

ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПУЛЬСАЦИЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИ РАСЧЕТЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ СТРУЙНОГО ТИПА

А. Б. ЛЕБЕДЕВ

(Москва)

Приводится вывод уравнения для пульсаций концентрации и аппроксимации неизвестных корреляций в этом уравнении. Предлагается аппроксимация распределения вероятностей концентрации пассивной примеси, учитывающая перемежаемость и позволяющая учитывать влияние пульсаций на параметры струйных течений. С помощью полуэмпирической $(\epsilon - \epsilon)$ -модели турбулентности и уравнения для пульсаций концентрации в приближении пограничного слоя рассчитываются характеристики изотермических затопленных осесимметричных струй, а также осесимметричных диффузионных затопленных факелов пропана и водорода в воздухе.

Установлено, что при увеличении числа Фруда интенсивность пульсаций концентрации как для изотермических струй, так и для диффузионных факелов уменьшается. Пульсации концентрации оказывают существенное влияние на характеристики турбулентного диффузионного факела на его начальном участке. В отсутствие сил плавучести на основном участке пульсации концентрации слабо влияют на характеристики факела. Горящие струи более дальнобойны по сравнению со струями без горения. Горение слабо влияет на интенсивность пульсаций скорости и концентрации.

Для теоретического исследования турбулентного смешения течений струйного типа в настоящее время большое распространение получили подходы, использующие в качестве замыкающих соотношений двухпараметрические модели турбулентности, состоящие из полуэмпирических дифференциальных уравнений [1, 2]. Как правило, одним из уравнений в модели турбулентности является уравнение для энергии турбулентности $e = \frac{1}{2} \langle u_{\alpha}' u_{\alpha}' \rangle$ (u_{α}' — пульсационная компонента скорости, $\alpha = 1, 2, 3$, $\langle \rangle$ — скобки осреднения), а в качестве другого применяется либо уравнение для интегрального масштаба турбулентности L [3], либо уравнение для различных комбинаций этих параметров — турбулентной вязкости $\epsilon \sim \sqrt{\epsilon} L$ [4], скорости диссипации $\epsilon \sim e^2/\nu$ [5] и т. д. Необходимость использования подобных подходов связана в первую очередь с возможностями расчета средних параметров и характеристик турбулентности сложных неавтономных течений, зависящих от предьстории потока. Кроме того, такой способ замыкания позволяет, используя полуэмпирическое уравнение для пульсаций концентрации $\sigma = \sqrt{\langle (c - \langle c \rangle)^2 \rangle}$ [6, 7] (c — массовая концентрация), рассчитывать среднеквадратичную величину пульсаций концентрации, а также определять коэффициент перемежаемости γ и функцию распределения плотности вероятности $P(c)$. Знание этих величин особенно важно при исследовании турбулентного смешения при наличии диффузионного горения. Известно [8], что описывать турбулентное горение необходимо с учетом пульсаций газодинамических параметров, так как расчет характеристик диффузионного горения в «квазиламинарной» постановке не позволяет учесть ряд качественных особенностей процесса.

Несмотря на имеющиеся в настоящее время значительное число работ по расчету турбулентных струй, целый ряд аспектов этого вида течений мало изучен. Так, недостаточно полно изучено влияние сил плавучести, возникающих из-за разности плотностей струй разных газов, на уровень пульсаций концентрации. Имеется очень немного данных по влиянию горения на турбулентные характеристики течения. Рассмотрению этих вопросов и посвящена данная работа.

Предлагается полуэмпирическое уравнение для пульсаций концентрации, связанное с разработанной в [4] $(\epsilon - \epsilon)$ -моделью турбулентности. Это уравнение применяется при расчете изотермических струй, а также диффузионных факелов горения. Основное внимание уделено характеру поведения пульсаций концентрации.

1. Получим уравнение для пульсаций концентрации в случае турбулентного течения сжимаемого газа, воспользовавшись уравнением диффузии и неразрывности

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho c}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_{\alpha} c}{\partial x_{\alpha}} = \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial x_{\alpha}}$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} = 0$$

Здесь ρ — плотность, u_{α} — компонента мгновенной скорости, $q_{\alpha} = D \rho \partial c / \partial x_{\alpha}$ — компонента мгновенного потока вещества, D — коэффициент молекулярной диффузии, t — время.

Представим параметры течения в виде суммы средней и пульсационной составляющих: $c = \langle c \rangle + c'$, $u_{\alpha} = \langle u_{\alpha} \rangle + u'_{\alpha}$.

Рассмотрим вспомогательное тождество

$$(1.3) \quad \frac{\partial \rho c'^2}{\partial t} = c' \frac{\partial \rho c' / 2}{\partial t} + \rho c' \frac{\partial c' / 2}{\partial t}$$

Применяя подход, предложенный в [5], получим уравнение для каждого слагаемого в правой части (1.3). Используя уравнения (1.1) и (1.2), имеем

$$(1.4) \quad c' \frac{\partial \rho c' / 2}{\partial t} = \frac{1}{2} \left\{ -c' \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} (\rho c' u'_{\alpha} + \rho c' \langle u_{\alpha} \rangle) - \rho c' u'_{\alpha} \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_{\alpha}} + \rho c' \left\langle u'_{\alpha} \frac{\partial c'}{\partial x_{\alpha}} \right\rangle + c' \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} - c' \rho \left\langle \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} \right\rangle \right\}$$

$$(1.5) \quad \rho c' \frac{\partial c' / 2}{\partial t} = \frac{1}{2} \left\{ -\rho c' \langle u_{\alpha} \rangle \frac{\partial c'}{\partial x_{\alpha}} - \rho c' u'_{\alpha} \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_{\alpha}} - \rho c' u'_{\alpha} \frac{\partial c'}{\partial x_{\alpha}} + \rho c' \left\langle u'_{\alpha} \frac{\partial c'}{\partial x_{\alpha}} \right\rangle + c' \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} - \rho c' \left\langle \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} \right\rangle \right\}$$

Сложив левые и правые части (1.4) и (1.5), получим после осреднения уравнение для пульсаций концентрации в случае течения сжимаемого газа

$$(1.6) \quad \frac{\partial \langle \rho c'^2 \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \rho c'^2 \rangle \langle u_{\alpha} \rangle}{\partial x_{\alpha}} = - \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left(\frac{\langle \rho c'^2 u'_{\alpha} \rangle}{2} - \langle c' q_{\alpha} \rangle \right) - \langle \rho c' u'_{\alpha} \rangle \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_{\alpha}} - \left\langle q_{\alpha} \frac{\partial c'}{\partial x_{\alpha}} \right\rangle + \langle \rho c' \rangle \left(- \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial t} - \langle u_{\alpha} \rangle \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_{\alpha}} \right)$$

Рассмотрим левую и правую части уравнения (1.6), считая, что мгновенную плотность можно представить в виде $\rho = \langle \rho \rangle + \rho'$.

Конвективный член в (1.6) представим в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\langle \rho \rangle \frac{\langle c'^2 \rangle}{2} + \frac{\langle \rho' c'^2 \rangle}{2} \right) + \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle c'^2 \rangle \langle u_{\alpha} \rangle}{\partial x_{\alpha}} + \frac{\partial \langle \rho' c'^2 \rangle \langle u_{\alpha} \rangle}{\partial x_{\alpha}}$$

Пренебрегая тройными корреляциями в этом члене, найдем

$$(1.7) \quad \langle \rho \rangle \frac{\partial \langle c'^2 \rangle / 2}{\partial t} + (\langle \rho \rangle \langle u_{\alpha} \rangle + \langle \rho' u'_{\alpha} \rangle) \frac{\partial \langle c'^2 \rangle / 2}{\partial x_{\alpha}}$$

Аппроксимируем корреляции, стоящие в правой части уравнения (1.6). Примем концепцию градиентной диффузии для первого члена в правой части, считая, что

$$-\langle u'_\alpha c'^2 \rangle \simeq \varepsilon \frac{\partial \langle c'^2 \rangle / 2}{\partial x_\alpha}, \quad \langle c' q'_\alpha \rangle \equiv D \langle \rho \rangle \frac{\partial \langle c'^2 \rangle / 2}{\partial x_\alpha} + D \langle \rho' c' \rangle \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_\alpha}$$

Тогда первый член в правой части (1.6), характеризующий диффузионный перенос, производимый пульсациями скорости и молекулярным рассеиванием, представим в следующем виде:

$$(1.8) \quad -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\langle \left\langle \frac{\rho c'^2}{2} u'_\alpha \right\rangle - \langle c' q'_\alpha \rangle \right\rangle \simeq \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\{ \varepsilon \langle \rho \rangle \frac{\partial \langle c'^2 \rangle / 2}{\partial x_\alpha} + \langle \rho \rangle D \frac{\partial \langle c'^2 \rangle / 2}{\partial x_\alpha} - \langle \rho' c'^2 u'_\alpha \rangle / 2 + D \langle c' \rho' \rangle \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_\alpha} \right\}$$

Если пренебречь корреляцией четвертого порядка и учесть, что четвертый член в (1.8) порядка $1/Re'$ и при больших числах Рейнольдса мал, то первое слагаемое можно записать в виде

$$(1.9) \quad -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\langle \left\langle \frac{\rho c'^2}{2} u'_\alpha \right\rangle - \langle c' q'_\alpha \rangle \right\rangle \simeq \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\{ \langle \rho \rangle (\kappa_1 \varepsilon + D) \frac{\partial \langle c'^2 \rangle / 2}{\partial x_\alpha} \right\}$$

Здесь κ_1 — постоянная, характеризующая переносные свойства турбулентного потока.

Предполагая отсутствие корреляции акустических пульсаций с пульсациями завихренности и с энтропийными пульсациями [10], получим

$$\begin{aligned} -\langle c' u'_\alpha \rangle &= a_1 \varepsilon \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_\alpha} - a_2 \frac{\varepsilon g_{i\alpha}}{G} \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_i} \\ g_{i\alpha} &= \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \langle u_\alpha \rangle}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_k} \delta_{i\alpha} \\ G^2 &\equiv \left| \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_\alpha} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \langle u_\alpha \rangle}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_k} \delta_{i\alpha} \right) \right| \end{aligned}$$

где $i, \alpha, k=1, 2, 3$; $\delta_{i\alpha}$ — символ Кронекера, a_1 и a_2 — постоянные.

Тогда второй член в правой части (1.6), характеризующий концентрацию, перенесенную от осредненного потока под действием градиента средней концентрации, можно представить, пренебрегая тройными корреляциями $\langle \rho' c' u'_\alpha \rangle$, в виде

$$(1.10) \quad -\langle \rho u'_\alpha c' \rangle \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_\alpha} = -\langle \rho \rangle \langle c' u'_\alpha \rangle \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_\alpha} = \\ = -\langle \rho \rangle \left(a_1 \varepsilon \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_\alpha} - a_2 \frac{\varepsilon g_{i\alpha}}{G} \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_\alpha}$$

Третий член в правой части уравнения (1.6) характеризует скорость смешения вещества до молекулярного уровня (диссипация дисперсии концентрации из-за молекулярной диффузии)

$$(1.11) \quad \left\langle q'_\alpha \frac{\partial c'}{\partial x_\alpha} \right\rangle = D \langle \rho \rangle \left\langle \left(\frac{\partial c'}{\partial x_\alpha} \right)^2 \right\rangle + D \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_\alpha} \left\langle \rho' \frac{\partial c'}{\partial x_\alpha} \right\rangle + \\ + D \left\langle \rho' \left(\frac{\partial c'}{\partial x_\alpha} \right)^2 \right\rangle$$

Второй член в (1.11) порядка $1/Re'$ и при больших числах Рейнольдса мал. Третий член в (1.11) во вполне турбулентной жидкости из-за статистической независимости крупных и мелких вихрей равен нулю. В общем случае из-за перемежаемости он отличен от нуля. Однако в данной работе в дальнейшем будем им пренебрегать. Для аппроксимации $D\langle\rho\rangle \times \langle(\partial c'/\partial x_\alpha)^2\rangle$ выберем в качестве характерной длины микромасштаб турбулентности λ . Считая, что справедлива связь $L/\lambda=0.5+0.05 Re_t$ между интегральным масштабом и микромасштабом турбулентности, получим при $Re_t=\sqrt{\epsilon} \lambda/\nu \rightarrow \infty$ ($\nu \sim D$ — молекулярная вязкость)

$$(1.12) \quad \left\langle q_\alpha \frac{\partial c'}{\partial x_\alpha} \right\rangle \sim D \frac{\langle\rho\rangle\langle c'^2/2\rangle\sqrt{\epsilon}}{\lambda^2\sqrt{\epsilon}} \sim \frac{\langle\rho\rangle\langle c'^2/2\rangle\sqrt{\epsilon}}{L} \sim \frac{\langle\rho\rangle\langle c'^2/2\rangle e}{\epsilon}$$

Последний член уравнения (1.6) в случае небольшого уровня пульсаций концентрации можно представить в виде

$$(1.13) \quad \langle\rho c'\rangle \left(-\frac{\partial\langle c\rangle}{\partial t} - \langle u_\alpha\rangle \frac{\partial\langle c\rangle}{\partial x_\alpha} \right) = \\ = \left\langle \frac{\partial\rho}{\partial c} \right\rangle \langle c'^2\rangle \left(-\frac{\partial\langle c\rangle}{\partial t} - \langle u_\alpha\rangle \frac{\partial\langle c\rangle}{\partial x_\alpha} \right)$$

Однако в общем случае для аппроксимации этого члена необходимо знание функции распределения плотности вероятности $P(c)$. Тогда корреляция

$$\langle\rho c'\rangle = \int_0^1 \rho c P(c) dc - \langle\rho\rangle\langle c\rangle$$

С учетом сделанных выше допущений при описании двумерных квазистационарных течений струйного типа уравнение для пульсаций концентрации (1.6) можно представить в виде

$$(1.14) \quad \langle\rho\rangle\langle u\rangle \frac{\partial\theta}{\partial x} + \langle\rho\rangle\langle v\rangle \frac{\partial\theta}{\partial y} = \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \langle\rho\rangle y^i (\kappa_i \epsilon + D) \frac{\partial\theta}{\partial y} \right\} + \\ + \frac{\langle\rho\rangle\epsilon}{Sc_t} \left(\frac{\partial\langle c\rangle}{\partial y} \right)^2 - \beta_1 \frac{\langle\rho\rangle e\theta}{\epsilon} - \langle\rho'c'\rangle \left(\langle u\rangle \frac{\partial\langle c\rangle}{\partial x} + \langle v\rangle \frac{\partial\langle c\rangle}{\partial y} \right)$$

Здесь $\theta=\langle c'^2\rangle/2$; $i=0, 1$ — соответственно плоский и осесимметричный случай, κ_i, Sc_t, β_1 — эмпирические постоянные.

Для решения уравнения (1.14) необходимо знать два параметра турбулентности, входящие в это уравнение — турбулентную вязкость ϵ и энергию турбулентности e . Поэтому в качестве замыкающих соотношений здесь используется двухпараметрическая модель турбулентности, состоящая из двух дифференциальных уравнений для e и ϵ [4]. Эта модель турбулентности представляет собой модификацию в случае струйных течений модели для турбулентной вязкости [11].

2. Соотношения, описывающие квазистационарные двумерные струйные течения, представляют собой уравнение состояния, неразрывности, а также записанные в приближении пограничного слоя уравнения движе-

ния, диффузии, пульсаций концентрации, энергии турбулентности и турбулентной вязкости,

$$(2.1) \quad \langle \rho \rangle = \langle \rho \rangle (\langle c \rangle, \theta)$$

$$(2.2) \quad \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle u \rangle y^i}{\partial x} + \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle v \rangle_0 y^i}{\partial y} = 0$$

$$(2.3) \quad \langle \rho \rangle \langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \langle \rho \rangle \langle v \rangle_0 \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} = \\ = \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \langle \rho \rangle y^i (\varepsilon + \nu) \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right\} - (\langle \rho \rangle - \langle \rho \rangle_2) g$$

$$(2.4) \quad \langle \rho \rangle \langle u \rangle \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x} + \langle \rho \rangle \langle v \rangle_0 \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial y} = \\ = \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \langle \rho \rangle y^i \left(\frac{\varepsilon}{Sc_t} + \frac{\nu}{Sc} \right) \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial y} \right\}$$

$$(2.5) \quad \langle \rho \rangle \langle u \rangle \frac{\partial \theta}{\partial x} + \langle \rho \rangle \langle v \rangle_0 \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \langle \rho \rangle y^i \left(\kappa_1 \varepsilon + \frac{\nu}{Sc} \right) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right\} + \\ + \frac{\langle \rho \rangle \varepsilon}{Sc_t} \left(\frac{\partial \langle c \rangle}{\partial y} \right)^2 - \beta_1 \frac{\langle \rho \rangle e \theta}{\varepsilon} - \langle \rho' c' \rangle \left(\langle u \rangle \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial y} \right)$$

$$(2.6) \quad \langle \rho \rangle \langle u \rangle \frac{\partial e}{\partial x} + \langle \rho \rangle \langle v \rangle_0 \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \langle \rho \rangle y^i (\kappa_2 \varepsilon + \nu) \frac{\partial e}{\partial y} \right\} + \\ + \langle \rho \rangle \varepsilon \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{\varepsilon} \beta^2 \rho e^2$$

$$(2.7) \quad \langle \rho \rangle \langle u \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \langle \rho \rangle \langle v \rangle_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \langle \rho \rangle y^i (\kappa_3 \varepsilon + \nu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} + \\ + \beta_3 \frac{\varepsilon^2 \langle \rho \rangle}{e} \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 - \beta_4 \langle \rho \rangle \varepsilon \left| \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right|$$

Здесь $\langle v \rangle_0 = (\langle \rho \rangle \langle v \rangle + \langle \rho' v' \rangle) \langle \rho \rangle^{-1}$, g — ускорение силы тяжести, $\langle \rho \rangle_2$ — плотность газа вне струи. Последний член в правой части уравнения движения (2.3) характеризует влияние сил плавучести.

Предполагается, что ось x совпадает с осью струи, ось y направлена перпендикулярно оси x . Эти уравнения справедливы и при турбулентном диффузионном горении, поскольку отличие этого процесса от процесса смешения не реагирующих газов описывается изменением уравнения состояния.

Выбор эмпирических коэффициентов κ_1 и β_1 в уравнении для пульсаций концентрации проводился таким образом, чтобы удовлетворить некоторым известным физическим условиям. На границе турбулентного потока, где наблюдается перемежаемость, обращаются в нуль как средняя концентрация $\langle c \rangle$, так и пульсации концентрации. При этом уровень пульсаций концентраций стремится к нулю медленнее, чем средняя концентрация [12]. В данной модели перемежаемость учитывается косвенным образом подбором коэффициентов диффузии в уравнениях (2.4) и (2.5).

Если рассмотреть задачу о границе турбулентной и нетурбулентной жидкостей, то условию $\theta / \langle c \rangle \rightarrow 0$ соответствует связь коэффициентов κ_1

и Sc_t вида $\kappa_1 < 1 / Sc_t$. Из опытных данных известно, что турбулентное число Шмидта меняется в диапазоне 0.5—1. Принималось, что $Sc_t = 0.8$, откуда коэффициент κ_1 не должен превышать 1.2. Коэффициент β_1 при диссипативном члене в уравнении (2.5) выбирался из условия о вырождении однородной изотропной турбулентности. Если воспользоваться инвариантом Корсина [9], то можно получить связь между коэффициентами β_1 и β_2 вида $\beta_1 = 3/2 \beta_2$.

Последний член в уравнении для пульсаций концентрации записывался с использованием функции распределения плотности вероятности $P(c)$

в виде $\langle \rho'c' \rangle = \int_0^1 (\rho - \langle \rho \rangle) (c - \langle c \rangle) P(c) dc$. При расчетах использовался

следующий набор полуэмпирических коэффициентов: $\kappa_1 = \kappa_2 = 1.2$, $\kappa_3 = 2.4$, $\beta_1 = 0.14(1 + \epsilon e^{-1} |\partial \langle u \rangle / \partial y|)$, $\beta_2 = 0.07(1 + \epsilon e^{-1} |\partial \langle u \rangle / \partial y|)$, $\beta_3 = 0.9$, $\beta_4 = 0.14$, $Sc_t = Sc = 0.8$.

3. Известно [13], что мгновенные значения температуры и плотности выражаются через концентрацию пассивной примеси нелинейным образом. Если уровень пульсаций концентрации достаточно велик, то становится существенным вопрос об осреднении этих мгновенных значений. В общем случае для проведения осреднения необходимо знать функцию распределения плотности вероятности концентрации $P(c)$. Вблизи оси или плоскости симметрии струйных течений $P(c)$ описывается нормальным законом, а уровень пульсаций концентрации невелик [14]. Однако по мере приближения к краю струи вследствие перемежаемости уровень пульсаций концентрации сильно возрастает, что особенно существенно для диффузионного факела, поскольку обычно фронт пламени расположен вблизи края струи. Закон распределения вероятностей становится отличным от нормального. Характер распределения вероятностей в настоящее время до конца не изучен.

В настоящей работе для определения $P(c)$ использовалась приближенная зависимость, аппроксимирующая решение уравнения для распределения вероятностей концентрации на краю струи [14]

$$(3.1) \quad P(c) = (1 - \gamma) \delta(c) + \gamma \delta(c - \langle c \rangle_t)$$

Здесь γ — коэффициент перемежаемости, $\langle c \rangle_t = \langle c \rangle / \gamma$ — средняя концентрация примеси во вполне турбулентной жидкости, $\delta(c)$ — дельта-функция.

Следуя [14], параметр γ можно связать с величинами $\langle c \rangle$ и $\sigma = \sqrt{2\theta}$ приближенной зависимостью

$$(3.2) \quad \gamma = 1.3 \langle c \rangle^2 / (\langle c \rangle^2 + \sigma^2)$$

В тех случаях, когда эта зависимость дает значения $\gamma > 1$, принималось $\gamma = 1$.

Формула (3.1) позволяет по значениям $\langle c \rangle$ и σ , определенным из уравнения диффузии и пульсаций концентрации, найти среднее значение любой величины, зависящей от концентрации пассивной примеси, в частности среднее значение плотности $\langle \rho(c) \rangle$.

4. Среди различных течений струйного типа наиболее полно изучена осесимметричная струя несжимаемой жидкости. Поэтому для определения возможности использования предложенного уравнения для пульсаций концентрации в данной работе сначала рассматривался этот вид течения. При этом в уравнении движения отсутствовали члены, учитывающие силу тяжести, а в (2.5) полагалось равным нулю последнее слагаемое в правой части уравнения.

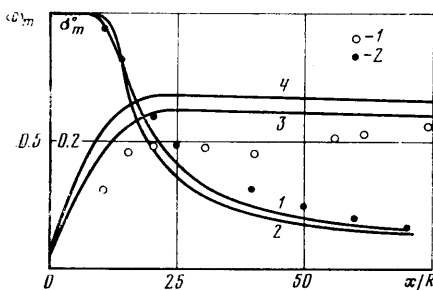
Граничные условия для системы (2.2)–(2.7) имеют вид

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} = \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial y} = \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \quad \langle v \rangle_0 = 0, \quad y=0$$

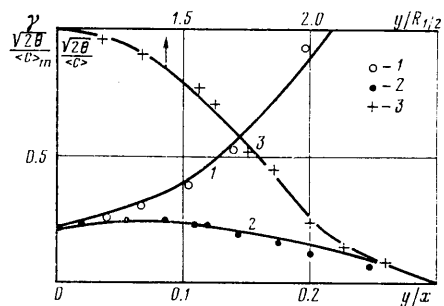
$$(4.1) \quad \langle u \rangle = \langle c \rangle = e = \varepsilon = \theta = 0, \quad y \rightarrow \infty$$

В качестве начальных данных ($x=0$) задавались профили $\langle u \rangle$, $\langle c \rangle$, e , ε (см. [4]), а также θ . Пульсации концентрации на кромке сопла полагались равными 2%, а в остальной области $\theta=10^{-6}$. Число Рейнольдса, определенное по значениям на срезе сопла, равнялось 10^5 .

Система уравнений (2.2)–(2.7) интегрировалась численно. Для уравнений (2.3)–(2.7) использовалась двухслойная, безусловно монотонная неявная схема первого порядка точности. Для определения $\langle v \rangle_0$ использовалось условие «совместности» для уравнений параболического типа [4].



Фиг. 1



Фиг. 2

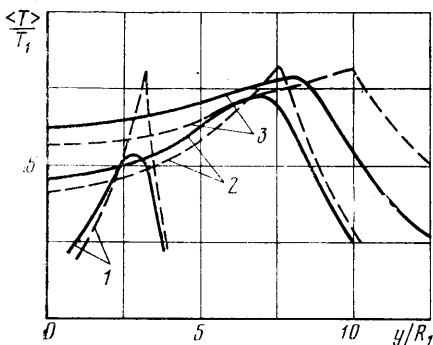
Результаты расчета средних и пульсационных характеристик течения сравнивались как с экспериментальными данными, так и с расчетами по модели турбулентности, рекомендованной в [2]. На фиг. 1 приведено затухание осевой концентрации $\langle c \rangle_m$ (кривые 1 и 2 — расчет по $(e-\varepsilon)$ -модели турбулентности и по модели турбулентности из [2], точки 1 — экспериментальные данные [12]) и распределение максимального относительного уровня пульсаций концентрации $\sigma_m^0 = (\sqrt{2\theta} / \langle c \rangle)_m$ (кривые 3 и 4 — расчет по $(e-\varepsilon)$ -модели и по модели [2], точки 2 — экспериментальные данные [12]).

Отметим, что уровень пульсаций концентрации на оси осесимметричной струи несжимаемой жидкости в «основном» участке по многочисленным опытным данным лежит в диапазоне 21–24%. На основном участке (автомодельная область) затопленной струи, когда течение практически перестает зависеть от начальных неравномерностей потока, имеется хорошее совпадение результатов расчета по $(e-\varepsilon)$ -модели турбулентности и экспериментальных данных из [12] по относительным профилям пульсаций концентрации $(\sqrt{2\theta} / \langle c \rangle)_m$ и $\sqrt{2\theta} / \langle c \rangle$ (на фиг. 2 кривые 1, 2 — расчет $\sqrt{2\theta} / \langle c \rangle$, $(\sqrt{2\theta} / \langle c \rangle)_m$ соответственно, точки 1, 2 — экспериментальные данные для $\sqrt{2\theta} / \langle c \rangle$, $(\sqrt{2\theta} / \langle c \rangle)_m$ из [12]).

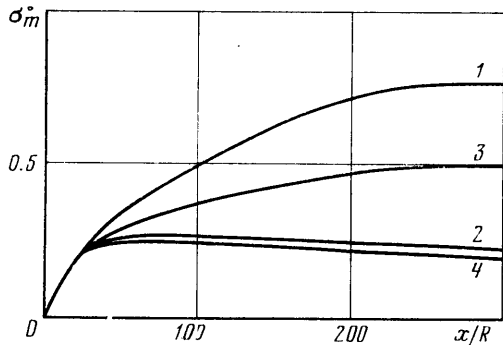
Из (3.2), зная интенсивность пульсаций концентрации, можно определить коэффициент перемежаемости γ . На фиг. 2 приведено распределение по относительному радиусу струи $R = R_{1/2(c)}$ ($R_{1/2(c)}$ — значение ординаты струи, где концентрация равна половине осевой концентрации) расчетного значения коэффициента перемежаемости γ (кривая 3) и экспериментальных данных [12] для затопленной струи (кресты 3).

Из сопоставления расчетных и экспериментальных данных следует, что $(e-\varepsilon)$ -модель турбулентности совместно с уравнением для пульсаций концентрации позволяет удовлетворительно описывать затопленную струю несжимаемой жидкости.

Для выяснения влияния сил плавучести ($(\langle\rho\rangle-\langle\rho\rangle_2)g\neq 0$) на характеристики затопленной струи было проведено расчетное исследование направленной вертикально вниз струи фреона в воздухе ($n=\langle\rho\rangle_2/\langle\rho\rangle_1=0.24$, $\langle\rho\rangle_1$ — плотность газа в струе). Результаты расчета, проведенного при различных числах Фруда ($10\leq Fr=\langle u\rangle_1^2/gR_1\leq\infty$, $\langle u\rangle_1$ — скорость в струе, R_1 — радиус сопла), показали, что влияние сил плавучести на некоторые параметры течения существенно. Так, при $Fr=50$ уровень пульсаций концентрации в «основном» участке струи на оси течения возрос до 45% (вместо 25% при $Fr=\infty$), что соответствует экспериментальным данным из [15].



Фиг. 3



Фиг. 4

5. Кроме изотермических течений было рассмотрено диффузионное горение затопленных осесимметричных факелов водорода и пропана в воздухе.

Если при горении с бесконечно большой скоростью происходит простейшая необратимая реакция — топливо+окислитель-продукты сгорания, то кинетику можно не рассматривать и задача замыкается условием равенства нулю концентрации топлива и окислителя на фронте пламени [13]. При этом в силу подобия процессов тепломассопереноса (это справедливо, если коэффициенты молекулярного переноса равны друг другу и скорость мала) температура, плотность и концентрация реагирующих веществ однозначно выражаются через концентрацию пассивной примеси s .

Результаты расчета диффузионного факела пропана и водорода качественно совпадают между собой. В обоих случаях факелы более дальнобойны по сравнению со струями без горения. Относительная энергия турбулентности $e^0=\sqrt{e_m}/\langle u \rangle_m$ (где e_m — максимальная в данном сечении энергия, $\langle u \rangle_m$ — скорость на оси) для факелов и изотермических струй пропана и водорода примерно одинакова, не зависит от числа Фруда ($5 \cdot 10 \leq Fr \leq \infty$) и составляет 20–30%. Турбулентная вязкость в факеле значительно больше, чем в негорящей струе. Эти результаты подтверждаются опытными данными [16].

На фиг. 3 представлены поля безразмерной температуры $\langle T \rangle / T_1$ ($T_1=300^\circ\text{K}$ — температура в начальном сечении) в различных сечениях факела водорода (кривые 1, 2, 3 соответствуют $x/R_1=15, 55, 100$). В отличие от «квазиламинарного» приближения (пунктирная линия) при учете

пульсаций концентрации (сплошная линия) температура по длине факела растет и приближается к адиабатической. Это связано с тем, что фронт пламени приближается к оси течения, где уровень пульсаций концентрации снижается. Сравнение результатов расчета факела водорода, полученных в данной работе, с результатами из [4] показало хорошее соответствие по осевым параметрам течения и длине факела. Настоящая методика, кроме того, позволяет правильно описывать поперечные распределения всех параметров течения.

Силы плавучести заметно влияют на уровень пульсаций концентрации в диффузионном факеле. Из фиг. 4 следует, что при $Fr=5 \cdot 10^2$ (кривая 1) интенсивность пульсаций концентрации на оси факела достигает 80%, в то время как при $Fr=\infty$ (кривая 2) не превышает 30%. Здесь же приведены результаты расчета при числах Фруда $Fr=5 \cdot 10^2$ и ∞ (кривые 3 и 4 соответственно) в том случае, когда в уравнении для пульсаций концентрации учитывается член, связанный с корреляцией $\langle \rho'c' \rangle$. Учет этого члена приводит к снижению уровня пульсаций концентрации. Так, на оси факела при $Fr=5 \cdot 10^2$ уровень пульсаций концентрации составляет 50%. Этот результат указывает на необходимость учета корреляций, связанных с пульсациями плотности.

Результаты расчета как изотермических турбулентных струй, так и затопленных диффузионных турбулентных факелов показывают, что рассматриваемая ($\epsilon-\epsilon-\theta$)-модель турбулентности позволяет выявить ряд особенностей струйных турбулентных течений, например увеличение уровня пульсаций концентрации на оси струй и факелов при уменьшении числа Фруда, изменение максимальной температуры по длине факела. Предпринятая в работе попытка учета влияния на характеристики течения пульсаций плотности в уравнении для пульсаций концентрации показала важность учета этого эффекта. При высоком уровне пульсаций концентраций может оказаться существенным также влияние на характеристики течения корреляций пульсаций плотности и концентрации более высокого порядка. Этот вопрос требует дальнейшего изучения.

В заключение автор выражает признательность А. Н. Секундову за постановку задачи и внимание к работе, В. Р. Кузнецову и И. П. Смирновой за полезные обсуждения.

Поступила 22 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Launder B. E., Spalding D. B.* Mathematical models of turbulence. London - New York, Acad. Press., 1972.
2. *Launder B. E., Spalding D. B.* The numerical computation of turbulent flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engng, 1974, vol. 3, No. 2.
3. *Rotta J. C.* Statistische Theorie Nichthomogener Turbulenz. Z. Physik, 1951, Bd 129, H. 5, Bd 131, H. 1.
4. *Кузнецов В. Р., Лебедев А. Б., Секундов А. Н., Смирнова И. П.* Расчет турбулентного диффузионного факела горения с учетом пульсаций концентрации и архимедовых сил. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 1.
5. *Lockwood F. C., Naguib A. S.* The prediction of the fluctuations in the properties of free, round - jet turbulent, diffusion flames. Combustion and Flame, 1975, vol. 24, No. 1.
6. Turbulence. Berlin, Heidelberg, New York, Springer Verlag, 1976. (Topics in Appl. Phys., v. 12)
7. *Spalding D. B.* Concentration fluctuations in round turbulent free jet. Chem. Engng Sci., 1971, vol. 26, No. 1.
8. *Гаусорн В., Уиделл Д., Хоттел Г.* Смешивание и горение в турбулентных газовых струях. В сб. «Вопросы горения». № 1. М., Изд-во иностр. лит., 1953.
9. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика, ч. 1. М., «Наука», 1965.
10. *Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н.* Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтономности. М., «Машиностроение», 1975.

11. Секундов А. Н. Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости к анализу плоских неавтомоделных течений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
 12. Becker H. A., Hottel H. C., Williams G. C. The nozzle-fluid concentration field of the round, turbulent, free jet, J. Fluid Mech., 1967 vol. 30, Pt2.
 13. Зельдович Я. Б. К теории горения перемешанных газов. Ж. техн. физ., 1949, т. 19, вып. 10.
 14. Кузнецов В. Р. Вероятность концентрации пассивной примеси в турбулентных потоках с поперечным сдвигом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 5.
 15. Kolosovinos N. E. Plane turbulent buoyant jets. Part 2. Turbulence structure. J. Fluid Mech., 1977, vol. 81, No. 1.
 16. Chigier A., Strokin V. N. Mixing processes in a free turbulent diffusion flame. Combust. Sci. and Technol., 1974, vol. 9, No. 3-4.
-