

МЕТОДЫ РАСЧЕТА
И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ТЕЧЕНИЙ ПРОВОДЯЩЕГО ГАЗА
В СИЛЬНОТОЧНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГАХ

Г. А. ДЕСЯТКОВ, А. Ж. ЖАЙНАКОВ, П. В. КОЗЛОВ, В. М. ЛЕЛЕВКИН,
М. А. САМСОНОВ, В. С. СЛОБОДЯНЮК, В. С. ЭНГЕЛЬШТ

(Фрунзе)

Механизм ускорения проводящего газа в электрической дуге ее собственным магнитным полем впервые был исследован в [1]. Дальнейшее теоретическое изучение этого вопроса связано с проведением численных расчетов дуг [2-7]. Наиболее общий подход к решению задачи реализован в [4], где использован метод конечных разностей. Интегральные расчетные модели развиты в [5-7].

В данной работе предлагается модифицированный вариант разностной методики [4] и ряд интегральных методов расчета течения проводящего газа в сильноточной электрической дуге. Развитие последних представляет интерес в связи с тем, что они удачно сочетают достаточную точность в определении интегральных и усредненных по сечению величин со сравнительной простотой расчета, а также позволяют получить решение задачи в ряде ситуаций, когда реализация разностного метода затруднена. Результаты различных способов вычислений сравниваются между собой. Исследуется влияние условий в начальном сечении расчетного участка дуги на ее характеристики, проводится численный анализ нагрева и ускорения проводящего газа.

1. **Постановка задачи.** Рассматривается открытая стационарная электрическая дуга, взаимодействующая с собственным магнитным полем. Задача расчета состоит в том, чтобы по известным значениям тока и давления и свойствам газа определить температуру, скорость дуговой плазмы и напряженность электрического поля. Предполагаем, что внешнее магнитное поле отсутствует, течение ламинарное, излучение объемное, выполняются условия квазинейтральности и локального термодинамического равновесия. Математическое описание задачи основано на модели сплошной среды. Система уравнений записывается в МГД приближении [8].

Дальнейшие упрощения связаны с тем, что в дуговом разряде течение газа происходит преимущественно в осевом направлении и радиальные градиенты температуры и скорости существенно больше аксиальных, вязкая диссипация мала по сравнению с джоулевым тепловыделением, сила тяжести не учитывается. Это позволяет использовать уравнения в приближении пограничного слоя, которые запишем в форме [4]

$$\begin{aligned} \sigma E^2 &= \rho c_p \left(v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \varphi \\ (1.1) \quad - \frac{\partial P}{\partial z} &= \rho \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u r) &= 0 \end{aligned}$$

$$P = P_0 + \xi E^2 \int_r^\delta \frac{\sigma}{x} \int_0^x \sigma \eta d\eta dx + \frac{1}{2} \xi E^2 \left(\frac{1}{r} \int_0^r \sigma x dx \right)^2$$

$$(1.2) \quad E = I/2\pi \int_0^\delta \sigma r dr, \quad \sigma = \sigma(T, P), \quad \kappa = \kappa(T, P)$$

$$c_p = c_p(T, P), \quad \mu = \mu(T, P), \quad \varphi = \varphi(T, P), \quad \rho = \rho(T, P)$$

Здесь r, z — цилиндрические координаты; u, v — аксиальная и радиальная скорости газа; T — температура; $\delta = \delta(z)$ — радиус дуги; I — ток дуги; P_0 — давление окружающей среды; σ — проводимость; κ — теплопроводность; c_p — теплоемкость при постоянном давлении; ρ — плотность; ξ — магнитная проницаемость; φ — излучательная способность; E — напряженность электрического поля, определяемая из закона Ома; P — давление в дуге; два слагаемых в правой части первого уравнения (1.2) обусловлены взаимодействием электрического тока с собственным магнитным полем.

Краевые условия записываем в виде

$$T = T(0, r), \quad u = u(0, r) \quad (0 \leq r \leq \delta(0))$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad v = 0 \quad (r = 0, \quad z \geq 0)$$

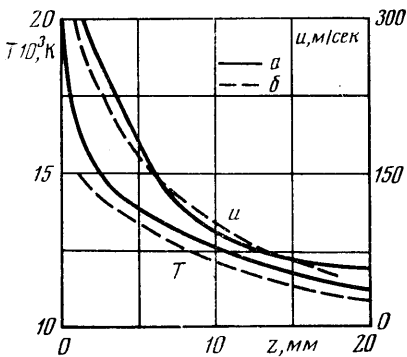
$$(1.3) \quad T = T_\delta, \quad u = u_\delta, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad (r = \delta, \quad z \geq 0)$$

Последние два условия служат для определения внешней границы.

2. Метод конечных разностей. Для решения системы (1.1) методом конечных разностей уравнения энергии и движения аппроксимируются по неявной двухслойной шеститочечной схеме, а уравнение неразрывности — по явной четырехточечной [4, 9]. Вычисления проводятся методом прогонки с использованием итераций.

Конец итеративного процесса на каждом слое устанавливается по сходимости напряженности электрического поля. Ускорение сходимости решения для T, u, v достигается методом нижней релаксации. Параметр релаксации полагается равным 0.5. Последовательность счета такая же, как в [10]. Отметим некоторые особенности алгоритма задачи. Шаг сетки в радиальном направлении равномерный, а в аксиальном направлении — неравномерный и оптимизируется в соответствии с градиентами искоемых функций по числу итераций. Размер ячейки автоматически уменьшается или увеличивается вдвое, если число итераций, требуемых для расчета предыдущего слоя, равно $n \geq N_1$ или $n \leq N_2$ соответственно (в расчетах принято $N_1 = 30, N_2 = 3$). Для стабилизации решения в данной задаче на первых расчетных слоях в радиальные конвективные слагаемые уравнений движения и энергии вводится параметр β , изменяющийся на первых слоях по

закону $\beta_{i+1} = \beta_i + 0.1$ ($\beta = 0, (0.1), 1$). Сечение, в котором $\beta = 1$, выбирается в качестве начального сечения расчетного участка дуги. Подобным приемом удается согласовать задаваемые профили температуры и скорости ($z = 0$) с уравнениями пограничного слоя, в дуге ($z > 0$) устранить разрыв радиальной составляющей скорости. Отметим, что участок дуги, где $\beta < 1$, очень мал (меньше 10^{-3} диаметра при $z = 0$) и практически не оказывает влияния на распределения температуры, аксиальной скорости и интегральные характеристики потока.



Фиг. 1

На фиг. 1 результаты расчета по приведенной методике (линии *a*) для дуги в Аг при $I=100$ а, $\delta(0)=1.5$ мм сравниваются с экспериментальными данными (линии *b*) для температуры [11] и скорости [12] на оси. При этом значения скорости из эксперимента просчитывались по измеренному динамическому давлению, а входные условия для расчета выбирались с помощью модели [13]. Сопоставление расчетов для напряженности электрического поля в в/см с измерениями [14] приведено ниже:

<i>z</i> , мм	0	1	2	4	6	8	10	15	20
Расчет	35.1	14.1	8.9	6.2	5.1	4.3	3.8	3.1	2.8
Эксперимент	—	6.8	5.6	4.0	3.1	2.7	—	—	—

Согласие полученных результатов вполне удовлетворительное.

При расчете обычно возникают трудности с заданием условий в сечении $z=0$. С целью выяснения зависимости характеристик открытой сильноточной дуги от указанных величин проведен цикл вычислений при различных условиях на входе в расчетный участок дуги. Профили температуры и скорости в начальном сечении задаются параметрическими зависимостями [15]

$$(2.1) \quad \frac{T(r, 0) - T_0}{T(0, 0) - T_0} = \left(1 - \frac{r}{\delta}\right)^n \left(1 + n \frac{r}{\delta}\right),$$

$$\frac{u(r, 0) - u_0}{u(0, 0) - u_0} = \left(1 - \frac{r}{\delta}\right)^m \left(1 + m \frac{r}{\delta}\right)$$

Входные параметры варьировались в довольно широком диапазоне: $T(0, 0) = 20\,000 \div 28\,000^\circ \text{К}$, $u(0, 0) = 70 \div 300$ м/сек, $\delta(0) = 1.5 \div 4$ мм, $n = 2 \div 5$, $m = 2 \div 25$. Результаты расчета показали, что осевая скорость наиболее чувствительна к указанным условиям, а температура на оси и напряженность электрического поля реагируют слабее. Отчетливо прослеживается тенденция к асимптотическому сближению аксиальных распределений тепловых, динамических и электрических характеристик дуги, являющаяся следствием интенсивных процессов перераспределения потоков тепла и импульса в разряде. Изменение величин начальных потоков энтальпии $Q(0)$ и импульса $K(0)$ при постоянных $\delta(0)$, n и изменение $\delta(0)$, n при постоянных $Q(0)$, $K(0)$ приводят к расщеплению соответствующих характеристик дуг. При фиксированных $Q(0)$, $K(0)$, $\delta(0)$, n и большом различии величин $T(0, 0)$, $u(0, 0)$, m характеристики совпадают уже при $z \sim 2$ мм. Следовательно, пары величин $(Q(0), K(0))$ и $(\delta(0), n)$ в комплексе $(Q(0), K(0), \delta(0), n)$ в равной мере важны для адекватного отражения реальных параметров дуги в расчетах. Таким образом, задание указанного комплекса величин допускает определенный произвол в выборе $T(0, 0)$, $u(0, 0)$, m , что может облегчить постановку входных условий.

Для анализа нагрева и ускорения газа рассматривается дуга, имеющая катод с насадком, представляющим собой достаточно протяженную цилиндрическую трубу радиуса $\delta(0)$ с охлаждаемыми и непроницаемыми стенками. Срез сопла выбирается в качестве начального сечения расчетного участка открытой сильноточной дуги. Предполагается, что на срезе сопла при относительно малых расходах газа устанавливается полностью развитое течение, а распределение температуры такое же, как в цилиндрически симметричной дуге радиуса $\delta(0)$. Для численного анализа выбрана дуга силой тока 200 а, горящая в аргоне при $P_0 = 1$ атм, $T_0 = 1000^\circ \text{К}$, $u_0 = 0$; радиус сопла $\delta(0) = 1.5$ мм. Результаты расчета приведены в таблице (вариант 1). Для выяснения роли отдельных механизмов дополнительно просчитаны: дуга без учета магнитных сил (вариант 2); с вязкостью, завышенной и

z, мм	T(0, z) 10 ⁻² , °K					u(0, z), м/сек				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
0	280	280	280	280	280	165	165	165	165	165
0.5	262	260	236	262	262	300	164	164	300	300
1	243.5	237	190	243	243.5	338	161	157	306	346
2	212	188.5	153	206	212	360	147	134	253	380
3	186	164.5	144.5	181.5	186	361	130	105	214	391
5	166	149.5	131.5	162	166.5	344	100	68	138	395
10	149.5	129.5	109	141	150.5	274	47	26	37	386
15	140.5	117	91	125.5	142	203	24	17	21	379
20	134	110	74	114	136	153	17	14	15	352

заниженной в 10 раз (соответственно варианты 4, 5), а также бестоковая струя плазмы (вариант 3) при тех же входных условиях.

Сравнение вариантов 1—3 показывает, что действие магнитных сил существенно изменяет все динамические и тепловые характеристики дуги. Повышаются температура и скорость плазмы, напряженность электрического поля, уменьшается диаметр дуги и возрастает масса вовлекаемого в течение газа. Отметим, что взаимодействие аксиальной компоненты плотности тока с собственным магнитным полем дуги приводит к ускорению газа в присоединенной области, но не увеличивает интегрального импульса, так как одновременно тормозит газ на периферии дуги. Рост потока импульса обусловлен только взаимодействием радиальной составляющей плотности тока с магнитным полем дуги. В данном примере расчета из-за сравнительно большого начального потока энтальпии джоулев подогрев (варианты 2, 3) слабо сказывается на параметрах потока, увеличивая лишь толщину теплового слоя.

Действие магнитных сил и вязкого трения в электрической дуге прослеживается при сопоставлении вариантов расчета 1, 4, 5. На начальном участке значения осевых скоростей совпадают. Вычисления показывают, что здесь магнитные силы на порядок превышают вязкие. По мере уменьшения величины магнитных сил (вниз по потоку) влияние вязкости возрастает и результаты вариантов 1, 4, 5 заметно отличаются друг от друга. Роль вязкости сводится к перераспределению импульса по сечению дуги.

По результатам расчета (таблица, вариант 1) в открытом дуговом разряде можно условно выделить начальную, переходную и асимптотическую области течения. Начальная область ($z/\delta(0) < 1$) характеризуется значительными аксиальными градиентами скорости, температуры, напряженности электрического поля. На этом участке наблюдается **интенсивный рост** диаметра дуги. Интегральные по сечению конвективные потоки тепла и импульса получают быстрое приращение.

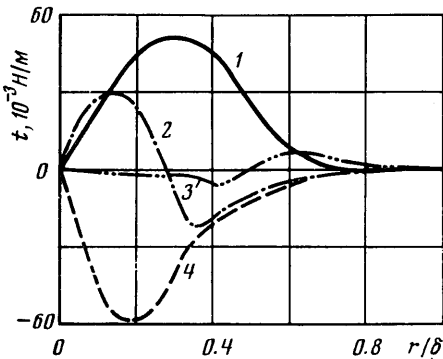
Переходному участку ($1 < z/\delta(0) < 5$) присуще постепенное сглаживание аксиальных градиентов указанных выше величин. Уменьшаются действия магнитных сил и возрастает роль вязкого трения. При этом происходит замедление роста, а затем и спад скорости на оси дуги. С уменьшением джоулевого тепловыделения IE все большее значение в процессе теплообмена приобретает излучение.

При $z/\delta(0) > 5$ устанавливается режим течения с малыми аксиальными градиентами всех величин. Для этой области характерно то, что большая часть (~80%) выделяемого тепла уносится излучением.

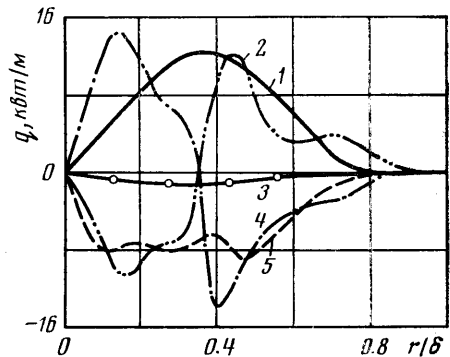
Вклад и взаимосвязь процессов в дуге проанализированы на основе изучения локальных балансов импульса (t) и энергии (q) в кольцевых зонах ($\Delta r = r_{i+1} - r_i = 0.03$ мм) расчетной сетки (здесь h — энтальпия плазмы)

$$\begin{aligned}
 & 2\pi \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{\partial Pr}{\partial z} dr + 2\pi \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} dr - 2\pi \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) dr - \\
 & + 2\pi \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{\partial \rho u^2 r}{\partial z} dr = 0 \\
 (2.2) \quad & 2\pi \int_{r_i}^{r_{i+1}} \sigma E^2 r dr + 2\pi \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \kappa}{c_p} \frac{\partial h}{\partial r} \right) dr - 2\pi \int_{r_i}^{r_{i+1}} \varphi r dr - 2\pi \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{\partial \rho v h r}{\partial r} dr - \\
 & - 2\pi \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{\partial \rho u h r}{\partial z} dr = 0
 \end{aligned}$$

Слагаемые этих уравнений в сечении $z/\delta(0)=0.25$ дугового разряда приведены на фиг. 2, 3, где номер кривой соответствует порядковому номеру слагаемого в уравнениях (2.2).



Фиг. 2



Фиг. 3

Выбранное сечение является типичным для начального участка дуги. Для него характерно интенсивное джоулево тепловыделение. Вынос энергии излучением невелик. В этом сечении перенос энергии теплопроводностью компенсируется переносом энергии радиальной конвекцией. Магнитные силы, вызывая радиальный поток газа, концентрируют тепловую энергию во внутренней области дуги. Поток импульса, созданный электромагнитными силами на периферии разряда, также переносится радиальным потоком газа к оси. На этом участке вынужденная радиальная конвекция определяет формирование ядра дуги.

Для более удаленных сечений характерно уменьшение абсолютных значений рассматриваемых компонент. Прогрев приосевых участков осуществляется в основном аксиальным потоком тепла. Продолжает работать механизм противодействия процессов теплопроводности и переноса тепла радиальной конвекцией. Для динамических процессов преобладающим становится перенос импульса вязким трением из приосевой области в периферийную. В целом все выделившееся в сечении тепло и приращение импульса выносятся аксиальной конвекцией.

Таким образом, потоки газа, обусловленные действием собственного магнитного поля дугового разряда, наряду с процессами теплопроводности

и вязкого трения играют решающую роль в перераспределении по объему джоулева тепла и импульса, формируя ядро дуги и определяя ее геометрию. Относительная роль физических процессов в дуге меняется вдоль по потоку, и нет преобладающих механизмов, общих для всей дуги.

3. Интегральные методы. В ряде случаев предпочтительными оказываются методы расчета, основанные на соотношениях, полученных интегрированием системы (1.1):

$$(3.1) \quad K = K(0) + \frac{\xi I^2}{4\lambda} \left[\ln \frac{\delta}{\delta(0)} + \int_0^\delta \frac{T^2(r)}{I^2} \frac{dr}{r} \right]_{z=0}^z, \quad \frac{dQ}{dz} = IE - \Phi$$

$$K = 2\lambda \int_0^\delta \rho u (u - u_\delta) r dr, \quad Q = 2\lambda \int_0^\delta \rho u (h - h_\delta) r dr, \quad \Phi = 2\lambda \int_0^\delta \varphi r dr$$

$$I(r) = 2\lambda E \int_0^r \sigma dr, \quad T_*(r, z) = \frac{T(r, z) - T_\delta}{T(0, z) - T_\delta}, \quad u_*(r, z) = \frac{u(r, z) - u_\delta}{u(0, z) - u_\delta}$$

В отличие от [6] здесь уточнено выражение для потока импульса K . Система (3.1) содержит неизвестные δ , $u(0, z)$, $T(0, z)$, $T_*(r, z)$, $u_*(r, z)$. Для моделей, условно названных квазицилиндрическими, предполагаем, как и в [5], что в каждом сечении дуги распределение $T(r)$ и связь между δ , I , E такие же, как и в цилиндрически симметричной дуге того же диаметра. Данные модели отличаются друг от друга радиальными распределениями $u_*(r, z)$. Рассмотрены квазицилиндрические модели: каналовая с $u_*(r, z) = 1$; Пуазейлева с распределением скорости полностью развитого течения в трубе

$$u_*(r, z) = \int_r^\delta \frac{x}{\mu} dx / \int_0^\delta \frac{x}{\mu} dx$$

магнитная с профилем скорости, сформированным магнитными силами

$$u_*(r, z) = \sqrt{\frac{\rho(0, z) P(r, 0) - P(r, z) + \rho(r, 0) u^2(r, 0)}{\rho(r, z) P(0, 0) - P(0, z) + \rho(0, 0) u^2(0, 0)}}$$

комбинированная с $u_*(r, z)$, представляющим собой комбинацию профиля магнитной модели при $0 \leq r \leq r_1$, с профилем скорости, создаваемым вязкостью в струе

$$u_*(r, z) = \int_r^\delta \frac{dx}{\mu x} / \int_{r_1}^\delta \frac{dx}{\mu x} \quad (r_1 \leq r \leq \delta)$$

где $u_*(r_1, z)$ и r_1 определяются из условия сшивания профилей и производных по радиусу.

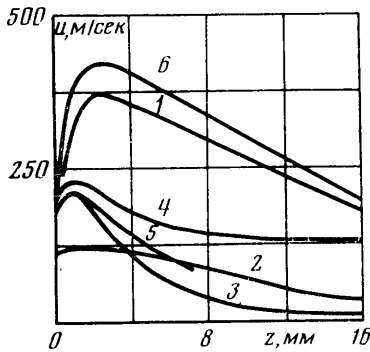
Кроме квазицилиндрических рассматривается параметрическая модель, в которой распределения температуры и скорости представлены в виде (2.1), где вместо $T(r, z)$ взято $h(r, z)$, а распределение $T(r, z)$ находится $h(r, z)$ по известной зависимости $h(T)$. Определению в данном случае подлежат величины $h(0, z)$, $u(0, z)$, $n(z)$, $m(z)$, $\delta(z)$. Система (3.1) замыкается уравнением движения на оси и условием минимума невязки

$$(3.2) \quad \rho(0, z) u(0, z) \frac{du(0, z)}{dz} + 2\mu(0, z) \frac{d^2 u(r, z)}{dr^2} \Big|_{r=0} = - \frac{dP(0, z)}{dz}$$

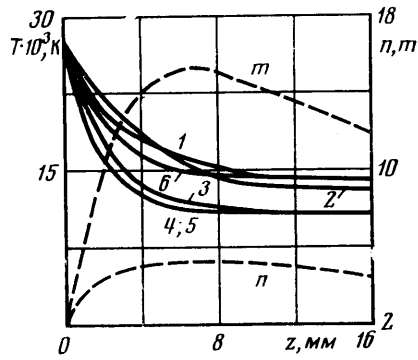
$$(3.3) \quad \int_0^{\delta} |h-h_1| dr / \int_0^{\delta} h dr = \min_{h(0), n}$$

$$h_1 = h_{\delta} + \int_r^{\delta} \left[\int_0^t (\sigma E^2 - \varphi) \eta d\eta + h(t) \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_0^t \rho u \eta d\eta \right) - \right. \\ \left. - \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_0^t \rho u h \eta d\eta \right) \right] \frac{c_p}{\kappa} \frac{dt}{t}$$

Здесь выражение для h_1 получено двукратным интегрированием по r дифференциального уравнения энергии. В каждом сечении $h(0)$ и n находятся перебором значений до выполнения условий (3.3), параметр m определяется из (3.2), $u(0)$, δ — из (3.1), $T(r)$, $u(r)$ — из (2.1).



Фиг. 4



Фиг. 5

На фиг. 4, 5 приведены результаты расчета $T(0, z)$, и $u(0, z)$ для дуг в аргоне при давлении 1 атм, $I=200$ а, $T(0, 0)=28\,000^\circ\text{K}$, $u(0, 0)=165$ м/сек, $\delta(0)=1.5$ мм; $n=2$, $m=2$ при $z=0$. В каналовой модели вместо $u(0, 0)$ взята величина, соответствующая $K(0)$. Кривые 1 представляют собой характеристики дуги, полученные методом конечных разностей, кривые 2—6 получены соответственно по каналовой, пуазейлевой, магнитной, комбинированной, параметрической моделям.

Использование результатов более точного конечно-разностного метода для сравнения позволяет выделить сильные и слабые стороны рассмотренных моделей. Интегральные тепловые и слабые стороны рассмотренных моделей. Интегральные тепловые и электрические характеристики дуги, рассчитанные по квазицилиндрическим и параметрической моделям, достаточно хорошо согласуются с результатами конечно-разностного метода. Однако удовлетворительное согласие $T(r, z)$, $u(r, z)$ имеет только параметрическая модель. Величины $u(0, z)$ в квазицилиндрических моделях оказываются существенно заниженными по сравнению с получаемыми разностным методом. Исключение составляет узкая по z область вблизи начального сечения, где магнитная и комбинированная модели достаточно точно описывают процессы в дуге. Скорость в каналовой модели близка к величине K/G из разностного метода, где G — поток массы газа. Отличие распределений $T(0, z)$ менее существенно в данном примере расчета.

В то же время квазицилиндрическим моделям присуща качественно неверная тенденция — уменьшение аксиальных градиентов осевой температуры с ростом $Q(0)$. Недостатки этих моделей связаны прежде всего с приближением квазицилиндричности, которое не позволяет учесть вклад

конвективного потока тепла в локальный нагрев газа. У этих моделей относительные профили энтальпии ($n \sim 1$) и скорости (пуазейлева модель, $m \sim 2$) практически неизменны для всех сечений.

Как видно из фиг. 4, 5, более правильной является модель с пере-страиваемым профилем (см. изменение n , m). Отметим, что в интегральных моделях [8, 15] также использовались зависимости типа (2.1), но с фиксированными значениями n , m .

Таким образом из расчетов следует, что семейство функций (2.1) с переменными n , m вдоль z достаточно точно аппроксимирует соответствующие реальные профили. Тем самым в параметрическом методе обеспечивается возможность учета эволюции распределения $T(r, z)$ и $u(r, z)$. Благодаря этому модель хорошо описывает не только интегральные характеристики дуги, но и их локальные значения. Среди рассмотренных интегральных моделей параметрическая является наиболее перспективной для анализа развивающихся дуг.

Поступила 28 XI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Maescker H. Plasmaströmungen in Lichtbogen infolge eigenmagnetischer Kompression. Z. Physik, 1955, Bd 141, Nr 1-2.
2. Бобровская Р. С., Бортичук Н. И., Воронаев А. А., Донской А. В., Дресвин С. В., Крутянский М. М. Параметры открытой дуги, стабилизированной продольным потоком аргона. ПМТФ, 1973, № 1.
3. Жайнаков А., Лелевкин В. М., Энгельшт В. С. Нагрев и течение проводящего газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 5.
4. Лелевкин В. М., Самсонов М. А., Энгельшт В. С. Расчет открытой сильноточной дуги. 6-я Всесоюзная конференция по генераторам низкотемпературной плазмы. Тезисы докладов. Фрунзе, «Илим», 1974.
5. Weber H. E. Constricted arc column growth. Proc. 1964 Heat Transfer and Fluid Mech. Inst. Berkley, Calif. Stanford. Calif. Univ. Press, 1964.
6. Корнеев А. С., Назаренко И. П., Паневин И. Г. Интегральный метод расчета свободной продольно обдуваемой дуги. 6-я Всесоюзная конференция по генераторам низкотемпературной плазмы. Тезисы докладов. Фрунзе, «Илим», 1974.
7. Cowley M. D. Integral methods of analysing electric arcs. I. Formulation. J. Physics D: Appl. Physics, 1974, vol. 7, No. 16.
8. Вагажин А. Б., Любимов Г. А., Регирер С. А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М., «Наука», 1970.
9. Пасконов В. М. Стандартная программа для решения задач пограничного слоя. В сб. «Численные методы в газовой динамике», вып. 2. М., Изд. МГУ, 1963.
10. Ветлуцкий В. Н., Севастьяненко В. Г. Исследование теплообмена с учетом излучения при течении газа в трубе. ПМТФ, 1968, № 5.
11. Мечев В. С., Ерошенко Л. Е. Аксиальное распределение температуры электрической дуги в аргоне. Автоматическая сварка, 1975, № 6.
12. Шоек П. А. Исследование баланса энергии на аноде сильноточных дуг, горящих в атмосфере аргона. В сб. «Современные проблемы теплообмена». М.-Л., «Энергия», 1966.
13. Ерошенко Л. Е., Козлов П. В., Мечев В. С., Самсонов М. А., Энгельшт В. С. Сильноточная дуга с конусным катодом. 7-я Всесоюзная конференция по генераторам низкотемпературной плазмы. Материалы, т. 2. Алма-Ата, 1977.
14. Busz-Peuckert C., Finkelnburg W. Die Abhängigkeit des Anodenfalls von Stromstärke und Bogenlage bei Hochtemperaturbögen. Z. Physik, 1955, Bd 140, Nr 5.
15. Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск, «Наука», 1975.