

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ СКАЧКОВ  
УПЛОТНЕНИЯ С ОДНОЙ И ДВУМЯ ТРОЙНЫМИ ТОЧКАМИ  
С УЧЕТОМ РАВНОВЕСНЫХ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ  
ПРЕВРАЩЕНИЙ ВОЗДУХА

Ю. А. ПОЛЕЖАЕВ, Х. А. РАХМАТУЛИН

(Москва)

Известно, что взаимодействие скачков уплотнения перед выступающим элементом сверхзвукового объекта значительно повышает давление в области взаимодействия [1-3]. Существующие методы оценки этого избыточного давления на передней кромке выступающего элемента основаны на расчете конфигураций пересечения скачков уплотнения с двумя или одной тройными точками для совершенного газа при постоянном показателе степени адиабаты  $\gamma$ . Расчет сводится к последовательному решению двух трансцендентных уравнений для определения углов наклона скачков в узловых точках [2, 4].

В рассматриваемой статье приводятся постановка задачи и результаты расчета течений в конфигурациях скачков уплотнения с тройными точками с учетом равновесной диссоциации воздуха. Используется аппроксимация расчетов термодинамических функций воздуха А. С. Предводителя для энтальпии  $i$  и отношения теплоемкостей  $\gamma$  в зависимости от давления  $p$ , предложенная Ю. Н. Дьяконовым [5].

Рассмотрена постановка задачи для расчета течения с учетом равновесной диссоциации воздуха в области интерференции скачков уплотнения с двумя и одной тройными точками — I и II типы взаимодействия (классификация, принятая в [4]). Приведены некоторые результаты решения полученной системы уравнений на ЭВЦМ как при натекании холодного невозмущенного воздуха (область  $w$  взаимодействия головной ударной волны объекта с его выступающим элементом), так и при натекании горячего диссоциирующего воздуха (область  $O$  взаимодействия с отрывной зоной пограничного слоя на поверхности сверхзвукового объекта).

Показано, что как в области  $w$ , так и в области  $O$  на относительное давление кроме скорости и угла падающего скачка уплотнения значительное влияние оказывает плотность набегающего потока (высота полета объекта). В зависимости от этого параметра относительное давление в области взаимодействия может быть меньше или больше давления, рассчитанного для совершенного газа с  $\gamma=1.4$  при аналогичных условиях обтекания. Полученные результаты указывают на необходимость учета реальных свойств воздуха при определении силовых и тепловых нагрузок в областях взаимодействия скачков уплотнения на поверхности выступающих элементов гиперзвукового объекта.

1. Рассмотрим конфигурацию пересечения скачков уплотнения, когда образуются две тройные точки  $A$  и  $B$  — I тип взаимодействия (см. схему на фиг. 1). Здесь 2 — падающий скачок уплотнения, индуцированный или головной ударной волной тела, или отрывной зоной пограничного слоя на поверхности тела, а 7 — висячий скачок уплотнения перед выступающим элементом, если струйки тока, прошедшие скачки 2-3-4, сверхзвуковые.

Пусть течение газа в области 1 задано следующими параметрами:  $\rho_1$  — плотность,  $p_1$  — давление,  $V_1$  — скорость набегающего потока,  $\varphi_2$  — угол падающего скачка уплотнения,  $i_1$  — энтальпия и  $\gamma_1$  — отношение теплоемкостей. При этом независимыми являются первые четыре параметра. Для определения этих же параметров, а также углов отклонения потока  $\theta$  за соответствующими скачками 2, 3, 4, 5 и 6 выпишем следующую систему

соотношений на косых скачках уплотнения:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \rho_{i+k} V_{i+k} \sin \varphi_{j+k} &= \rho_{j+k} V_{j+k} \sin (\varphi_{j+k} - \theta_{j+k}) \\ i_{i+k} + V_{i+k}^2 / 2gE &= i_{j+k} + V_{j+k}^2 / 2gE \\ 10^4 p_{i+k} + \rho_{i+k} V_{i+k}^2 \sin^2 \varphi_{j+k} &= 10^4 p_{j+k} + \rho_{j+k} V_{j+k}^2 \sin^2 (\varphi_{j+k} - \theta_{j+k}) \\ V_{i+k} \cos \varphi_{j+k} &= V_{j+k} \cos (\varphi_{j+k} - \theta_{j+k}) \end{aligned}$$

Эти уравнения записываются для значений индексов  $i$  и  $j$ , равных 1 и 2, 2 и 3, 1 и 5 соответственно. Для замыкания полученной таким образом системы необходимо добавить два соотношения на контактных разрывах  $AC$  и  $BD$  между областями 3—5 и 4—6

$$(1.2) \quad \theta_{2+k} + \theta_{3+k} = \theta_{5+k}, \quad p_{3+k} = p_{5+k}.$$

Индексы при параметрах обозначают принадлежность к соответствующей области течения. Значение индекса  $k=0$  соответствует тройной точке  $A$  для определения параметров в областях 2, 3 и 5; значение  $k=1$  — тройной точке  $B$  для определения течения в областях 3, 4 и 6. В последнем случае параметрами набегающего потока являются параметры течения в области 2, полученные при решении системы при  $k=0$ . Таким образом, определение газодинамических и термодинамических параметров течения в конфигурациях пересечения скачков уплотнения I типа с двумя тройными точками сводится к последовательному решению систем уравнений (1.1) — (1.2) при  $k=0$  и 1 соответственно.

Для расчета параметров течения за скачком 7 в случае, если течение за скачком 4 сверхзвуковое ( $M_4 > 1$ ), необходимо решить аналогичную систему уравнений (1.1) с индексами  $i=4$ ,  $j=7$  и  $k=0$ .

Число  $M$  и скорость звука  $a$  рассчитывались по формулам

$$(1.3) \quad a = 10^2 \sqrt{\gamma p / \rho}, \quad M = V/a$$

Для определения энтальпии  $i$  и показателя степени адиабаты  $\gamma$  использовалась специально выбранная табличная форма [5] аппроксимации результатов расчета термодинамических функций воздуха А. С. Предводителя в диапазоне давлений  $10^{-3} \text{ ата} < p < 10^3 \text{ ата}$  и температур  $200^\circ \text{ К} < T < 2000^\circ \text{ К}$ , которую удобно реализовать при численных решениях задач газовой динамики на ЭВЦМ.

Величины  $i$  и  $\gamma$  в этой аппроксимации являются функциями давления  $p$  и некоторой «эффективной температуры»  $q$ , которая подобрана в виде

$$(1.4) \quad q = (1 + 0.1667 |\lg p|)^{-0.1 \lg p} \eta$$

$$(1.5) \quad \eta = 10^{-2} p / \rho - 0.45$$

В зависимости от значения  $\eta$  расчет энтальпии  $i$  и отношения теплоемкостей  $\gamma$  проводится следующим образом.

Если  $\eta \geq 0$ , то  $i$  и  $\gamma$  определяются из таблиц с помощью линейной интерполяции по  $\lg p$  и квадратичной по  $q$  [5].

Если  $-0.335205 \leq \eta < 0$ , то зависимости от давления  $p$  практически не наблюдается. В этом случае  $i$  и  $\gamma$  хорошо описываются квадратичными зависимостями от  $\eta$

$$(1.6) \quad i = 213.07476 \eta^2 + 1000.91465 \eta + 407.5$$

$$(1.7) \quad \gamma = 0.8257299 \eta^2 + 0.01923299 \eta + 1.313666$$

При  $\eta < -0.335205$  воздух можно считать совершенным газом, тогда

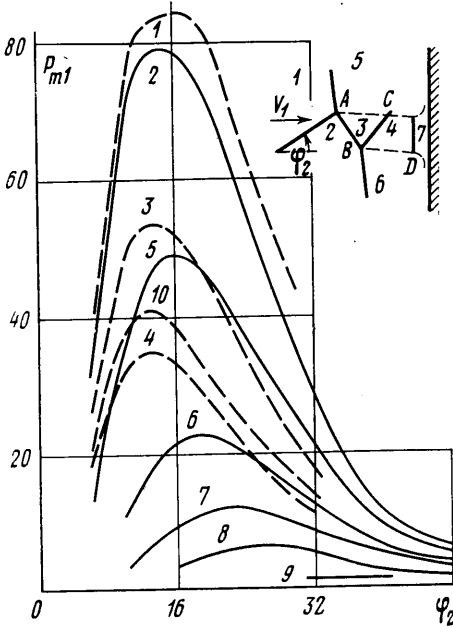
$$(1.8) \quad i = 2.39\gamma p / (\gamma - 1)\rho, \quad \gamma = 1.4$$

В выписанных выражениях размерности величин следующие:  $[p] = \text{кг/см}^2$ ,  $[\rho] = \text{кг}\cdot\text{сек}^2/\text{м}^4$ ,  $[V] = \text{м/сек}$ ,  $[i] = \text{ккал/кг}$ ,  $g = 9.8 \text{ м/сек}^2$ ,  $E = 427 \text{ кжм/ккал}$ .

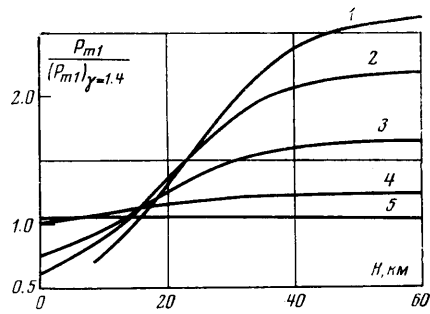
Системы уравнений (1.1)–(1.3) с аппроксимирующими зависимостями (1.4)–(1.8) решались численно итерационным методом на ЭВМ М-222. В качестве начального приближения использовались результаты

расчета аналогичной конфигурации скачков для совершенного газа при постоянном значении  $\gamma = 1.4$  в случае обтекания невозмущенным воздухом и при постоянном значении  $\gamma = 1.2$  в случае диссоциирующим воздухом.

2. Расчет при обтекании холодным невозмущенным газом с  $\gamma = 1.4$  проводился при различных значениях углов падающих скач-



Фиг. 1

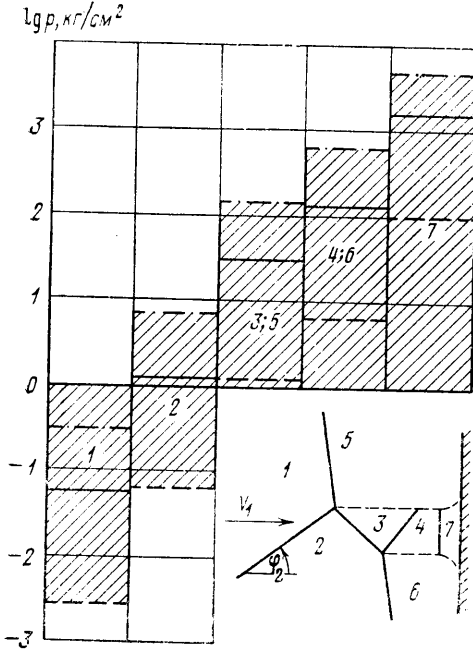


Фиг. 2

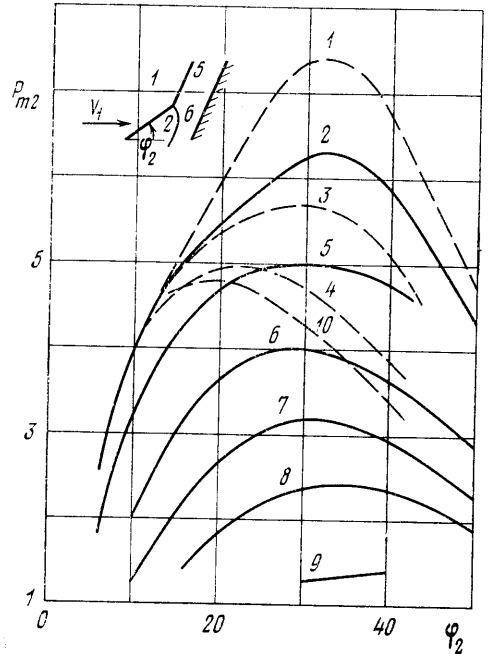
ков уплотнения  $\phi_2$ , скоростей набегающего потока  $V_1$  и плотностей воздуха, соответствующих высотам  $H = 10, 20, 40$  и  $60 \text{ км}$  над уровнем моря [6]. Для высот  $H = 60 \text{ км}$  существенными могут оказаться неравновесные процессы, поэтому результаты расчета для  $H = 60 \text{ км}$  приводятся для сравнения и интерполяции на меньшие высоты.

На фиг. 1 приведены результаты расчета относительного давления  $P_{m1} = p_7/p_5$  между областями 7 и 5 для I типа взаимодействия. Показано влияние высоты при постоянной скорости набегающего потока  $V = 6000 \text{ м/сек}$  (кривые: 1 — высота  $H = 60 \text{ км}$ , 2 —  $H = 40 \text{ км}$ , 3 —  $H = 20 \text{ км}$ , 4 —  $H = 10 \text{ км}$ ) и скорости при постоянной высоте  $H = 40 \text{ км}$  (кривые: 5 —  $V = 4500$ , 6 —  $V = 3000$ , 7 —  $V = 2100$ , 8 —  $V = 1500$ , 9 —  $V = 900 \text{ м/сек}$ ). На этой же фигуре для сравнения приведены результаты расчета  $P_{m1}$ , полученные при числе  $M = 20$  и постоянном значении  $\gamma = 1.4$  (кривая 10). Для реального воздуха отмечается аналогичная зависимость относительного давления  $P_{m1}$  от угла  $\phi_2$  и скорости  $V_1$  с выраженным максимумом, как и для совершенного воздуха с  $\gamma = 1.4$ , но в количественном отношении имеет место значительное отличие, увеличивающееся с ростом высоты (см. кривые 1–4).

На фиг. 2 приведены отношения максимальных значений  $P_{m1}$ , рассчитанных с учетом равновесной диссоциации, к величине  $(P_{m1})_{\gamma=1.4}$  для совершенного газа в зависимости от высоты  $H$  для различных скоростей (кривым 1—5 соответствуют скорости  $V_1=7500, 6000, 4500, 3000$  и  $1500$  м/сек). Из этих результатов видно, что заметное влияние диссоциации воздуха начинает сказываться при скоростях  $V_1 > 3000$  м/сек. На высотах  $H < 12-15$  км и скоростях полета  $V > 3000$  м/сек отношение  $P_{m1}/(P_{m1})_{\gamma=1.4} < 1$ , т. е. учет реальных свойств воздуха уменьшает относительное давление в области взаимодействия I типа по сравнению с совершенным газом. При  $H > 15$  км с ростом высоты влияние реальных свойств увеличивает относительное давление.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 3 приведена диаграмма изменения давления в системе скачков уплотнения для I типа взаимодействия при  $V_1=6000$  м/сек,  $\phi_2=13^\circ$  для высот  $H=10$  км (штрихпунктирные линии),  $H=20$  км (сплошные линии) и  $H=40$  км (пунктирные линии).

Влияние угла падающего скачка  $\phi_2$ , а также скорости  $V_1$  и высоты  $H$  на отношение давлений  $P_{m2}=p_6/p_5$  для II типа взаимодействия, когда максимальное давление определяется струйками тока, прошедшими скачки 2 и 6, приведено на фиг. 4 (нумерация кривых полностью соответствует фиг. 1).

Относительное давление для этого типа взаимодействия значительно меньше, чем для I типа, как это имеет место и для совершенного газа при постоянном  $\gamma$ . С ростом высоты  $P_{m2}$  также возрастает.

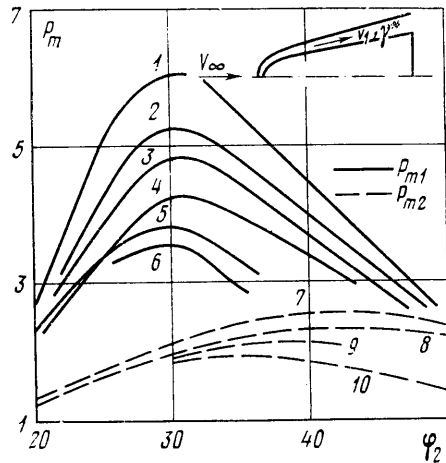
3. Приведенные на фиг. 1—4 результаты расчета систем скачков уплотнения I и II типов взаимодействия с учетом равновесных физико-химических превращений воздуха получены для падающего холодного воздуха при  $\gamma=1.4$ , что имеет место в области падения головной волны

тела на выступающий элемент, установленный на его поверхности.

Не меньший интерес представляет случай обтекания таких же систем скачков нагретым, диссоциирующим воздухом, что имеет, например, место в окрестности отрыва пограничного слоя перед выступающим элементом на поверхности затупленного конуса. При этом также могут образоваться I и II типы взаимодействия скачков. В этом случае при решении систем уравнений (1.1), (1.2) за начальное приближение принималось решение, полученное при постоянном значении эффективного показателя степени адиабаты  $\gamma^* = 1.2$ . На фиг. 5 приведены результаты расчета относительных давлений в окрестности выступающего элемента для I и II типов взаимодействия скачков, когда падающий скачок индуцирован отрывной областью пограничного слоя на поверхности затупленного конуса. За параметры набегающего потока  $\rho_1$ ,  $p_1$ ,  $V_1$  принимались параметры в области невязкого обтекания затупленного конуса с учетом равновесных физико-химических превращений воздуха [7]. Рассматривался конус с полууглом при вершине  $\beta = 10^\circ$ , а параметры  $\rho_1$ ,  $p_1$ ,  $V_1$  соответствовали расстоянию от носка, равному  $X = 13.5$ , и поверхности конуса  $-\lambda = -0.1$  (обозначения соответствуют [7]).

На фиг. 5 показано влияние скорости невозмущенного потока при постоянных значениях высот  $H = 30$  км (кривые: 1, 7 —  $V_\infty = 7500$  м/сек.,  $V_1 = 5380$  м/сек.,  $\gamma^* = 1.15$ ; 2, 8 —  $V_\infty = 6000$ ,  $V_1 = 4475$ ,  $\gamma^* = 1.23$ ; 3 —  $V_\infty = 5000$ ,  $V_1 = 3860$ ,  $\gamma^* = 1.17$ ; 4, 9 —  $V_\infty = 3000$ ,  $V_1 = 2500$ ,  $\gamma^* = 1.31$ ) и  $H = 10$  км (кривая 5 —  $V_\infty = 5000$  м/сек.,  $V_1 = 3890$  м/сек.,  $\gamma^* = 1.16$ ). Для сравнения приведены результаты для условий обтекания совершенным газом при  $\gamma = 1.4$ ,  $M = 23$ ,  $V_1 = 6390$  м/сек (кривые 6, 10).

Из приведенных результатов видно, что значения  $P_{m1}$  (сплошные линии) и  $P_{m2}$  (пунктирные линии) зависят от угла падающего скачка  $\varphi_2$  и скорости потока  $V_\infty$  в невозмущенной области. С ростом высоты так же, как при обтекании холодным воздухом (фиг. 1), отмечается увеличение значения относительного давления  $P_{m1}$  (ср. кривые 3 и 5). Общий уровень относительных давлений в рассматриваемом случае значительно ниже, чем при обтекании холодным воздухом системы скачков в области падения головной ударной волны на выступающий элемент. Расчет аналогичных типов взаимодействия в области отрыва пограничного слоя при  $M_\infty = 23$  и  $\gamma = 1.4$  дает значения  $P_{m1}$  (кривая 6) и  $P_{m2}$  (кривая 10), меньшие, чем с учетом равновесных физико-химических превращений воздуха при подобных же условиях в набегающем потоке (кривые 1 и 7).



Фиг. 5

Поступила 3 V 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдучевский В. С., Медведев К. И. Физические особенности течения в области отрыва при трехмерном взаимодействии пограничного слоя с ударной волной. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.

2. *Тетерин М. П.* Исследование течения газа в области падения скачка уплотнения на цилиндр, обтекаемый потоком большой сверхзвуковой скорости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2.
  3. *Keyes J. W., Hains F. D.* Analytical and experimental studies of shock interference heating in hypersonic flows. NASA Techn. Note, 1973, TN D-7139.
  4. *Полежаев Ю. А.* О минимизации сопротивления затупленных кромок выступающих элементов гиперзвукового объекта. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 3.
  5. *Дьяконов Ю. Н.* Пространственное обтекание затупленных тел с учетом равновесных физико-химических реакций. Докл. АН СССР, 1964, т. 157, № 4.
  6. Стандартная атмосфера. Параметры. ГОСТ 4401-73. М., 1977.
  7. *Луцев В. В., Магомедов К. М., Павлов В. Г.* Гиперзвуковое обтекание притупленных конусов с учетом равновесных физико-химических превращений. М., ВЦ АН СССР, 1968.
-