$$\mathrm{sh}=\frac{fd_a}{c}=\frac{kM_1}{\sqrt{n(M_a^2-1)}\,[kM_1/(1-M_H)+c/a_1]}\tag{3.2}$$

Соотношение (3.2) дает возможность рассчитывать частоту дискретного тона сверхзвуковой струи при высокой температуре T° и при наличии спутного потока M_H.

Результаты расчета, выполненные при $T^\circ=1$ и $M_H=0$, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, полученными в работах [6, 7], а также в настоящей работе. При расчетах показано, что в качестве параметра для определения частоты дискретного тона и числа sh удобно выбирать параметры $n_*=\sqrt{n(M_a^2-1)}$.

На фиг. 4 приведены результаты сравнения расчета по соотношению (3.2) с экспериментальными данными при $M_H=0$ и $T^\circ=1-9$. Здесь f_1 — значение частоты при $T^\circ=1$. Точки *1–3* соответствуют соплу *1* при $n=0.4$, соплу *2* при $n=0.6$, соплу *3* при $n=0.5$; точки *4* – данные работы [7], *5* – данные, представленные В. А. Куприяновым (сопло $M_a=1.87$, $n=0.75$, $d_a=19.8$ *мм*, $d_*=16$ *мм*, $\theta=5°$ коническое). Индексами *6* и *7* обозначены результаты расчета по (3.2) при $k=0{,}7$ и 0.8, *8* – расчет по соотношению работы [7].

Было проведено экспериментальное исследование влияния числа M_H спутного потока на частоту дискретной составляющей в спектре шума сверхзвуковой струи, вытекающей из сопла *5* при $T^\circ=1$, $n=0.3$ (фиг. 5). С увеличением M_H частота дискретного тона уменьшается (на фигуре f_0 — частота при $M_H=0$). Эксперименты также показали, что при $M_H\geqslant1$ дискретная составляющая отсутствует. Расчеты по соотношению (3.2) на фиг. 5 указаны индексами *2* ($k=0.7$) и *3* ($k=0.8$), а результаты экспериментов – точками *1*. Результаты расчета удовлетворительно согласуются с экспериментом.

Поступила 28 VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Powell A.* On the mechanism of choked jet noise. Proc. Phys. Soc., 1953, vol. B66, № 12.
2. *Седельников Т. Х.* Автоколебательное шумообразование при истечении газовых струй. М., «Наука», 1971.
3. *Купцов В. М.* Исследование пульсаций давления на стенке сверхзвукового сопла при отрыве потока. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 1.
4. *Belleval J.-F. de, Perulli M., Richter G., Schmidt C.* Résultats préliminaires de l'étude de l'émission infrarouge d'un jet chaud. Rech. Aerosp., 1972, № 1.
5. *Антонов А. Н., Шалаев С. П., Юделович М. Я.* Влияние дискретной составляющей акустических колебаний на течение в нерасчетной сверхзвуковой струе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 4.
6. *Ануфриев В. М., Комаров В. В., Купцов В. М., Мельников Д. А., Сергиенко А. А.* Дискретная составляющая в спектре шума сверхзвуковых струй. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5.
7. *Антонов А. Н., Горбунов В. Н., Шалаев С. П.* О дискретной составляющей в спектре шума сверхзвуковой струи. Акуст. ж., 1977, т. 23, вып. 2.

УДК 532.529

К ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ГОМОГЕННЫХ СМЕСЕЙ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

НГУЕН ВАН ДЬЕП

(Ханой — Москва)

В [1] предложена обобщенно-диффузионная теория гомогенных смесей при отсутствии электромагнитного поля. В данной работе рассматривается движение гомогенных смесей с учетом взаимодействия с электромагнитным полем при отсутствии поляризации намагниченности и физико-химических превращений. Кроме системы уравнений для определения некоторой характерной скорости смеси $\bar{\mathbf{u}}_a$, диффузионных потоков $\mathbf{J}_k^a$ и других механических параметров смеси получены уравнения для зарядов, электрических токов и напряженностей электромагнитного поля. Выполнен анализ этих уравнений в случаях, когда в качестве характерной скорости $\mathbf{u}_a$ выбирается средняя массовая, средняя объемная, средняя молярная скорости и скорость n-го компонента.

1. Основные уравнения движения гомогенных смесей в электромагнитном поле. Пусть имеется гомогенная смесь, состоящая из n компонент, в которой k-й компонент характеризуется массовой плотностью ρ_k, скоростью $\mathbf{u}_a$, числом молей в единице объема N_k, молярной массой M_k и удельным парциальным объемом v_k [1–5], а также зарядом единицы массы k-го компонента Z_k.

Введем среднюю массовую плотность смеси $\rho = \sum^n \rho_k$, полную молярную плотность $N = \sum^n N_k$ и полный заряд единицы массы смеси $Z = \sum^n C_k Z_k$, где $C_k = \rho_k/\rho$ – массовая концентрация k-го компонента.

Вместо скоростей $\mathbf{u}_k$ введем некоторую среднюю характерную скорость смеси $\mathbf{u}_a$, и диффузионные потоки $J_k{}^a$ следующим образом:

$$\mathbf{u}_a = \sum_{k=1}^n a_k \mathbf{u}_k, \qquad \sum_{k=1}^n a_k = 1, \qquad \mathbf{J}_k{}^a = \rho_k(\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_a), \qquad \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{\rho_k}\mathbf{J}_k{}^a = 0 \tag{1.1}$$

Полная плотность электрического тока равна

$$\mathbf{I}^e = \sum_{k=1}^n \rho_k Z_k \mathbf{u}_k = \rho Z \mathbf{u}_a + \mathbf{i}_a, \qquad \mathbf{i}_a = \sum_{k=1}^n \mathbf{I}_k{}^a, \qquad \mathbf{I}_k{}^a = Z_k \mathbf{J}_k{}^a \tag{1.2}$$

Здесь $\rho Z \mathbf{u}_a$ — электрический ток, связанный с движением смеси в целом со скоростью $\mathbf{u}_a$; $\mathbf{i}_a$ – плотность электрического тока проводимости в обобщенном смысле; $I_k{}^a$ – ток проводимости k-го компонента.

В случае отсутствия поляризации и намагниченности уравнения Максвелла имеют вид [3]

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \qquad \nabla\cdot\mathbf{H} = 0 \tag{1.3}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{I}^e + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \qquad \nabla\cdot\mathbf{E} = 4\pi\rho Z$$

Здесь $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ – напряженности электрического и магнитного полей, c – скорость света.

Электрическое поле действует на единицу массы k-го компонента смеси с силой, равной [3]

$$\mathbf{f}_k{}^* = Z_k\left[\mathbf{E} + \frac{1}{c}(\mathbf{u}_k \times \mathbf{H})\right] \tag{1.4}$$

Предположим, что в смеси не происходит физико-химических превращений. Тогда система уравнений движения смеси имеет вид

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho_k \mathbf{u}_a) = -\nabla\cdot\mathbf{J}_k{}^a, \qquad \frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\mathbf{u}_a) = -\sum_{k=1}^n \nabla\cdot\mathbf{J}_k{}^2$$

$$\rho\frac{d^{(a)}\mathbf{u}_a}{dt} = -\nabla p + \nabla\cdot\boldsymbol{\tau}_a + \rho\mathbf{f} + \rho Z\mathbf{E} + \frac{1}{c}\rho Z(\mathbf{u}_a\times\mathbf{H}) + \tag{1.5}$$

$$+\frac{1}{c}(\mathbf{i}_a\times\mathbf{H}) - \sum_{k=1}^n\left(\frac{D^a\mathbf{J}_k{}^a}{Dt} + \nabla\cdot\frac{\mathbf{J}_k{}^a\mathbf{J}_k{}^a}{\rho_k}\right)$$

$$\frac{D^a\mathbf{J}_k{}^a}{Dt} + \nabla\cdot\frac{\mathbf{J}_k{}^a\mathbf{J}_k{}^a}{\rho_k} = \mathbf{Q}_k{}^a + \nabla\cdot\mathbf{R}_k{}^a, \qquad \frac{\partial(\rho Z)}{\partial t} + \nabla\cdot\mathbf{I}^e = 0$$

$$\rho\frac{d^{(a)}s}{dt}+\sum_{k=1}^{n}\mathbf{J}_k{}^a\cdot\nabla s=\rho\frac{h^*}{T}-\nabla\cdot\left\{\frac{\mathbf{q}}{T}-\frac{1}{T}\sum_{k=1}^{n}\mathbf{J}_k{}^a(\mu_k-F)\right\}+\sigma$$

$$0\leqslant\sigma=-\left(\mathbf{q}+\sum_{k=1}^{n}\mathbf{J}_k{}^a\varepsilon\right)\cdot\frac{\nabla T}{T^2}+\sum_{k=1}^{n}\mathbf{J}_k{}^a\cdot\frac{1}{T}\left\{\mathbf{f}_k+Z_k\left[\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{u}_k\times\mathbf{H}\right]-\right.$$

$$\left.-T\nabla\frac{\mu_k}{T}-\frac{d^a\mathbf{u}_a}{dt}-\frac{\mathbf{Q}_k{}^a}{\rho_k}\right\}+\frac{1}{T}\boldsymbol{\tau}_a\cdot\cdot\,\mathbf{e}_a+\frac{1}{T}\sum\mathbf{R}_k{}^a\cdot\cdot\,\nabla\frac{\mathbf{J}_k{}^a}{\rho_k}$$

Здесь $\rho\mathbf{f}$ – плотность внешних неэлектромагнитных сил, $\mathbf{f}_k$ – внешняя неэлектромагнитная сила, действующая на единицу массы k-го компонента; p – равновесное давление смеси; $\boldsymbol{\tau}_a$ – тензор вязких напряжений; s — энтропия единицы массы смеси; $\mathbf{q}$ – поток тепла; μ_k – химический потенциал k-го компонента; F – свободная энергия единицы массы смеси; $\mathbf{Q}_k{}^a$ и $\mathbf{R}_k{}^a$ – некоторые векторы и тензоры, определяющие изменение диффузионных потоков $\mathbf{J}_k{}^a$. Оператор ∇ означает дифференцирование по пространственным координатам, $\partial/\partial t$ — частная производная по времени. Полные производные по времени $d^{(a)}/dt$ и $D^{(a)}/Dt$ имеют вид [1, 2]

$$\frac{d^{(a)}}{dt}(\cdots)=\frac{\partial}{\partial t}(\cdots)+(\mathbf{u}_a\nabla)(\cdots)\tag{1.6}$$

$$\frac{D^{(a)}}{Dt}(\ldots)=\frac{d^{(a)}}{dt}(\ldots)+[(\ldots)\cdot\nabla]\mathbf{u}_a+(\ldots)(\nabla\cdot\mathbf{u}_a)$$

Отметим, что при выводе уравнения изменения энтропии смеси и неравенства для производства энтропии σ в (1.5) было сделано предположение о том, что внутренняя энергия и другие термодинамические функции относительно масс являются однородными функциями первой степени [3].

С заданием конкретного вида внутренней энергии ε (или других термодинамических функций) и функции диссипации σ система уравнений (1.5) становится замкнутой. При этом уравнения для электрических токов представляют собой дифференциальные уравнения, а не алгебраические, как в классической теории [4, 5].

2. Общие линейные определяющие соотношения. В дальнейшем будем считать, что в уравнениях (1.5) можно пренебречь членами $\nabla\cdot(\mathbf{J}_k{}^a\mathbf{J}_k{}^a/\rho_k)$ и $\mathbf{R}_k{}^a$. Кроме того, предположим, что в общем анизотропном случае выполняются следующие линейные соотношения:

$$-\left(\mathbf{q}+\sum_{k=1}^{n}\mathbf{J}_k{}^a\varepsilon\right)=\overline{\mathbf{L}}_q{}^a\cdot\frac{\nabla T}{T^2}+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{T}\overline{\mathbf{L}}_{qk}{}^a\cdot\left\{\mathbf{f}_k+Z_k\left[\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{u}_k\times\mathbf{H}\right]-\right.\tag{2.1}$$

$$\left.-T\nabla\frac{\mu_k}{T}-\frac{d^{(a)}\mathbf{u}_a}{dt}-\frac{\mathbf{Q}_k{}^a}{\rho_k}\right\}$$

$$\mathbf{J}_j{}^a=\overline{\mathbf{L}}_{jq}{}^a\cdot\frac{\nabla T}{T^2}+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{T}\overline{\mathbf{L}}_{jk}{}^a\cdot\left\{\mathbf{f}_k+Z_k\left[\mathbf{E}+\frac{1}{c}(\mathbf{u}_k\times\mathbf{H})\right]-\right.$$

$$\left.-T\nabla\frac{\mu_k}{T}-\frac{d^{(a)}\mathbf{u}_a}{dt}-\frac{\mathbf{Q}_k{}^a}{\rho_k}\right\}$$

$$\boldsymbol{\tau}_a=\frac{1}{T}\mathbf{L}_e\cdot\cdot\,\mathbf{e}_a$$

При наличии магнитного поля $\mathbf{H}$ принцип Онзагера налагает на феноменологические коэффициенты, входящие в (2.1), следующие ограничения:

$$\overline{\mathbf{L}}_{qk}{}^a(\mathbf{H})=\mathbf{L}_{kq}{}^a(-\mathbf{H}),\quad \mathbf{L}_{jk}{}^a(\mathbf{H})=\mathbf{L}_{kj}{}^a(-\mathbf{H})\tag{2.2}$$

Поэтому в общем случае входящие в (2.1) тензоры феноменологических коэффициентов зависят от магнитной напряженности поля. Кроме того, из (1.1) следуют соотношения

$$(2.3)\qquad \sum_{k=1}^{n}\frac{u_k}{\rho_k}\mathrm{L}_{kq}{}^{a}=0,\qquad \sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{\rho_k}\mathrm{L}_{kj}{}^{a}=0$$

Учитывая (1.2), (2.2) и (2.3), в общем случае из (2.1) получим уравнения [1] для потока тепла и для диффузионных потоков

$$(2.4)\qquad -\left(\mathbf{q}+\sum_{k=1}^{n}\mathrm{J}_k{}^a\varepsilon\right)=\left[\alpha^a-\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_k{}^a\left(h_k-\frac{a_k\rho_n}{a_n\rho_k}h_n\right)\right]\cdot\frac{\nabla T}{T^2}+$$

$$+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_k{}^a\cdot\left[\mathrm{G}_k{}^a-\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_k}+\frac{a_ka_i\rho_n}{\rho_k\rho_ia_n{}^2}\right)\mathrm{Q}_i{}^a-\right.$$

$$\left.-\frac{a_k\rho_n}{\rho_ka_n{}^2}\sum_{i=1}^{n-1}\mathrm{J}_i{}^a\frac{d^{(a)}}{dt}\left(\frac{a_i}{\rho_i}\right)\right]$$

$$(2.5)\qquad \frac{D^{(a)}\mathrm{J}_l{}^a}{Dt}=\mathrm{Q}_l{}^a=-\sum_{j=1}^{n-1}\mathrm{B}_{lj}{}^a\cdot\left\{\mathrm{J}_j{}^a+\left[\alpha_j{}^a-\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_{jk}{}^a\left(h_k-\frac{a_k\rho_n}{a_n\rho_k}h_n\right)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\nabla T}{T^2}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_{jk}{}^a\cdot\left[\mathrm{G}_k{}^a+\frac{a_k\rho_n}{\rho_ka_n{}^2}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{J}_i{}^a\frac{d^{(a)}}{dt}\left(\frac{a_i}{\rho_i}\right)\right]\right\}$$

$$(2.6)\qquad \mathrm{G}_k{}^a=\mathbf{f}_k-\frac{a_k\rho_n}{a_n\rho_k}\mathbf{f}_n+\left(Z_k-\frac{a_k\rho_n}{a_n\rho_k}Z_n\right)\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{u}_a\times\mathbf{H}\right)-$$

$$-\left(1-\frac{a_k\rho_n}{a_n\rho_k}\right)\frac{d^{(a)}\mathbf{u}_a}{dt}+\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}Z_i}{\rho_i}+\frac{a_ka_i\rho_nZ_n}{\rho_k\rho_ia_n{}^2}\right)\times$$

$$\times(\mathrm{J}_i{}^a\times\mathbf{H})-\sum_{i=1}^{n-1}\left(\delta_{ki}+\frac{a_k\rho_i}{a_n\rho_k}\right)(\nabla\mu_i)_{p,T}-\left(v_k-\frac{a_k\rho_n}{a_n\rho_k}v_n\right)\nabla p$$

$$(2.7)\qquad \frac{1}{T}\sum_{k=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n-1}\mathrm{B}_{lj}{}^a\cdot\alpha_{jk}{}^a\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_k}+\frac{a_ka_i\rho_n}{\rho_k\rho_ia_n{}^2}\right)=\mathrm{I}_{li}$$

а также уравнения для электрических токов

$$(2.8)\qquad \frac{D^{(a)}\mathrm{I}_l{}^a}{Dt}=-\sum_{j=1}^{n-1}Z_l\mathrm{B}_{lj}{}^a\cdot\left\{\frac{1}{Z_j}\mathrm{I}_j{}^a+\left[\alpha_j{}^a-\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_{jk}{}^a\left(h_k-\frac{a_k\rho_n}{a_n\rho_k}h_n\right)\right]\cdot\frac{\nabla T}{T^2}-\right.$$

$$\left.-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_{jk}{}^a\cdot\left[\mathrm{G}_k{}^a-\frac{a_k\rho_n}{\rho_ka_n{}^2}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{Z_i}\mathrm{I}_i{}^a\frac{d^{(a)}}{dt}\left(\frac{a_i}{\rho_i}\right)\right]\right\}$$

Здесь I_{li} – единичные тензоры ($i, l=1, 2, \ldots, n-1$).

Отметим, что если в уравнениях (2.8) сохранить только члены, связанные с электромагнитным полем, то получим обобщенный закон Ома

$$(2.9)\qquad \frac{D^{(a)}\mathbf{I}_l{}^a}{Dt}=-\sum_{j=1}^{n-1}Z_l\mathbf{B}_{lj}{}^a\cdot\left\{\frac{1}{Z_j}\mathbf{I}_j{}^a-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_{jk}{}^a\cdot\left[\left(Z_k-\frac{a_k\rho_n}{a_n\rho_k}Z_n\right)\times\right.\right.$$

$$\times\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{u}_a\times\mathbf{H}\right)+\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_i}+\frac{a_ka_i\rho_nZ_n}{\rho_k\rho_ia_n{}^2Z_i}\right)(\mathbf{I}_i{}^a\times\mathbf{H})-$$

$$\left.\left.-\frac{a_k\rho_n}{\rho_ka_n{}^2}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{Z_i}\mathbf{I}_i{}^a\frac{d^{(a)}}{dt}\left(\frac{a_i}{\rho_i}\right)\right]\right\}$$

В частности, если в уравнениях (2.9) пренебречь членами $D^{(a)}\mathbf{I}_l{}^a/Dt$, то получим конечные соотношения для определения электромагнитных токов в зависимости от напряженностей поля, которые имеют вид

$$(2.10)\qquad \mathbf{I}_j{}^a=\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}Z_j\alpha_{jk}{}^a\cdot\left[\left(Z_k-\frac{a_k\rho_n}{a_n\rho_n}Z_n\right)\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{u}_a\times\mathbf{H}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_i}+\frac{a_ka_i\rho_nZ_n}{\rho_k\rho_ia_n{}^2Z_i}\right)(\mathbf{I}_i{}^a\times\mathbf{H})-\frac{a_k\rho_n}{\rho_ka_n{}^2}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{Z_i}\mathbf{I}_i{}^a\frac{d^{(a)}}{dt}\left(\frac{a_i}{\rho_i}\right)\right]$$

В следующем пункте рассмотрим эти уравнения в четырех частных случаях выбора характерной скорости $\mathbf{u}_a$.

3. Четыре различные характерные скорости смеси. При решении задач в зависимости от конкретных условий в качестве характерной скорости смеси часто употребляют одну из следующих скоростей, среднюю массовую $\mathbf{u}_m$, среднюю объемную $\mathbf{u}_v$, среднюю молярную $\mathbf{u}_M$ и скорость n-го компонента. Ниже записаны только уравнения для потока тепла и электрических токов при различном выборе этой скорости в предположении отсутствия влияния магнитной напряженности на феноменологические коэффициенты.

В классической диффузионной теории обычно используют среднюю массовую скорость смеси. Тогда поток тепла $\mathbf{q}$ и электрический ток $\mathbf{I}_l{}^m$ k-го компонента определяются следующим образом:

$$(3.1)\qquad \frac{D^{(m)}\mathbf{I}_l{}^m}{Dt}=\mathbf{Q}_l{}^mZ_l=-\sum_{j=1}^{n-1}Z_lB_{lj}{}^m\left\{\frac{1}{Z_j}\mathbf{I}_j{}^m+\right.$$

$$\left.+\left[\alpha_j{}^m-\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_{jk}{}^m(h_k-h_n)\right]\frac{\nabla T}{T}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_{jk}{}^m\mathbf{G}_k{}^m\right\}$$

$$-\mathbf{q}=\left[\alpha^m-\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_k{}^m(h_k-h_n)\right]\frac{\nabla T}{T^2}+$$

$$+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_k{}^m\left[\mathbf{G}_k{}^m-\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_k}+\frac{1}{\rho_n}\right)\mathbf{Q}_i{}^m\right]$$

$$\mathbf{G}_k{}^m=\mathbf{f}_k-\mathbf{f}_n+(Z_k-Z_n)\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{u}_m\times\mathbf{H}\right)+\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_i}+\frac{Z_n}{\rho_nZ_i}\right)(\mathbf{I}_i{}^m\times\mathbf{H})-$$

$$-\sum_{i=1}^{n-1}\left(\delta_{ki}+\frac{\rho_i}{\rho_n}\right)(\nabla\mu_i)_{p,T}-(v_k-v_n)\nabla p$$

$$\frac{1}{T}\sum_{k=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n-1}B_{lj}{}^m\alpha_{jk}{}^m\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_k}+\frac{1}{\rho_n}\right)=\delta_{li},\qquad \mathbf{u}_m=\sum_{k=1}^{n}C_k\mathbf{u}_k$$

Если в качестве характерной скорости смеси выбирается средняя объемная скорость $\mathbf{u}_v$, то поток тепла и электрический ток имеют вид

$$\frac{D^{(v)}\mathbf{I}_l{}^v}{Dt}=-\sum_{k=1}^{n-1}Z_lB_{lj}{}^v\left\{\frac{1}{Z_j}\mathbf{I}_j{}^v+\left[\alpha_j{}^v-\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_{jk}{}^v\left(h_k-\frac{v_k}{v_n}h_n\right)\right]\frac{\nabla T}{T^2}-\right.$$

$$\left.-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_{jk}{}^v\left[\mathbf{G}_k{}^v-\frac{v_k}{\rho_nv_n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{Z_i}\mathbf{I}_i{}^v\frac{d^{(v)}v_i}{dt}\right]\right\}=\mathbf{Q}_l{}^vZ_l$$

$$-\left(\mathbf{q}+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{Z_k}\mathbf{I}_k{}^v\varepsilon\right)=\left[\alpha^v-\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_k{}^v\left(h_k-\frac{v_k}{v_n}\right)\right]\frac{\nabla T}{T^2}+$$

$$+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_k{}^v\left[\mathbf{G}_k{}^v-\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_k}+\frac{v_kv_i}{\rho_nv_n{}^2}\right)\mathbf{Q}_i{}^v-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{Z_i}\mathbf{I}_i{}^v\frac{d^{(v)}v_i}{dt}\right]$$

$$\mathbf{G}_k{}^v=\mathbf{f}_k-\frac{v_k}{v_n}\mathbf{f}_n+\left(Z_k-\frac{v_k}{v_n}Z_n\right)\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{u}_v\times\mathbf{H}\right)-\left(1-\frac{v_k}{v_n}\right)\frac{d^{(v)}\mathbf{u}_v}{dt}+ \tag{3.2}$$

$$+\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_i}+\frac{v_kv_iZ_n}{\rho_nv_n{}^2Z_i}\right)(\mathbf{I}_i{}^v\times\mathbf{H})-\sum_{i=1}^{n-1}\left(\delta_{ki}+\frac{v_k\rho_i}{v_n\rho_n}\right)(\nabla\mu_i)_{p,T}$$

$$\frac{1}{T}\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-1}B_{lj}{}^v\alpha_{jk}{}^v\left(\frac{\delta_{ki}}{\rho_k}+\frac{v_kv_i}{\rho_nv_n{}^2}\right)=\delta_{li},\qquad \mathbf{u}_v=\sum_{k=1}^{n}\rho_kv_k\mathbf{u}_k$$

Если выбрана средняя молярная скорость смеси u_M, то поток тепла и электрический ток можно определить с помощью следующих выражений:

$$\frac{D^{(M)}\mathbf{I}_l{}^M}{dt}=-\sum_{j=1}^{n-1}Z_lB_{lj}{}^M\left\{\frac{1}{Z_j}\mathbf{I}_j{}^M+\left[\alpha_j{}^M-\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_{jk}{}^M\left(h_k-\frac{M_n}{M_k}h_n\right)\right]\frac{\nabla T}{T^2}-\right. \tag{3.3}$$

$$\left.-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_{jk}{}^M\mathbf{G}_k{}^M\right\}=Z_l\mathbf{Q}_l$$

$$-\left(\mathbf{q}+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{Z_n}\mathbf{I}_k{}^M\varepsilon\right)=\left[\alpha^M-\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_k{}^M\left(h_k-\frac{M_n}{M_k}h_n\right)\right]\frac{\nabla T}{T^2}+$$

$$+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_k{}^M\left[\mathbf{G}_k{}^M-\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}}{N_kM_k}+\frac{M_n}{N_kM_kM_i}\right)\mathbf{Q}_i{}^M\right]$$

$$
\mathbf{G}_k{}^M = \left(\mathbf{f}_k - \frac{M_n}{M_k}\mathbf{f}_n\right) + \left(Z_k - \frac{M_n}{M_k}\right)\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{u}_M \times \mathbf{H}\right) -
$$

$$
-\sum_{i=1}^{n-1}\left(\delta_{ki} + \frac{N_iM_i}{N_kM_k}\right)(\nabla\mu_i)_{p,T} + \frac{1}{c}\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\delta_{ki}}{N_iM_i} + \frac{Z_nM_n}{M_kM_iN_nZ_i}\right)(\mathbf{I}_i{}^M\times\mathbf{H}) -
$$

$$
-\left(1 - \frac{M_n}{M_k}\right)\frac{d^{(M)}\mathbf{u}_M}{dt} - \left(v_k - \frac{M_n}{M_k}v_n\right)\nabla p
$$

$$
\frac{1}{T}\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{n-1}B_{lj}{}^M\alpha_{jk}{}^M\left(\frac{\delta_{ki}}{N_kM_k} + \frac{M_n}{N_nM_iM_k}\right) = \delta_{li}, \qquad \mathbf{u}_M = \sum_{k=1}^{n}\frac{N_k}{N}\mathbf{u}_k
$$

Существуют случаи, когда удобно использовать скорость одной из компонент, например скорость n-го компонента. Тогда поток тепла и электрический ток определяются соотношениями

$$
\frac{D^{(n)}\mathbf{I}_l{}^n}{Dt} = -\sum_{j=1}^{n-1}Z_lB_{lj}{}^n\left\{\frac{1}{Z_j}\mathbf{I}_j{}^n + \left[\alpha_j{}^n - \sum_{k=1}^{n-1}\alpha_{jk}{}^nh_k\right]\frac{\nabla T}{T^2} - \right. \tag{3.4}
$$

$$
\left. -\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_{jk}{}^n\mathbf{G}_k{}^n\right\} = Z_l\mathbf{Q}_l{}^n
$$

$$
-\left(\mathbf{q} + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{Z_k}\mathbf{I}_k{}^n\varepsilon\right) = \left(\alpha^n - \sum_{k=1}^{n-1}\alpha_k{}^nh_k\right)\frac{\nabla T}{T^2} + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{T}\alpha_k{}^n\mathbf{G}_k{}^n
$$

$$
\mathbf{G}_k{}^n = \mathbf{f}_k + Z_k\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{u}_n\times\mathbf{H}\right) + \frac{1}{c\rho_k}(\mathbf{I}_k{}^n\times\mathbf{H}) - (\nabla\mu_k)_{p,T} - v_k\nabla p -
$$

$$
-\frac{d^{(n)}\mathbf{u}_n}{dt}, \qquad \frac{1}{T}\sum_{j=1}^{n-1}B_{lj}{}^n\alpha_{ji}{}^n\frac{1}{\rho_j} = \delta_{li}
$$

Уравнения (3.1)–(3.4) представляют собой обобщенные соотношения для электрических токов и потоков тепла относительно различных систем отсчета, которые определяют, что понимать под общей скоростью смеси. Эти уравнения должны решаться совместно с уравнениями для определения соответствующих скоростей. Та из этих скоростей, которую определить проще, чем другие, принимается за исходную.

На практике используют разные определения электрического тока. Во многих случаях ток проводимости определяется как поток заряженных частиц по отношению к центру масс системы [6]. Для описания определенного класса электрических явлений, например электрофореза и электроосмоса [7], удобнее использовать определения электрического тока по отношению к центру объема. А ток проводимости в металлах представляет собой поток электронов относительно неподвижных ионов.

Отметим, что если в (3.1)–(3.4) принять заряды всех компонентов равными нулю, то эти соотношения определяют обобщенные диффузионные и тепловые потоки.

Поступила 7 VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нгуен Ван Дьеп.* К общей теории гомогенных смесей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1978, № 3.
2. *Седов Л. И.* Введение в механику сплошной среды. М., Физматгиз, 1962.
3. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1976.
4. Де *Гроот С., Мазур П.* Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.
5. *Хаазе Р.* Термодинамика необратимых процессов. М., «Мир», 1967.
6. *Гогосов В. В., Полянский В. А.* Электрогидродинамика: задачи и приложения, основные уравнения, разрывные решения. В сб. «Механика жидкости и газа», т. 10. М., ВИНИТИ, 1976.
7. *Духин С. С., Дерягин Б. В.* Электрофорез. М., «Наука», 1976.