

ЛИТЕРАТУРА

1. *Перлин И. Л., Райтбарг Л. Х.* Теория прессования металлов. М., «Металлургия», 1975.
2. *Wilson W. R. D.* The temporary breakdown of hydrodynamic lubrication during initiation of extrusion. Intern. J. Mech. Sci., 1971, vol. 13, No. 1.
3. *Thiruvarduchelvan S., Alexander J. M.* Hydrodynamic lubrication in hydrostatic extrusion using a double reduction die. Intern. J. Mach. Tool Des. and Res., 1971, vol. 11, No. 3.
4. *Береснев Б. И., Верещагин Л. Ф., Рябинин Ю. Н., Лившиц Л. Д.* Некоторые вопросы больших пластических деформаций металлов при высоких давлениях. М., Изд-во АН СССР, 1960.
5. *Катуб С., Александер J. M.* Pressure distribution in hydrostatic extrusion dies. J. Strain Analysis, 1972, vol. 7, No. 3.
6. *Северденко В. П., Клубович В. В., Степаненко А. В.* Обработка металлов давлением с ультразвуком. Минск, «Наука и техника», 1973.
7. *Северденко В. П., Клубович В. В., Степаненко А. В.* Пластичность и ультразвук. Минск, «Наука и техника», 1976.
8. *Слезкин Н. А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М., Гостехиздат, 1955.
9. *Скучик Е.* Основы акустики, т. 1. М., «Мир», 1976.
10. *Эльсгольц Л. Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., «Наука», 1965.
11. *Гоффман О., Закс Г.* Введение в теорию пластичности для инженеров. М., Машгиз, 1957.
12. *Коровчинский М. В.* Прикладная теория подшипникового жидкостного трения. М., Машгиз, 1954.

УДК 532.516.5

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ И ФОРМА ЗАЗОРА В ОДНОМЕРНОМ УПРУГОГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ КОНТАКТЕ

М. А. ГАЛАХОВ, К. И. ЗАПАРОВ, Е. Д. ТЕРЕНТЬЕВ

(Москва)

Предложены уравнения теории смазки упругих цилиндров в изотермическом стационарном случае. Учтены кривизна цилиндров и влияние касательных напряжений на толщину смазочной пленки и кинематику контакта. В простейшем случае задача сводится к нелинейному сингулярному интегро-дифференциальному уравнению с неизвестной границей. Дано численное решение этого уравнения. Предложена упрощенная постановка задачи при недостаточной смазке.

1. Рассмотрим стационарное качение двух упругих цилиндров с параллельными осями, прижатых один к другому нагрузкой q на единицу длины цилиндра. Цилиндры разделены тонкой пленкой вязкой несжимаемой жидкости. Направим ось x по скорости качения, ось y — перпендикулярно осям цилиндров. Уравнения течения жидкости и контактных деформаций можно записать в виде

$$(1.1) \quad \frac{d}{dx} \left[h^3 \exp(-Lp) \frac{dp}{dx} \right] = \\ = \frac{d}{dx} \left\{ \left[1 - FV^2 \int_a^c \frac{\tau dt}{t-x} - \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1-\nu}{1-2\nu} \right)^2 MN \int_a^c \frac{h}{t-x} \frac{dp}{dt} dt + Np \right] h \right\}$$

$$(1.2) \quad h(x) = 1 + x^2 - c^2 + D \int_a^c p(t) \ln \frac{c-t}{|t-x|} dt - N \int_x^c h \frac{dp}{dt} dt$$

$$(1.3) \quad p(a) = p(c) = \frac{dp}{dx}(c) = 0$$

$$(1.4) \quad \tau(x) + \frac{\exp[L(p-1)]}{h} \left[F \int_a^c \frac{\tau dt}{t-x} + \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1-\nu}{1-2\nu} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times MN \int_a^c \frac{h dp}{t-x} dt - Np \right] = \frac{\exp[L(p-1)]}{h}$$

Давление $p(x)$ отнесено к $p^* = 6\mu_0(U_1 + U_2)\sqrt{2Rh_0}/h_0^2$, профиль зазора $h(x)$ — к толщине пленки h_0 при $x=c$, среднее по толщине пленки касательное напряжение τ — к $\mu(p^*)(U_2 - U_1)/h_0$, $\mu(p) = \mu_0 \exp(\alpha p)$, μ_0 — вязкость жидкости при атмосферном давлении, α — пьезокэффициент, U_1, U_2 — скорости поверхностей цилиндров, $R = R_1 R_2 / (R_1 \pm R_2)$, R_1, R_2 — радиусы цилиндров, знак «+» соответствует внешнему контакту цилиндров, знак «-» — внутреннему. Параметр $L = \alpha p^*$, $D = 48\mu_0(U_1 + U_2)R/\pi E' h_0^2$, $E' = E/(1-\nu^2)$, E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона материала цилиндров, $F = (2/\pi E' h_0)\mu_0 \exp L(U_1 + U_2)$, $V = (U_2 - U_1)/(U_1 + U_2)$, $M = (\pi/4) [(1-2\nu)/(1-\nu)] \times \sqrt{2Rh_0}/R$, $N = 6 [(1-2\nu)/(1-\nu)] (1/E') \mu_0 (U_1 + U_2) \sqrt{2Rh_0}/h_0^2$, a и c — начало и конец области контакта. В системе (1.1) — (1.4) $p(x)$, $h(x)$, $\tau(x)$ — неизвестные функции, c — неизвестная постоянная. Характерные значения параметров: $D \sim 1$, $L \sim 5$, $F \approx 1$, $V \approx 1$, $FV^2 \ll 1$, $M \sim 10^{-2}$, $N \sim 10^{-2}$. При $F \ll 1$ (1.1) — (1.3) имеет вид [1-3]

$$(1.5) \quad \frac{d}{dx} \left[h^3 \exp(-Lp) \frac{dp}{dx} \right] = \frac{dh}{dx}$$

$$(1.6) \quad h = 1 + x^2 - c^2 + D \int_a^c p(t) \ln \frac{c-t}{|t-x|} dt$$

$$(1.7) \quad p(a) = p(c) = \frac{dp}{dx}(c) = 0$$

Ядро $\ln[(c-t)/|t-x|]$ соответствует функции Грина для полуплоскости. Для учета кривизны цилиндров к логарифмическому ядру надо прибавить некоторую малую регулярную функцию. Например, в задаче о качении цилиндра между жесткими плитами это слагаемое имеет вид $M(|t-x|-c+t) \sim 10^{-2}$.

Даже простейшая постановка (1.5) — (1.7) представляет собой сложный нелинейный интегро-дифференциальный объект с неизвестной границей c . При $L=0$ и $D \ll 1$ верна теорема существования и единственности решения.

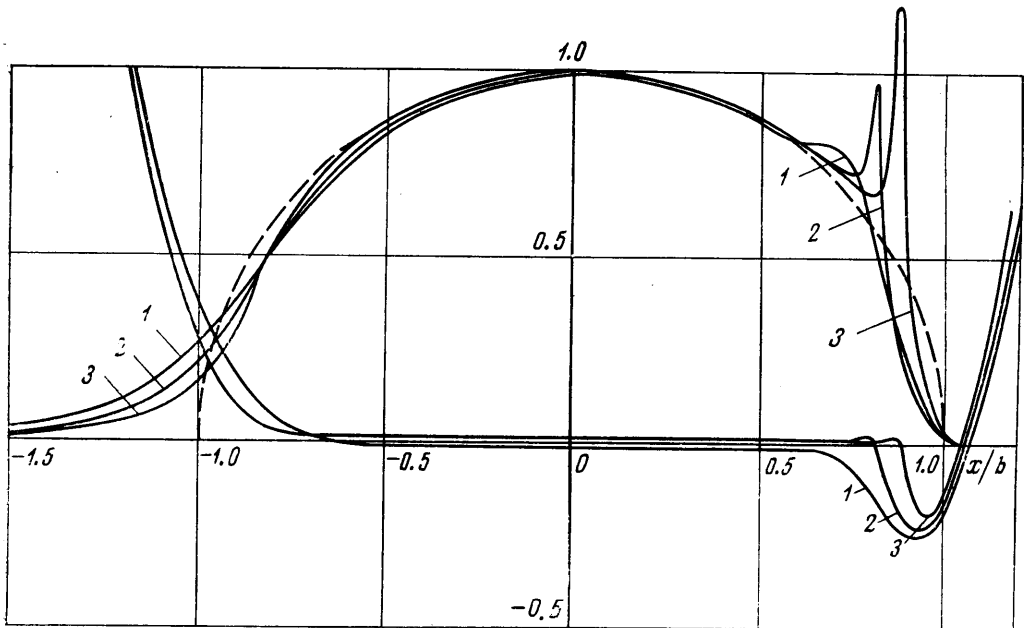
2. Для численного решения задачи (1.5) — (1.7) введем на $[a, c]$ неравномерную сетку $\{x_i\}$, $i=1, 2, \dots, N$, $x_1=a$, $x_N=c$, представим $p(x)$ сплайн-функциями первого порядка, а интеграл (1.6) — соответствующей квадратурной формулой. После дифференцирования (1.6) по x и подстановки в правую часть (1.5) получим уравнение для p .

Численные методы решения сингулярных интегральных и интегро-дифференциальных уравнений рассматривались в [4-6]. Записав для левой части (1.5) однородную консервативную разностную схему [7] и представив сингулярный интеграл квадратурной формулой [6], получим систему нелинейных уравнений.

Эта система решалась методом Ньютона при различных разбиениях отрезка $[a, c]$. В качестве нулевого приближения использовалась функция $p_0(x) = p_0 \sqrt{1-(x/b)^2}$ для $|x| \leq b$, $p_0(x) = 0$ для $|x| > b$. Критерием окончания итераций по методу Ньютона было уменьшение суммы квадратов невязок в уравнениях до значений $10^{-7} - 10^{-8}$. Такая точность достигается за 4-7 итераций, причем число необходимых итераций растет с увеличением показателя экспоненты. Сходимость решения проверялась поточечным сравнением расчетов, выполненных при увеличении N . Для исследования поведения решения вблизи второго максимума $p(x)$ сетка в этой области выбиралась более плотной. Во всех проведенных расчетах положение второго максимума и его высота стабилизировались с ростом N . Максимальное число точек $N=120$, $\min_i (x_i - x_{i-1}) = 0.025$, $\max_i (x_i - x_{i-1}) = 0.12$. Зависимость числа итераций

от N не обнаружена. После оптимизации программы по времени счета [8] решение одного варианта при $N=120$ на БЭСМ-6 занимает 20-30 мин.

Результаты расчета представлены на фигуре. Неотрицательные функции $-p(x)p_0$, знакопеременные $-h(x)-1$, p_0, b — максимальное давление и полуширина контакта



по Герцу. Кривая 1 соответствует $L=5$, $D=1.6$, $P=2.4$, где $P = \int_a^c p(x) dx$, $c=2.090$.

$a=-4$, кривая 2 - $L=6$, $D=1.1$, $P=3.8$, $c=2.164$, $a=-4$, кривая 3 - $L=7$, $D=1.1$, $P=4.6$, $c=2.365$, $a=-4$. Штриховая линия - герцево распределение давления. В задаче о контакте упругих цилиндров без смазки давление имеет максимум. В гидродинамической задаче теории смазки давление также имеет максимум, но в другом месте. Как показало решение, в упруго-гидродинамической задаче сохраняются оба максимума. Трём экстремумам давления соответствуют ровно три перехода h через постоянную. Ниже приведены значения $h(x)$ в некоторых точках для $L=6$, $D=1.17$, $P=4.21$.

x/b	-0.362	0.140	0.715	0.796	0.812	0.829	0.942	1.055
$h(x)$	0.9920	0.9917	0.9893	0.9997	0.9930	0.9590	0.7500	1.0000
$p(x)/p_0$	0.918	0.986	0.721	0.767	0.845	0.731	0.083	0

Строгого математического доказательства единственности решения системы нелинейных уравнений не имеется. Однако ясный физический смысл полученного решения, качественное совпадение с экспериментом [9] дифференциальной картины распределения давления и профиля зазора, удовлетворительное количественное совпадение интегральных характеристик решения (толщины пленки) с экспериментальными данными [10] в тех случаях, когда течение смазки в эксперименте близко к изотермическому, возможность построения асимптотики решения в частном случае позволяют надеяться, что численно получено решение, которое с увеличением числа точек стремится к решению системы (1.5) - (1.7), описывающей течение смазки между упругими цилиндрами.

Координату a начала области положительного давления можно задавать произвольно $a < -b$. При $a \ll -b$ решение от a не зависит. Практически координата a выбиралась из условия $h(a)/h(c) \approx 10$. Положение точки c определялось из третьего условия (1.7), а именно, решение системы (2.1) повторялось при различных c с тем, чтобы удовлетворить третьему условию (1.7) с заданной точностью. Во всех проведенных расчетах разностный аналог третьего условия (1.7) удовлетворялся с точностью не менее $2 \cdot 10^{-3}$.

Первоначальные попытки прямого численного решения системы (1.5) - (1.7), в которой первое уравнение проинтегрировано по x , не дали результата. Итерация по методу Ньютона сходилась до некоторого момента, а затем решение расходилось с характерной для неустойчивых задач осцилляцией решения на сетке. Уравнение (1.5) содержит дифференциальный оператор второго порядка в дивергентной форме.

Этот оператор устраняет неустойчивость решения и играет роль регуляризатора в сингулярном уравнении (1.5).

3. Аналитическое решение нелинейной интегро-дифференциальной системы (1.5) – (1.7) для любых L и D в настоящее время не представляется возможным. Отсутствуют также доказательства существования и единственности решения в общем случае. Асимптотические методы, развитые в [11] для дифференциальных уравнений, не применимы к интегро-дифференциальным системам. Тем не менее, желательно знать асимптотику решения задачи (1.5) – (1.7) (в частности, для упрощения расчетов при больших давлениях). Эту асимптотику удается построить для тяжело-нагруженных цилиндров при так называемой недостаточной смазке.

Запишем (1.5)–(1.7) в переменных [12]

$$(3.1) \quad \frac{dp}{dx} = \frac{V}{H_0^2} \frac{h-1}{h^3} \exp(Qp)$$

$$(3.2) \quad H_0(h-1) = x^2 - c^2 + \frac{2}{\pi} \int_a^c p(t) \ln \frac{c-t}{|t-x|} dt$$

$$(3.3) \quad p(a) = p(c) = 0$$

$$(3.4) \quad \int_a^c p(t) dt = \frac{\pi}{2}$$

$$Q = \alpha p_0, \quad H_0 = 2Rh_0/b^2, \quad V = 3\pi^2\mu_0(U_1 + U_2)E'R/2q^2$$

Здесь давление p отнесено к максимальному герцеву давлению p_0 , величины x , a , c – к герцевой полуширине b .

Пусть $Q \gg 1$ (тяжелонагруженные цилиндры), $|a+1| = \epsilon$ – недостаточная смазка [13]. Результаты численного решения задачи (1.5)–(1.7) позволяют предположить, что в этих условиях давление p на $(-1,1)$ будет близко к $\sqrt{1-x^2}$. Этот результат можно понять, исходя из оценок [12]. Действительно, если $p = O(1)$ на некотором интервале и $dp/dx = O(1)$, то, согласно (3.1), при $Q \rightarrow \infty$ на этом интервале величина $h-1$ экспоненциально близка к нулю. Следовательно, в уравнении (3.2) левую часть можно приравнять нулю. Для $c \rightarrow -1$ численное решение дает $c \rightarrow 1$. Решением уравнения (3.2) при $h=1$, $a=-1$, $c=1$ является функция $p = \sqrt{1-x^2}$.

Проведем более строгий асимптотический анализ. Из уравнения (3.1) при $p = O(1)$, $dp/dx = O(1)$ на некотором интервале следует, что на этом интервале значение h экспоненциально близко к единице. Концы этого интервала заранее фиксировать не будем. Пусть этот интервал есть (a', b') , где $a < a'$, $b' < c$. Определим функцию $\bar{p}(x)$ из уравнения

$$(3.5) \quad x^2 - c^2 + \frac{2}{\pi} \int_{a'}^{b'} \bar{p}(t) \ln \frac{c-t}{|t-x|} dt = 0$$

Для этого продифференцируем (3.5) по x

$$(3.6) \quad I(x) = \frac{2}{\pi} \int_{a'}^{b'} \frac{\bar{p}(t) dt}{t-x} = -2x$$

Решение уравнения (3.6) имеет вид

$$(3.7) \quad \bar{p}(x) = \sqrt{(x-a')(b'-x)} + \frac{A+Bx}{\sqrt{(x-a')(b'-x)}}$$

$$A = \frac{q}{\pi} + \frac{(a'+b')^2}{8} + \frac{a'b'}{2}, \quad B = -\frac{a'+b'}{2}, \quad q = \int_{a'}^{b'} \bar{p}(t) dt$$

Подставив (3.7) в (3.6), получаем

$$(3.8) \quad I(x) = -2x + \begin{cases} 2 \left[\sqrt{(x-a')(x-b')} - \frac{A+Bx}{\sqrt{(x-a')(x-b')}} \right], & x > b' \\ 0, & a' < x < b' \\ -2 \left[\sqrt{(a'-x)(b'-x)} + \frac{A+Bx}{\sqrt{(a'-x)(b'-x)}} \right], & x < a' \end{cases}$$

Интегрируя (3.8) от x до c , найдем условие, при котором функция (3.7) удовлетворяет уравнению (3.5)

$$(3.9) \quad \int_{b'}^c \left[\sqrt{(x-a')(x-b')} - \frac{A+Bx}{\sqrt{(x-a')(x-b')}} \right] dx = 0$$

Сделаем ряд предположений, определяющих вид изучаемой асимптотики. Пусть $\varepsilon \rightarrow 0$, $a' = -1 + \beta\varepsilon$, т. е. величина левой зоны порядка ε . Пусть $b' = 1 - \gamma\varepsilon$, $c = 1 + \delta\varepsilon$, т. е. величина правой зоны тоже порядка ε . Последнее предположение существенно ограничивает возможность изменения параметра Q . Фактически из равенства порядков величин зон следует определенная зависимость Q от ε . В процессе решения параметры β , γ , δ должны быть выражены через заданный параметр Q . Из (3.9) найдем

$$(3.10) \quad q = \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{3}\pi\varepsilon(2\delta - \gamma) + o(\varepsilon)$$

Давление будем искать в виде

$$(3.11) \quad p(t) = \bar{p}(t)\theta(a', b', t) + p_1(t)\theta(a, r, t) - \\ - \bar{p}(t)\theta(a', r, t) + p_2(t)\theta(s, c, t) - \bar{p}(t)\theta(s, b', t),$$

где $a < a' < r < s < b' < c$, $\theta(y, z, t) = 1$ для $y < t < z$, $\theta(y, z, t) = 0$ для $t < y$, $t > z$.

В левой и правой зонах соответственно имеем

$$(3.12) \quad \bar{p} \sim \sqrt{\varepsilon} \left[\sqrt{2(t_1 - \beta)} + \frac{\beta + (1/3)(2\delta - \gamma)}{\sqrt{2(t_1 - \beta)}} \right], \quad t_1 = \frac{(t+1)}{\varepsilon}$$

$$(3.13) \quad \bar{p} \sim \sqrt{\varepsilon} \left[\sqrt{2(-t_2 - \gamma)} + \frac{\gamma + (1/3)(2\delta - \gamma)}{\sqrt{2(-t_2 - \gamma)}} \right], \quad t_2 = \frac{(t-1)}{\varepsilon}$$

Из (3.12), (3.13) следует, что порядок давления в левой и правой зонах есть $\sqrt{\varepsilon}$. Обратимся к условию (3.4). Согласно (3.11) - (3.13),

$$(3.14) \quad \int_a^c p(t) dt = q + O(\varepsilon^{3/2}) = \frac{\pi}{2}$$

Из (3.10), (3.14) следует, что $\gamma = 2\delta$.

Давление в левой и правой зонах запишем в виде $p_1(t) = \sqrt{\varepsilon} p_{10}(t_1)$, $p_2(t) = \sqrt{\varepsilon} p_{20}(t_2)$. Подставив (3.11) в (3.2), получим выражение для формы зазора

$$(3.15) \quad H_0(h-1) = \frac{2}{\pi} \varepsilon^{1/2} \int_{-1}^{\infty} \{ p_{10}(t_1) - [\sqrt{2(t_1 - \beta)} + \beta/\sqrt{2(t_1 - \beta)}] \theta(t_1 - \beta) \} \times \\ \times \ln \frac{2}{|x+1-\varepsilon t_1|} dt_1 + 2\theta(\beta-x) \varepsilon^{3/2} \int_x^\beta [\sqrt{2(\beta-t_1)} - \beta/\sqrt{2(\beta-t_1)}] dt_1 +$$

$$\begin{aligned}
 & + 2\theta(x+\gamma)\varepsilon^{1/2} \int_{\delta}^x [\sqrt{2(t_2+\gamma)} - \gamma/\sqrt{2(t_2+\gamma)}] dt_2 + \\
 & + \frac{2}{\pi} \varepsilon^{1/2} \int_{-\infty}^{\delta} \{ p_{20}(t_2) - [2\sqrt{-t_2-\gamma} + \gamma/\sqrt{2(-t_2-\gamma)}] \theta(-\gamma-t_2) \} \times \\
 & \times \ln \frac{\varepsilon(\delta-t_2)}{|x-1-\varepsilon t_2|} dt_2
 \end{aligned}$$

В (3.15) в правой части записаны лишь главные члены. Ясно, что при $-1 < x < 1$ левая часть есть нуль с экспоненциальной точностью. Правая часть будет нулем при выполнении следующих условий:

$$(3.16) \quad \int_{-1}^{\infty} \left\{ p_{10}(t_1) - \left[\sqrt{2(t_1-\beta)} + \frac{\beta}{\sqrt{2(t_1-\beta)}} \right] \theta(t_1-\beta) \right\} dt_1 = 0$$

$$(3.17) \quad \int_{-\infty}^{\delta} \left\{ p_{20}(t_2) - \left[\sqrt{2(-t_2-\gamma)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2(-t_2-\gamma)}} \right] \theta(-\gamma-t_2) \right\} dt_2 = 0$$

$$(3.18) \quad \int_{-\infty}^{\delta} \left\{ p_{20}(t_2) - \left[\sqrt{2(-t_2-\gamma)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2(-t_2-\gamma)}} \right] \theta(-\gamma-t_2) \right\} \ln(\delta-t_2) dt_2 = 0$$

Уравнения для давления в левой и правой зонах при $H_0 \gg \varepsilon^{3/2}$ имеют вид

$$\begin{aligned}
 (3.19) \quad \frac{dp_{10}}{dx_1} &= \frac{V\varepsilon^2}{H_0^3} \left\{ 2\theta(\beta-x_1) \int_{x_1}^{\beta} \left[\sqrt{2(\beta-t_1)} - \frac{\beta}{\sqrt{2(\beta-t_1)}} \right] dt_1 - \right. \\
 & - \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{\infty} \left\{ p_{10}(t_1) - \left[\sqrt{2(t_1-\beta)} + \frac{\beta}{\sqrt{2(t_1-\beta)}} \right] \theta(t_1-\beta) \right\} \times \\
 & \left. \times \ln|t_1-x_1| dt_1 \right\} \exp(Q\sqrt{\varepsilon} p_{10}), \quad p_{10}(-1) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3.20) \quad \frac{dp_{20}}{dx_2} &= \frac{V\varepsilon^2}{H_0^3} \left\{ 2\theta(x_2+\gamma) \int_{\gamma}^{x_2} \left[\sqrt{2(t_2+\gamma)} - \frac{\gamma}{\sqrt{2(t_2+\gamma)}} \right] dt_2 + \right. \\
 & + \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\delta} \left\{ p_{20}(t_2) - \left[\sqrt{2(-t_2-\gamma)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2(-t_2-\gamma)}} \right] \theta(-t_2-\gamma) \right\} \times \\
 & \left. \times \ln \frac{\delta-t_2}{|t_2-x_2|} dt_2 \right\} \exp(Q\sqrt{\varepsilon} p_{20}), \quad p_{20}(\delta) = 0
 \end{aligned}$$

После записи замкнутой системы (3.16) – (3.20) уравнений первого приближения убеждаемся, что правая зона порядка ε действительно реализуется при $Q \sim \varepsilon^{-1/2}$.

Система (3.20), (3.17), (3.18) допускает закон подобия. Обозначим $Q_0 = Q\sqrt{\varepsilon}$, $C_0 = V\varepsilon^2/H_0^3$, $p_{20}^* = p_{20}/\sqrt{\delta}$, $t_{20} = t_2/\delta$, $x_{20} = x_2/\delta$.

Тогда

$$(3.21) \quad \frac{dp_{20}}{dx_{20}} = C_0 \delta^2 \left\{ 2\theta(x_{20}+2) \int_{-2}^{x_{20}} \left[\sqrt{2(t_{20}+2)} - \frac{2}{\sqrt{2(t_{20}+2)}} \right] dt_{20} + \right. \\ \left. + \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^1 \left\{ p_{20}^*(t_{20}) - \left[\sqrt{2(-t_{20}-2)} + \frac{2}{\sqrt{2(-t_{20}-2)}} \right] \theta(-t_{20}-2) \right\} \times \right. \\ \left. \times \ln \frac{1-t_{20}}{|t_{20}-x_{20}|} dt_{20} \right\} \exp[Q_0 \sqrt{\delta} p_{20}^*(t_{20})]$$

$$(3.22) \quad \int_{-\infty}^1 \left\{ p_{20}^* - \left[\sqrt{2(-t_{20}-2)} + \frac{2}{\sqrt{2(-t_{20}-2)}} \right] \theta(-t_{20}-2) \right\} dt_{20} = 0$$

$$(3.23) \quad \int_{-\infty}^1 \left\{ p_{20}^* - \left[\sqrt{2(-t_{20}-2)} + \frac{2}{\sqrt{2(-t_{20}-2)}} \right] \theta(-t_{20}-2) \right\} \ln(1-t_{20}) dt_{20} = 0$$

$$(3.24) \quad p_{20}^*(1) = 0$$

В задаче (3.21) – (3.24) надо определить два параметра: $C_0^* = C_0 \delta^2$, $Q_0^* = Q_0 \sqrt{\delta}$, причем их значения являются абсолютными константами. Для δ и H_0 получаем $\delta = Q_0^{*2}/Q_0^2$, $H_0 = (VQ_0^{*4}/C_0^*)^{1/3} Q^{-1/3}$. Определив C_0^* , Q_0^* , можно перейти к решению задачи (3.16), (3.19), где $V\varepsilon^2/H_0^3 = C_0^* Q_0^4/Q_0^{*4}$, $Q\sqrt{\varepsilon} = Q_0$. Подчеркнем различие задач в правой и левой зонах. В правой зоне достаточно решить одну задачу, так как есть закон подобия, позволяющий произвести пересчет для других Q_0 . В левой зоне закона подобия нет, и для каждого Q_0 задачу необходимо решать отдельно, получая $p_{10}(x_1, Q_0)$ и зависимость $\beta = \beta(Q_0)$.

Формулы для δ и H_0 соответствуют эксперименту [13, 14] и результатам численного решения уравнений (3.1) – (3.4) в условиях недостаточной смазки.

Поступила 9 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Петрусевич А. И. Основные выводы из контактно-гидродинамической теории смазки. Изв. АН СССР. ОТН, 1951, № 2.
2. Грубин А. Н. Основы гидродинамической теории смазки тяжело нагруженных цилиндрических поверхностей. Тр. ЦНИИТМАШ, 1949, кн. 30.
3. Коднир Д. С. Контактная гидродинамика смазки деталей машин. М. «Машиностроение», 1976.
4. Лаврентьев М. А. О построении потока, обтекающего дугу заданной формы. Тр. ЦАГИ, 1932, вып. 118.
5. Иванов В. В. Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений. Киев, «Наукова думка», 1968.
6. Габдулхаев Б. Г. Сплайн-методы решения одного класса сингулярных интегродифференциальных уравнений. Изв. ВУЗов. Математика, 1975, № 6.
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Об однородных разностных схемах. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 1.
8. Салгыков А. И., Макаренко Г. И. Программирование на языке ФОРТРАН. М., «Наука», 1976.
9. Барц, Элерт. Влияние пьезокоэффициента вязкости смазочных масел на давление, температуру и толщину пленки в упругогидродинамических контактах качения. Тр. Америк. о-ва инж.-механ., сер. Проблемы трения и смазки, 1976, т. 98, № 4.

10. Дроздов Ю. Н. Обобщенные характеристики в анализе трения и смазки тяжело-нагруженных тел. *Машиноведение*, 1974, № 6.
11. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М., «Мир», 1972.
12. Галазов М. А., Голубкин В. Н., Ширококов В. В. Реологические модели жидкости в экстремальных условиях и упругогидродинамика. *Числ. методы мех. сплошной среды*, 1976, т. 7, № 3.
13. Wymer D. G., Cameron A. Elastohydrodynamic lubrication of a line contact. *Proc. Instn Mech. Engrs*, 1974, vol. 188, No. 19.
14. Уидивен, Ивнс, Камерон. Оптический анализ масляного голодания в шариковом подшипнике. *Тр. Америк. о-ва инж.-механ.*, сер. Проблемы трения и смазки, 1971, т. 93, № 3.

УДК 532.517.4

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАЧАЛЬНОГО УЧАСТКА КРУГЛОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ В ПОПЕРЕЧНОМ ПОТОКЕ

Л. Н. ВОЙТОВИЧ, Т. А. ГИРШОВИЧ, Н. П. КОРЖОВ

(Москва)

По экспериментальным данным (например, [1-9]) течение в струе, распространяющейся в поперечном потоке, имеет сложный характер: поперечное сечение струи на некотором удалении от среза сопла приобретает подковообразный вид, течение в струе трехмерное со сложной вихревой структурой и с продольным и поперечным градиентами давления, на сравнительно больших удалениях от среза сопла профили скорости и температуры имеют два максимума.

В большинстве экспериментальных работ изучается течение в основном участке. Однако эти данные не позволяют установить, за счет чего сформировывается такое сложное течение, а это необходимо знать для построения теоретической модели круглой струи в сносящем потоке. Такая модель до сих пор отсутствует. Противоречивы также данные об эжекционной способности струи, которая в [1, 6] считается такой же, как и у обычной затопленной струи, а в [3, 4] — существенно выше.

Формирование струи в сносящем потоке происходит на начальном участке. Здесь развивается зона смешения, течение в разных частях которой определяется воздействием меняющихся вокруг струи граничных условий. Поэтому представляет несомненный интерес подробное экспериментальное исследование начального участка струи в широком диапазоне изменения отношения скоростей струи и сносящего потока. Такое исследование может дать ключ к пониманию процесса формирования течения не только в самом начальном участке струи, но и на сравнительно больших удалениях от среза сопла. Следует отметить, что начальный участок струи в сносящем потоке изучен мало. Так, в [1] приводятся некоторые данные по траектории струи и по преобразованию круглого сечения струи в подковообразное, в [6-8] содержится анализ данных по распределению статических давлений на подстилающей поверхности вокруг струи, в [9] приведены результаты исследования влияния сносящего потока на распределение статического давления по срезу сопла, на расход газа через сопло и тягу.

В настоящей статье изложены некоторые результаты экспериментального исследования начального участка круглой струи, распространяющейся в сносящем потоке. Эксперимент проводился в дозвуковой аэродинамической трубе открытого типа диаметром 440 мм. Скорость в рабочей части трубы изменялась от 7,5 до 22 м/сек. Струя выдувалась перпендикулярно создаваемому аэродинамической трубой потоку из про-