

О ПОДОБИИ ТЕЧЕНИЙ В СИЛЬНО НЕДОРАСШИРЕННЫХ СТРУЯХ ВЯЗКОГО ГАЗА

В. Н. ГУСЕВ, Т. В. КЛИМОВА, В. В. РЯБОВ

(Москва)

Исследуется выполнение сформулированных в [1] условий подобия течений в сильно недорасширенных струях вязкого термодинамически совершенного газа. Устанавливаются границы применимости этих условий на основании точных решений одномерных уравнений Навье – Стокса и экспериментальных исследований.

1. Рассмотрим сильно недорасширенные струи вязкого термодинамически совершенного газа, истекающие из произвольных сопел в покоящуюся среду. Необходимые условия подобия таких течений были сформулированы в [1] на основании теории размерности и выражаются равенствами следующих критериев подобия:

$$(1.1) \quad M_j, K_2 = \text{Re}_j \sqrt{p_\infty / p_{0j}}, U_j \sqrt{\rho_\infty / p_\infty}, \mu_j / \mu_\infty \\ M_j = U_j / \sqrt{\gamma_j R T_j}, \text{Re}_j = \rho_j U_j d_j / \mu_j, p_{0j} = p_j (1 + 0.5(\gamma_j - 1) M_j^2)^{1/(\gamma_j - 1)}$$

Здесь p , ρ , T , U , μ — соответственно давление, плотность, температура, скорость и коэффициент вязкости, индекс j относится к параметрам в начальном сечении струи, индекс ∞ — к параметрам на бесконечности, d_j — характерный размер начального сечения струи.

Распределение параметров потока в начальных сечениях струй, отнесенные к соответствующим характерным величинам, предполагаются одинаковыми, а константы, определяющие физические свойства газов в струях и в окружающем пространстве, например отношение удельных теплоемкостей γ , показатель степени n в законе $\mu \sim T^n$, числа Прандтля, Шмидта и т. д., считаются входящими в число критериев подобия.

Если физические свойства газов в струях и окружающем пространстве одинаковы, система критериев подобия (1.1) сокращается до трех

$$(1.2) \quad M_j, K_2, T_{0j} / T_\infty, T_{0j} = T_j (1 + 0.5(\gamma - 1) M_j^2)$$

Безразмерные зависимые и независимые переменные задачи записываются в виде

$$(1.3) \quad \bar{U} = U / \sqrt{\gamma_\infty R T_\infty}, \bar{p} = p / p_\infty, \bar{\rho} = \rho / \rho_\infty, \bar{T} = T / T_\infty \\ \bar{x} = \frac{x}{d_j} \sqrt{\frac{p_\infty}{p_{0j}}}, \bar{y} = \frac{y}{d_j} \sqrt{\frac{p_\infty}{p_{0j}}}, \bar{z} = \frac{z}{d_j} \sqrt{\frac{p_\infty}{p_{0j}}}$$

Сформулированный выше закон подобия получен в предельном случае, когда $p_\infty / p_{0j} \rightarrow 0$. Однако при таком предельном переходе для сильно недорасширенных струй характерно появление областей, течение в которых полностью определяется заданием начальных данных в выходном сечении сопла и соответствует истечению газа в вакуум ($p_\infty = \rho_\infty = 0$). Очевидно, что использование в этих областях в качестве масштабов характерных пара-

метров окружающей среды может привести при $p_\infty/p_{0j} \rightarrow 0$ к бесконечному возрастанию или уменьшению безразмерных переменных. Физически это связано с тем, что ограниченное ударными волнами течение внутри струи становится бесконечно перерасширенным относительно внешнего давления p_∞ .

При строгом подходе в этой области необходим переход к новой системе характерных параметров задачи, которыми могут стать критические значения параметров потока при $M=1$ (обозначаются далее индексом *). В этом случае система критериев подобия и безразмерных зависимых и независимых переменных запишется в виде

$$(1.4) \quad M_j, Re_d = \rho \cdot U \cdot d_j / \mu, \\ U' = U/U_*, p' = p/p_*, \rho' = \rho/\rho_*, T' = T/T_*, \\ x' = x/d_j, y' = y/d_j, z' = z/d_j$$

С другой стороны, экспериментальные исследования (см., например, [10]) показывают, что для некоторых параметров подобие в переменных (1.3) продолжает выполняться внутри струи. В связи с этим представляет интерес установить условия, при которых переход к новым переменным в этой области становится необходимым.

2. Рассмотрим сначала выполнение сформулированных выше условий подобия на примере сферического расширения газа в затопленное пространство ($M=1$). Выбор этого течения объясняется, с одной стороны, наличием точного решения уравнений Навье — Стокса [2], а с другой — эквивалентностью течения в гиперзвуковой области струи одномерному [3].

Разделим исследуемую область рассматриваемого одномерного течения координатой r_+ , в которой параметры потока экстремальны, на сверхзвуковую область $r < r_+$ и область перехода сверхзвукового течения в дозвуковое $r > r_+$. В случае идеального газа это течение будет состоять из сверхзвуковой и дозвуковой ветвей идеального источника, разделенных сферической ударной волной, положение которой определяется координатой r_+ . При $p_\infty/p_{0*} \rightarrow 0$

$$(2.1) \quad \bar{r}_+ = \frac{r_+}{r_*} \sqrt{\frac{p_\infty}{p_{0*}}} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} \right)^{1/2} \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{(\gamma+1)/4(\gamma-1)} \left[\frac{(\gamma+1)^2}{2\gamma(\gamma-1)} \right]^{1/2(\gamma-1)}$$

Для параметров потока здесь справедливы следующие соотношения: при $r < r_+$

$$(2.2) \quad U' = (1/2(\gamma+1) - 1/2(\gamma-1)U'^2)^{1/(\gamma-1)} = r'^{-2}, \\ \rho' = (1/2(\gamma+1) - 1/2(\gamma-1)U'^2)^{1/(\gamma-1)}, \\ T' = (1/2(\gamma+1) - 1/2(\gamma-1)U'^2), \\ p' = (1/2(\gamma+1) - 1/2(\gamma-1)U'^2)^{1/(\gamma-1)}$$

при $r > r_+$

$$(2.3) \quad \bar{p} = (1 - 1/2(\gamma-1)\bar{U}^2)^{1/(\gamma-1)} = \bar{r}^{-2}, \\ \bar{T} = (1 - 1/2(\gamma-1)\bar{U}^2), \quad \bar{p} = (1 - 1/2(\gamma-1)\bar{U}^2)^{1/(\gamma-1)}$$

В соответствии с выбранными двумя системами характерных параметров первые соотношения записаны в переменных (1.4), в которых $r' = r/r_*$, последние — в переменных (1.3), в которых $\bar{r} = r r_*^{-1} \sqrt{p_\infty/p_{0*}}$. При $p_{0*} \gg p_\infty$ координата $r_+ \gg r_*$ и в гиперзвуковой области течения из соотно-

шений (2.2) следуют асимптотические выражения

$$(2.4) \quad \begin{aligned} U' &= \sqrt{(\gamma+1)/(\gamma-1)} + \dots, \quad \rho' = \sqrt{(\gamma+1)/(\gamma-1)} r'^{-2} + \dots \\ T' &= ((\gamma-1)/(\gamma+1))^{1/2(\gamma-1)} r'^{-2(\gamma-1)} + \dots \\ p' &= ((\gamma-1)/(\gamma+1))^{1/2\gamma} r'^{-2\gamma} + \dots \end{aligned}$$

Переходя в (2.4) к переменным (1.3), получим

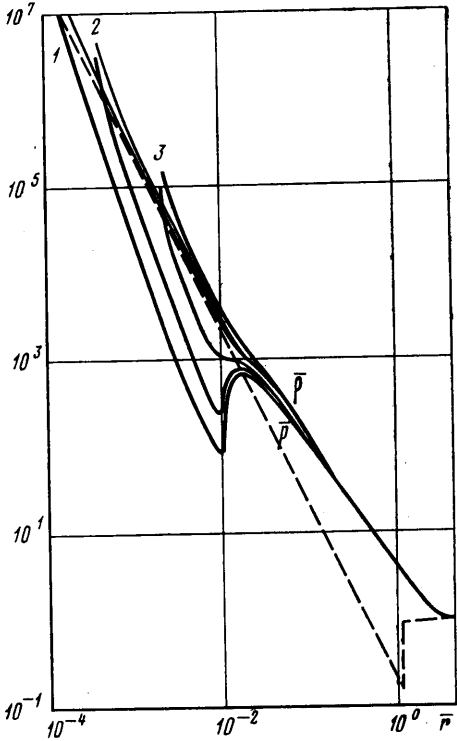
$$(2.5) \quad \begin{aligned} \bar{U} &= \sqrt{2/(\gamma-1)} + \dots, \quad \bar{\rho} = (2/(\gamma+1))^{1/(\gamma-1)} \sqrt{(\gamma-1)/(\gamma+1)} \bar{r}^{-2} + \dots \\ \bar{T} &= \frac{2}{(\gamma+1)} ((\gamma-1)/(\gamma+1))^{1/2(\gamma-1)} (p_\infty/p_{0*})^{(\gamma-1)} \bar{r}^{-2(\gamma-1)} + \dots \\ \bar{p} &= \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} ((\gamma-1)/(\gamma+1))^{1/2\gamma} (p_\infty/p_{0*})^{(\gamma-1)} \bar{r}^{-2\gamma} + \dots \end{aligned}$$

Из (2.5) следует, что при $p_\infty/p_{0*} \rightarrow 0$ давление и температура в гиперзвуковой области течения пренебрежимо малы по сравнению с их значениями на бесконечности. Следовательно, как уже отмечалось выше, их представление в этой области необходимо приводить в переменных (1.4). Для скорости и плотности такое разделение в гиперзвуковом приближении не нужно (см. соотношения (2.3) и (2.5)). При $\gamma=1.4$ распределение этих параметров в переменных (1.3) дано на фиг. 1, 2 штриховыми линиями ($K_2 = \infty$).

Аналогичная картина течения сохраняется и при наличии вязкости. При $r < r_+$ течение продолжает не зависеть от условий на бесконечности и при относительно больших значениях числа Рейнольдса остается близким к идеальному. Это подтверждается результатами численных расчетов [4], а также следует из асимптотического решения, справедливого в гиперзвуковой области течения [5].

Выполнение условий подобия при $r > r_+$ иллюстрируется фиг. 1, 2, на которых представлены результаты численных расчетов при $K_2=0.061$, $\gamma_* = \gamma_\infty = 1.4$, $T_{0*}/T_\infty = 1$, $n_* = n_\infty = 1$. Кривые 1-3 на этих фигурах соответствуют $Re_* = \rho_* U_* r_* / \mu_* = 565, 157, 30$. Несмотря на то что приведенные данные были получены при конечных значениях перепада давления p_∞/p_{0*} , подобие в переменных (1.3) в дозвуковой области течения выполняется достаточно хорошо. Соответствующие асимптотические решения в этой области при $p_\infty/p_{0*} \rightarrow 0$ даны в [5] при $T_{0*}/T_\infty = 1$ и в [4] при $T_{0*}/T_\infty \neq 1$.

В сверхзвуковой области течения приведенные на фиг. 1, 2 зависимости расслаиваются. Однако при $p_\infty/p_{0*} \rightarrow 0$, так же как и в случае идеального газа, давление и температура в гиперзвуковой области течения уменьшаются, стремясь к нулю. Для них необходим переход к критериям (1.4).

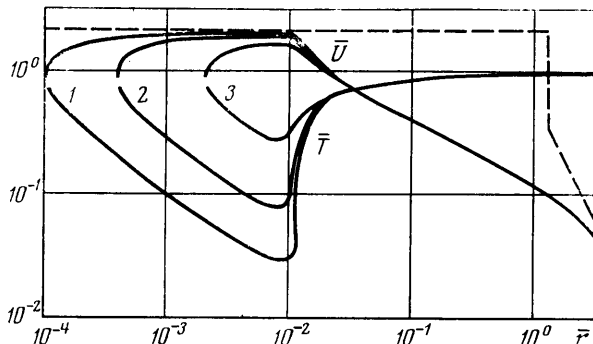


Фиг. 1

В то же время для скорости и плотности такое разделение в этой области не нужно. С погрешностью Re_λ , $\lambda = 2(\gamma - 1)\omega$, $\omega = [2\gamma - 1 - 2n(\gamma - 1)]^{-1}$ они представимы в переменных (1.3) во всем поле течения, исключая окрестность критического сечения источника.

По мере увеличения перепада давления p_∞/p_0 сверхзвуковая область течения уменьшается, скорость в ней становится меньше своего предельного значения (см. фиг. 2), и здесь уже необходим переход к критериям (1.4) для всех параметров потока.

Следует отметить, что рассмотренный выше при столь малом значении параметра подобия K_2 режим течения относится к такому уровню разрежения, при котором в течении исчезают многие газодинамические призна-



Фиг. 2

ки сплошной среды. Об этом, например, свидетельствует монотонное изменение плотности газа. Существование этого режима подтверждается результатами измерения плотности в сильно недорасширенных струях [6].

3. Как уже отмечалось, проведенное выше исследование одномерного расширения вязкого газа может быть использовано при анализе течения в гиперзвуковой области сильно недорасширенной струи. Взаимная эквивалентность этих течений в изэнтропическом случае была показана в [3]. Строгое ее доказательство при наличии вязкости приведено ниже.

Рассмотрим стационарное истечение сильно недорасширенной струи из осесимметричного сопла. Для невязкого газа уравнения Эйлера допускают следующее асимптотическое решение:

$$\begin{aligned}
 (3.1) \quad u' &= u_0 + u_1 \left[\frac{r.'(\varphi)}{r'} \right]^{2(\gamma-1)} + \dots, \\
 v' &= v_1 \left[\frac{r.'(\varphi)}{r'} \right]^{2(\gamma-1)} \frac{d \ln r.'(\varphi)}{d\varphi} + \dots \\
 \rho' &= \frac{1}{u_0} \left[\frac{r.'(\varphi)}{r'} \right]^2 + \dots, \quad T' = \theta_1 \left[\frac{r.'(\varphi)}{r'} \right]^{2(\gamma-1)} + \dots, \\
 p' &= \frac{\theta_1}{u_0} \left[\frac{r.'(\varphi)}{r'} \right]^{2\gamma} + \dots \\
 u_0 &= \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}, \quad u_1 = -\frac{\theta_1}{\sqrt{\gamma^2-1}}, \quad v_1 = -\frac{2\theta_1}{[1-2(\gamma-1)]u_0} \\
 \theta_1 &= \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{1/2(\gamma-1)}
 \end{aligned}$$

Здесь u, v — соответственно радиальная и тангенциальная компоненты скорости, $r' = r/r_j$, r_j — радиус выходного сечения сопла, $r_*(\varphi) = r_*(\varphi)/r_j$ — некоторая произвольная функция от φ , зависимые переменные обезразмерены относительно своих критических значений при $M=1$.

Из сравнения выражений (2.4) и (3.1) в соответствии с результатами работы [3] следует, что изэнтропическое течение в струе на больших расстояниях от выходного сечения сопла асимптотически стремится вдоль каждого луча $\varphi = \text{const}$ к течению от некоторого источника с переменной от луча к лучу интенсивностью. Чтобы получить зависимость радиуса критического сечения эквивалентного источника $r_*(\varphi)$ от угла φ , полученное решение необходимо сравнить с решением при малых r . Обычно для этой цели используют результаты численных расчетов методом характеристик.

На расстояниях $r' = O(\text{Re}^\omega)$ в течении от источника существенными становятся диссипативные процессы, и асимптотические разложения (3.1) в этой области теряют силу. Для нахождения решения здесь воспользуемся уравнениями Навье — Стокса в сферической системе координат с началом в выходном сечении сопла и перейдем в них к новым зависимым и независимым переменным

$$W = \frac{-u_0 + u'}{\alpha^\lambda}, \quad V = \frac{v'}{\alpha^\lambda}, \quad \Theta = \frac{T'}{\alpha^\lambda}, \quad X = \frac{r_*(0)}{r' \alpha^\omega}$$

$$\left(\alpha = \frac{4}{3 \text{Re} r_*(0)}, \quad \text{Re} = \frac{\rho \cdot U \cdot r_j}{\mu} \right)$$

После замены и перехода к $\alpha \rightarrow 0$ получим

$$(3.2) \quad r^{\omega^2} \frac{\partial W}{\partial X} + nu_0 \frac{\Theta^{(n-1)}}{X} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - 2 \frac{u_0 \Theta^n}{X^2} = - \frac{r^{\omega^2}}{\gamma u_0} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} + \frac{2}{X} \Theta \right)$$

$$r^{\omega^2} \frac{\partial \Theta}{\partial X} + u_0 (\gamma - 1) \left(r^{\omega^2} \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{nu_0}{X} \Theta^{(n-1)} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{u_0}{X^2} \Theta^n \right) = 0$$

$$r^{\omega^2} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{V}{X} \right) - \frac{1}{\gamma u_0 X} \frac{\partial}{\partial \varphi} (r^{\omega^2} \Theta) + \frac{nu_0}{2} \frac{\Theta^{n-1}}{X^2} \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} = 0$$

Здесь $r^\omega = r_*(\varphi)/r_*(0)$.

Интегрирование первых двух уравнений системы (3.2) дает при $n \neq 1$

$$W = - \frac{\Theta}{u_0 (\gamma - 1)} - \frac{u_0 \Theta^n}{r^{\omega^2} X}$$

$$\Theta = \left[\frac{\gamma (\gamma + 1) (1 - n) \omega}{r^{\omega^2} X} + \theta_1^{1-n} (r^\omega X)^{2(\gamma-1)(1-n)} \right]^{1/(1-n)}$$

При $\varphi=0$ это решение совпадает с решением [5]. Следовательно, с принятой здесь точностью вязкое течение вдоль оси осесимметричной струи на больших расстояниях от выходного сечения сопла асимптотически стремится к одномерному от сферического источника. Для распределения параметров здесь будут справедливы следующие из одномерного решения соотношения

$$U' = u_0 + R^{-\lambda} W, \quad \rho' = R^{-2\omega} X^2 / (u_0 + R^{-\lambda} W)$$

$$T' = R^{-\lambda} \Theta, \quad p' = R^{-2\omega - \lambda} \Theta X^2 / (u_0 + R^{-\lambda} W)$$

$$X = R^\omega r_*(0) / r', \quad R = 3 / r_*(0) \text{Re}$$

В этих соотношениях для $r_*(0)$ существуют многочисленные приближенные зависимости, содержащие M_j и γ . Соотношения записаны в пере-

менных (1.4). Однако при $|WR^{-\lambda}| \ll u_0$, так же как и в случае идеального газа, для скорости и плотности остаются справедливыми соотношения (2.4) и для переменных с принятой точностью возможен переход к переменным (1.3).

Соответствующий анализ влияния вязкости на течение газа вблизи оси струи, основанный на одномерной аналогии, был дан в [7]. Там же было отмечено достаточно хорошее согласие некоторых экспериментальных данных с законом подобия [1], например, для координаты r_+ , в которой экстремальна плотность, и для самой плотности ρ_+ .

Более подробную экспериментальную проверку подобия можно найти в работах [8-10], в которых при обработке экспериментальных данных с точностью до обозначений также использовался критерий подобия K_2 . Из этих исследований также следует, что при умеренно малых значениях перепада давления p_∞/p_{0j} для плотности ρ и скоростного напора p_0' , который в гиперзвуковой области струи пропорционален ρU^2 , подобие в переменных (1.3) сохраняется во всем поле течения, исключая окрестность выходного сечения звукового сопла.

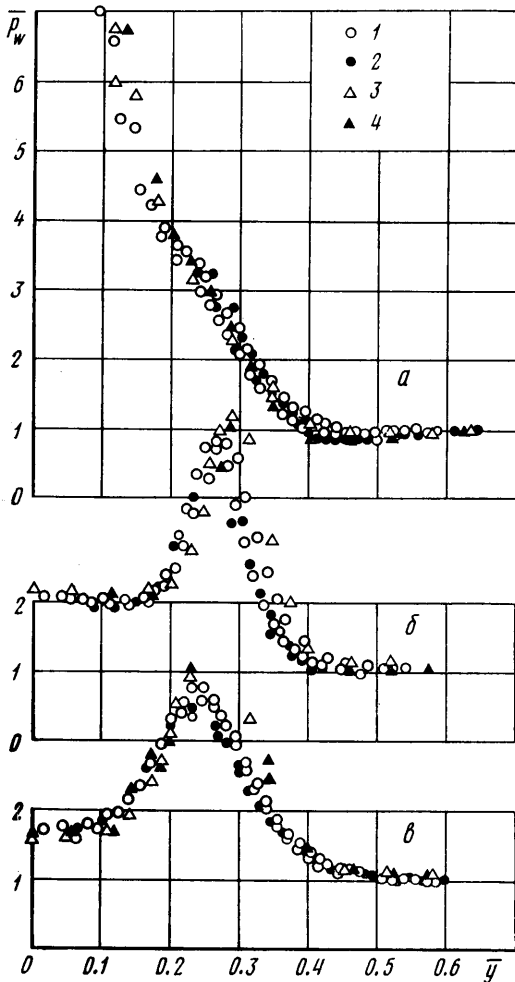
4. В заключение рассмотрим взаимодействие сильно недорасширенных струй с телами. Здесь также приходится различать два случая. Когда внешнее давление p_∞ оказывает заметное влияние на возмущенное около тела течение, условия подобия будут выполнены при равенстве помимо критериев (1.1) параметров [1]

$$K_1 = L d_j^{-1} \sqrt{p_\infty / p_{0j}}, \\ T_w / T_{0j}$$

где L — характерный размер обтекаемого тела, а T_w — его температура.

В этом случае в подобных точках обтекаемого тела ($\bar{x} = \text{const}$, $\bar{y} = \text{const}$, $\bar{z} = \text{const}$) значения чисел Маха и Рейнольдса будут одинаковыми.

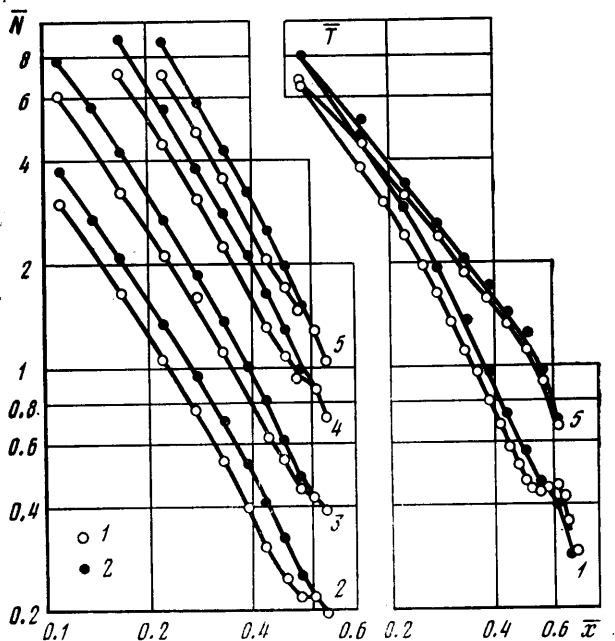
Выполнение этих условий подобия было проверено экспериментально. В качестве моделей использовались пластины, поперечное сечение которых было выполнено в виде прямого угла со стороной L , а продольный размер был больше максимального поперечного размера струи. Исследования проводились в сильно недорасширенных струях воздуха ($\gamma_j = 1.4$), истекающих из звуковых сопел ($M_j = 1$). В экспериментах измерялось распределение давления по поверхности пластины.



Фиг. 3

Результаты этих исследований приведены на фиг. 3 при $K_1=0.115$ и $K_2=94$. На ней дано распределение давления $\bar{p}_w=p_w/p_\infty$ на поверхности пластины в зависимости от \bar{y} в трех сечениях струи $\bar{x}=0.29, 0.58, 0.86$ (данные *a, б, в*). Экспериментальные точки на этой фигуре соответствуют следующим значениям параметров: 1 — $p_{0j}=440$ мм рт.ст., $p_\infty=0.027$ мм рт.ст., $L=40$ мм, $d_j=1.89$ мм, $T_{0j}=295^\circ$ К; 2 — $p_{0j}=220$ мм рт.ст., $p_\infty=0.027$ мм рт.ст., $L=20$ мм, $d_j=1.89$ мм, $T_{0j}=295^\circ$ К; 3 — $p_{0j}=31$ мм рт.ст., $p_\infty=0.104$ мм рт.ст., $L=20$ мм, $d_j=10.1$ мм, $T_{0j}=900^\circ$ К; 4 — $p_{0j}=59.4$ мм рт.ст., $p_\infty=0.104$ мм рт.ст., $L=20$ мм, $d_j=7.3$ мм, $T_{0j}=900^\circ$ К.

Эксперимент охватывает широкий диапазон изменения параметров p_{0j} , p_∞ , T_{0j} , L , d_j и подтверждает справедливость закона подобия [1]. Измерен-



Фиг. 4

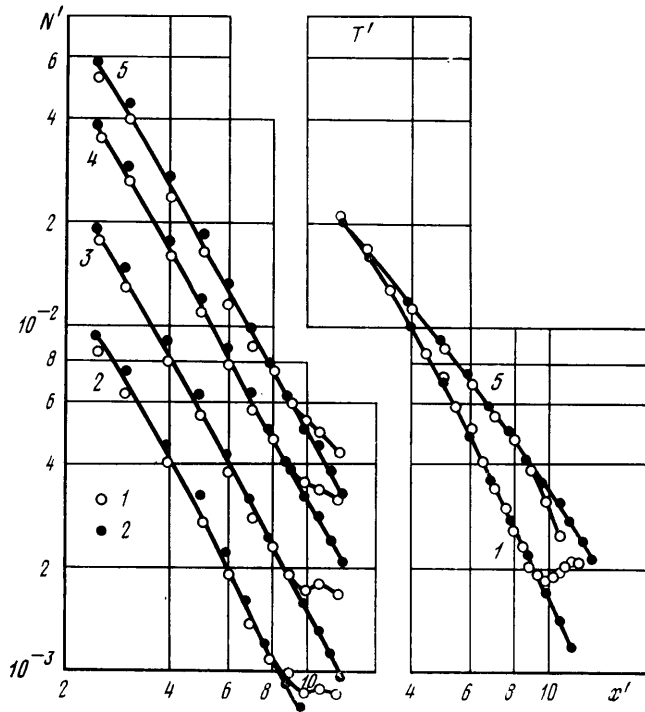
ное давление на пластине представляется здесь единым образом в переменных (1.3), так как его величина в гиперзвуковой области струи пропорциональна скоростному напору ρU^2 , подобие для которого в этих переменных сохраняется во всем поле течения, исключая окрестность выходного сечения сопла.

В общем случае такое представление результатов будет возможно всегда в режиме гиперзвуковой стабилизации для тех областей струи, в которых $M \rightarrow \infty$. Течение около обтекаемого тела в этом случае зависит только от плотности и скорости в невозмущенном потоке, т. е. от тех переменных, для которых подобие в переменных (1.3) сохраняется во всем поле течения струи.

При нарушении принципа независимости течения от числа Маха, например, при достаточно малых углах τ между вектором скорости и поверхностью обтекаемого тела подобие в переменных (1.3) в гиперзвуковой области струи при конечных значениях перепада давления p_∞/p_{0j} будет нарушаться и тем больше, чем меньше будет становиться гиперзвуковой параметр подобия $M\tau$.

На фиг. 4 это иллюстрируется на примере обтекания прямоугольной пластины с характерным размером L и относительной толщиной $t/L=0.05$.

На ней при значениях угла атаки $\alpha=0, 5, 10, 20, 30^\circ$ (кривые 1–5 соответственно) в переменных (1.3) представлено изменение действующих на пластину тангенциальной $\bar{T}=T/p_\infty L^2$ и нормальной $\bar{N}=N/p_\infty L^2$ сил в зависимости от \bar{x} вдоль оси сильно недорасширенной струи воздуха ($\gamma_j=1.4$), истекающей из звукового сопла ($M_j=1$). Исследования проводились при $K_1=0.055$, $K_2=90$, $T_w/T_{0j}=1$, экспериментальные точки на фигуре соответствуют следующим значениям параметров: 1 – $p_{0j}=440$ мм рт. ст., $p_\infty=0.012$ мм рт. ст., $L=20$ мм, $d_j=1.89$ мм, $T_{0j}=295^\circ$ К; 2 – $p_{0j}=27$ мм рт. ст., $p_\infty=0.024$ мм рт. ст., $L=10$ мм, $d_j=5.4$ мм, $T_{0j}=295^\circ$ К. Отчетливо видна



Фиг. 5

разница в приведенных зависимостях при $\bar{x} < \bar{x}_+$, увеличивающаяся по мере уменьшения угла атаки.

В этом случае при взаимодействии гиперзвуковой области струи с телами система критериев подобия и безразмерных зависимых и независимых переменных должна быть записана в виде (1.4) и дополнена параметрами L/d_j и T_w/T_{0j} .

Результаты соответствующих экспериментальных исследований приведены на фиг. 5. На ней, так же как и в предыдущем случае, при тех же значениях угла атаки α , но уже в переменных (1.4) ($Re_j=1044$, $L/d_j=1$, $T_w/T_{0j}=1$) представлено изменение действующих на прямоугольную пластину тангенциальной $T'=T/p_{0j}L^2$ и нормальной $N'=N/p_{0j}L^2$ сил в зависимости от x' вдоль оси сильно недорасширенной струи воздуха ($\gamma_j=1.4$), истекающей из звукового сопла ($M_j=1$). Экспериментальные точки на фигуре соответствуют следующим значениям параметров: 1 – $p_{0j}=2.59$ мм рт. ст., $p_\infty=0.007$ мм рт. ст., $d_j=20$ мм, $T_{0j}=295^\circ$ К; 2 – $p_{0j}=5.2$ мм рт. ст., $p_\infty=0.007$ мм рт. ст., $d_j=10$ мм, $T_{0j}=295^\circ$ К.

Соблюдение подобия в этих переменных в гиперзвуковой области струи очевидно.

Следует обратить внимание на то, что при уменьшении температурного фактора T_w/T_0 , от 1 до 0.5 (фиг. 3) критериальные зависимости, построенные в параметрах подобия, в пределах точности эксперимента изменяются слабо. Это не противоречит установленному ранее выводу (см., например, [11]) о незначительном влиянии температурного фактора на аэродинамические характеристики тел при их обтекании потоком разреженного газа в режиме гиперзвуковой стабилизации.

Поступила 14 XI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусев В. Н., Михайлов В. В. О подобии течений с расширяющимися струями. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 4.
2. Gusev V. N., Zhbakova A. V. The flow of a viscous heat-conducting compressible fluid into a constant pressure medium. *Rarefied Gas Dynam.*, vol. 1. New York — London, Acad. Press., 1969.
3. Ладыженский М. Д. Анализ уравнений гиперзвуковых течений и решение задачи Коши. ПММ, 1962, т. 26, вып. 2.
4. Гусев В. Н., Жбакова А. В. Особенности сферического расширения вязкого газа в затопленное пространство. Уч. зап. ЦАГИ, 1976, т. 7, № 4.
5. Freeman N. C., Kumar S. On the solution of the Navier — Stokes equations for a spherically symmetric expanding flow. *J. Fluid Mech.*, 1972, vol. 56, pt 3.
6. Muntz E. P., Hamel V. B., Maguire B. L. Some characteristics of exhaust plume rarefaction. *AIAA Journal*, 1970, vol. 8, No. 9.
7. Гусев В. Н. О влиянии вязкости в струйных течениях. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 6.
8. Авдучевский В. С., Иванов А. В., Карпман И. М., Трасковский В. Д., Юделович М. Я. Течение в сверхзвуковой вязкой недорасширенной струе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
9. Авдучевский В. С., Иванов А. В., Карпман И. М., Трасковский В. Д., Юделович М. Я. Влияние вязкости на течение в начальном участке сильно недорасширенной струи. Докл. АН СССР, 1974, т. 197, № 1.
10. Волчков В. В., Иванов А. В., Кисляков Н. И., Ребров А. К., Сузнев В. А., Шарафутдинов Р. Г. Струи низкой плотности за звуковым соплом при больших перепадах давления. ПМТФ, 1973, № 2.
11. Гусев В. Н., Ерофеев А. И., Климова Т. В., Перепухов В. А., Рябов В. В., Толстых А. И. Теоретические и экспериментальные исследования обтекания тел простой формы гиперзвуковым потоком разреженного газа. Тр. ЦАГИ, 1977, вып. 1855.