 0 \quad u=v=0, \quad \varepsilon = \varepsilon_w, \quad \rho = \rho_1$$

Здесь t – время; ρ – плотность газа; u, v – компоненты скорости газа по осям x, y соответственно; ε – внутренняя энергия единицы массы газа; ε_w – внутренняя энергия частиц газа, находящихся в контакте с пластиной; индекс 1 относится к невозмущенным параметрам газа перед пластиной.

В случае задачи III (Фиг. 1, б) при $t=-t^*$ имеем разрыв параметров газа на линии $x=x^*$ (на достаточном удалении от передней кромки пластины, которой соответствует $x=0$)

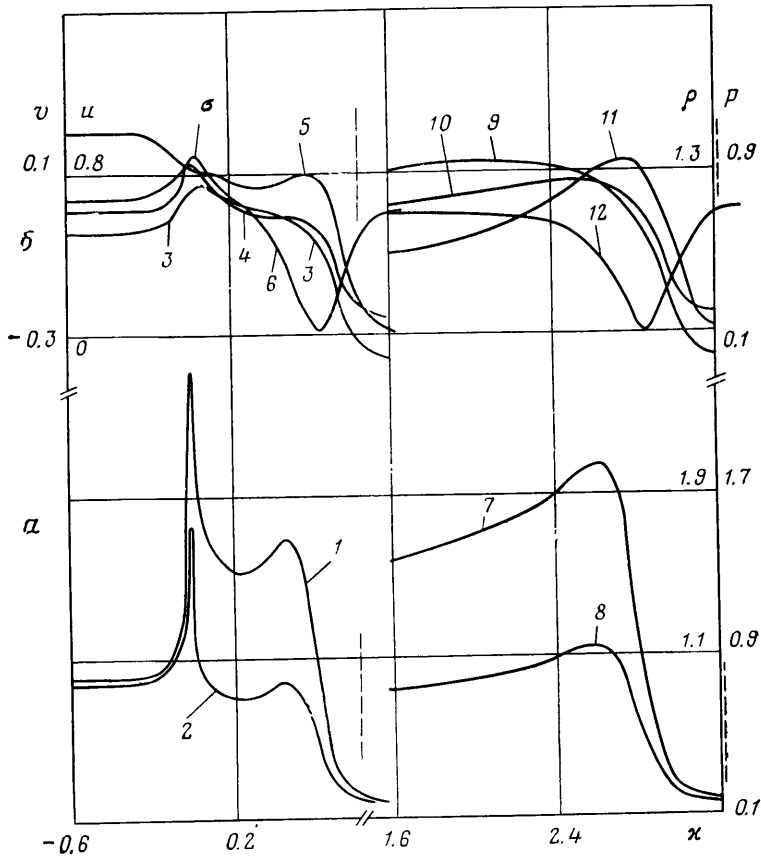
$$x \geq x^*, \quad f=f_0; \quad x < x^*, \quad f=f_1$$

где f – произвольная газодинамическая функция; индексы 1 и 0 относятся соответственно к невозмущенным параметрам газа за ударной волной и перед ней. За $t=0$ здесь принят момент прихода в начало координат точки максимального градиента плотности в предположении невозмущенного профиля (в отсутствие пластины).

Граничные условия в рассматриваемых задачах будут: при $y=0, x < 0$ $\partial u/\partial y = \partial \rho/\partial y = \partial \varepsilon/\partial y = v = 0$ – условия симметрии течения; при $y=0, x \geq 0$ $u=v=0$ – условие прилипания частиц газа к поверхности пластины и $\varepsilon = \varepsilon_w$ – условие постоянства температуры поверхности пластины или $\partial \varepsilon/\partial y = 0$ – условие тепловой ее изоляции; на внешних границах расчетной области (AB, BC, CD на Фиг. 1) поддерживаются известные параметры течения газа (при численном решении задачи в отдельных случаях на отрезках BC и CD использовались «мягкие» граничные условия $\partial f/\partial n = 0$, возможность постановки которых контролировалась в процессе счета).

Рассматриваемые задачи таковы, что в их постановке отсутствует характерный линейный размер тела. При $x^* \rightarrow -\infty$ задача III асимптотически переходит в зада-

чу II. Применение численного метода для решения задач I, II предполагает наличие областей течения конечной протяженности. Поэтому всегда фактически решается задача III. Однако при выполнении неравенства $Re_{x^*} = \rho_1 u_1 x^* / \mu_1 \gg 1$ различие в решениях задач II и III будет малой величиной $o(1/Re_{x^*})$. При этом в изучаемых нестационарных течениях параметром подбора будет временное число Рейнольдса, построенное, например, по пути частицы, прошедшей при $t=0$ через переднюю кромку пластины ($x=0$), $Re_t = \rho_1 u_1^2 t / \mu_1$. При одинаковых Re_t параметры течения газа могут отличаться в соответствующих точках расчетного поля (при разных x^*) на величину $o(1/Re_{x^*})$. Поскольку в исходную систему дифференциальных уравнений входит число Re_L , построенное по расстоянию от передней кромки



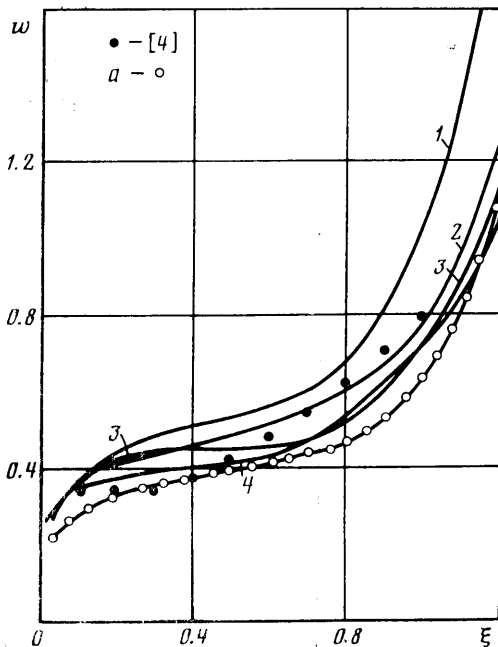
Фиг. 2

пластины до координаты последней точки разностной сетки $Re_L = \rho_1 u_1 L / \mu_1$ ($Re_t = Re_L t u_1 / L$), то при численном решении задачи различные фазы нестационарного течения могут быть изучены на пластине конечной длины L путем изменения величины числа Re_L .

Расчеты проводились при числе Прандтля $Pg = c_p \mu_1 / \lambda_1 = 0.72$, отношении теплоемкостей $\gamma = c_p / c_v = 1.4$ и в предположении, что коэффициенты динамической вязкости μ и теплопроводности λ являются степенными функциями внутренней энергии. В качестве характерных были взяты невозмущенные параметры газа перед пластиной $\rho_1, u_1, \mu_1, \lambda_1$. С целью экономии узлов разностной сетки шаг по поперечной координате задавался переменным в виде $\Delta y_i = \Delta y (1 + \delta)^i$, где $i=0, 1, \dots$ — порядковый номер точки по y ; $\delta \ll 1$ — задаваемая величина. Число узлов разностной сетки по длине пластины варьировалось от 40 до 75. Перед пластиной размещалось от 10 до 25 узлов. В поперечном направлении бралось от 12 до 30 узлов разностной сетки.

Исследование взаимодействия ударной волны (с числом Маха M) с пластиной в вязком газе проводилось в предположении ее изотермичности ($\epsilon_w = \epsilon_0$) при $M=2$ для двух законов зависимости коэффициентов μ и λ от внутренней энергии ($\mu/\mu_1 = \epsilon,$

$\lambda/\lambda_1 = \varepsilon$ и $\mu = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$). На фиг. 1, б показан профиль плотности, полученный в ходе решения задачи III [1] и отвечающий временам, при которых ударная волна вследствие достаточного удаления от пластины является невозмущенной. В дальнейшем по мере взаимодействия профиля вязкой ударной волны с пластиной развиваются две области резкого изменения газодинамических функций: в окрестности передней кромки и в районе ударной волны (фиг. 2). В этой связи возникает необходимость выяснения точности численного решения в указанных областях и определения влияния аппроксимационной погрешности на расчет течения в целом.



Фиг. 3

ности от Re_t и от безразмерных x , y (в масштабе $Re_L=50$). Фиг. 2, а соответствует $y=0$; фиг. 2, б — $y=0.0853$ (кривые 3–6), $y=0.089$ (кривые 9–12). При взаимодействии профиля вязкой ударной волны с пластиной при $Re_t=25.6$ (кривые 1–6) можно различить три характерные зоны течения: окрестность передней кромки пластины ($|x| < 0.2$), область формирующегося пограничного слоя ($0.2 < x < 0.3$), окрестность ударной волны ($0.3 < x < 0.9$). Окрестность передней кромки пластины характеризуется сильными градиентами газодинамических функций по обе сторо-

Re_t	Re_L	$\xi=0.1$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
26	20	0.36	0.44	0.48	0.51	0.54	0.56	0.61	0.67	0.82	1.03
	50	0.35	0.42	0.47	0.51	0.55	0.59	0.66	0.76	0.9	1.11
100	50	0.36	0.41	0.44	0.45	0.45	0.45	0.47	0.52	0.61	0.72
	200	0.36	0.42	0.44	0.45	0.44	0.43	0.45	0.5	0.57	0.69

ны от точки $x=0$. По мере роста y эти градиенты ослабевают. При $Re_t=25.6$ произошло разделение областей сильных градиентов газодинамических функций и начинает формироваться пограничный слой, для которого характерно слабое изменение функций вдоль пластины, а также $\partial p/\partial y \approx 0$. Течение в этой области находится в качественном соответствии с требованиями теории пограничного слоя. Развитие течения при увеличении Re_t можно проследить на кривых 7–12 ($Re_t=100$).

Наибольший интерес представляет течение в окрестности ударной волны. При $Re_t \geq 15$ в этой области наблюдается рост давления и плотности на поверхности пластины по сравнению со значениями, характерными для области пограничного слоя (кривые 2 и 8). Аналогичное поведение p прослеживается и при увеличении y (кривые 4 и 10). Характер распределения v показывает, что в окрестности ударной волны имеет место интенсивный приток газа по направлению к поверхности пластины, что и обуславливает наблюдаемое увеличение давления. Второй особенностью течения является отставание фронта ударной волны по мере уменьшения y при заданном Re_t . Это видно из сравнения соответствующих профилей p и ρ с их идеальным теоретическим положением, отмеченным пунктиром. Таким образом,

$$\text{трения } \omega = \partial u / \partial \theta, \quad \theta = \sqrt{Re_L} \int_0^y \rho dy / \sqrt{x}$$

при одинаковых Re_t на различных разностных стенках. Ниже представлены значения $\omega(\xi)|_{\theta=0}$ для $Re_L=20$ и 50 при $Re_t=26$ и для $Re_L=50$ и 200 при $Re_t=100$ в зависимости от переменной $\xi = x/u_1 t$.

Видно, что численное решение имеет удовлетворительную точность по параметру ω . По газодинамическим функциям p , ρ , u , v точность решения выше, поскольку их определение не связано с дифференцированием численного решения задачи.

Характер развития течения во времени иллюстрирует фиг. 2, на которой приведены распределения ρ (кривые 1, 3, 7, 9), p (кривые 2, 4, 8, 10), u (кривые 5, 11), v (кривые 6, 12) в зависи-

в рамках полной системы уравнений Навье – Стокса показано торможение ударной волны формирующимся пограничным слоем.

На фиг. 3 приведены зависимости $\omega(\xi)|_{\theta=0}$ при различных числах Re_t (кривая 1 – 25.6, 2 – 65.2, 3 – 100, 4 – 400). Наибольшие значения ω при фиксированном ξ соответствуют $Re_t=25.6$ и уменьшаются по мере увеличения Re_t . При $Re_t \rightarrow \infty$ они приближаются к значениям, соответствующим решению [4]. В частности, при $Re_t=400$ отличие между численным решением и результатом [4] не превышает 15%. С целью иллюстрации влияния закона зависимости вязкости от температуры на численное решение значками a приведено аналогичное распределение $\omega(\xi)|_{\theta=0}$ для $\mu/\mu_1=\lambda/\lambda_1=1$, $Re_t=65.1$. Видно, что при средних Re_t это влияние конечно. Приведенные кривые наглядно иллюстрируют отсутствие автомодельности в решении задачи при рассматриваемых Re_t .

Задача об определении параметров нестационарного течения газа около импульсивно приведенной в движение пластины решалась аналогично. Результаты расчетов для числа Маха потока $M_1=2$ при $Re_t=500$ и постоянных значениях коэффициентов μ и λ приведены ниже.

Re_t	$\xi=0.2$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
500	0.28	0.34	0.36	0.385	0.42	0.45	0.485	0.525	0.55
∞	0.33	0.34	0.366	0.4	0.433	0.46	0.5	0.53	0.57

Там же даны для сравнения результаты решения этой задачи в рамках уравнений пограничного слоя [3]. Видно, что расхождение в решениях не превышает 10%.

Факт хорошего соответствия решения задач в рамках уравнений пограничного слоя [3, 4] численным расчетам полной системы уравнений Навье – Стокса при $Re_t \sim 400$ свидетельствует о слабом влиянии областей с сильными градиентами газодинамических функций на формирующийся пограничный слой.

Авторы благодарят Ю. А. Демьянова за обсуждение результатов работы.

Поступила 22 IX 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Липницкий Ю. М., Панасенко А. В. Расчет одномерных нестационарных течений вязкого газа с помощью неявной дивергентной разностной схемы. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 1.
2. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Об одной консервативной разностной схеме для решения стационарных уравнений газовой динамики. 4-я Всесоюзная конференция по динамике разреженного газа, 1975. Сб. аннот. М., 1975.
3. Демьянов Ю. А., Феоктистов В. В. Применение метода интегральных соотношений к решению сингулярного уравнения параболического типа, встречающегося в теории пограничного слоя. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1975, т. 15, № 2.
4. Демьянов Ю. А., Феоктистов В. В. Численное решение задачи формирования пограничного слоя на пластине за движущейся ударной волной. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 1.

УДК 532.529

ОБТЕКАНИЕ СФЕРЫ ДВУХФАЗНОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУЕЙ

С. Ф. ИГНАТОВ, Н. С. МИРОНЧУК, Н. Е. ХРАМОВ

(Москва)

Представлены результаты расчета обтекания сферы двухфазной сверхзвуковой струей, истекающей в вакуум. Расчеты проведены методом установления с использованием разностной схемы, построенной на основе характеристических соотношений [1]. Параметры невозмущенной струи определялись на основе двухскоростной и двухтемпературной модели взаимопроницающего течения сплошных сред (газа и частиц) [2, 3] методом сеток [4].

При расчете обтекания сферы, как и в [5–7], делалось предположение о том, что частицы не влияют на течение газа в ударном слое. Анализ влияния частиц на газодинамические параметры течения в ударном слое проведен в [8].