

## **ДВУМЕРНЫЕ СМЕШАННЫЕ ТЕЧЕНИЯ ПЕРЕСЫЩЕННОЙ И ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ С НЕРАВНОВЕСНЫМИ ФАЗОВЫМИ ПРЕВРАЩЕНИЯМИ**

**Г. А. САЛТАНОВ, Г. П. СИМАНОВСКИЙ**

(Москва)

Исследуются особенности двумерных внутриканальных течений конденсирующегося и влажного пара с неравновесными фазовыми превращениями, содержащих газодинамические разрывы. Строится разностный метод сквозного счета таких течений. Представлены результаты численного исследования течений водяного пара со спонтанной конденсацией в сверхзвуковых плоских соплах, содержащих изломы стенок и обтекания клина. Показано, что неравновесная конденсация может приводить к качественной перестройке волновой структуры потока, которую нельзя получить в рамках одномерного подхода.

Исследованию сопловых течений со спонтанной конденсацией пара посвящено много работ (см., например, библиографию в [1, 2]). При этом численный анализ таких течений приводился, как правило, в одномерной и стационарной постановке. В то же время в реальных условиях (течения в соплах с угловыми точками, расширение в косом срезе, струи, течения в криволинейных каналах и решетках турбин) одномерный подход часто дает картину, далекую от истинной, а в ряде случаев не может быть использован и в принципе. Экспериментальные исследования обтекания выпуклых углов и течения в плоских соплах показали [1, 3], что влияние двумерности особенно ярко проявляется в двухфазных потоках. В частности, в [1] показано, что при спонтанной конденсации пара в соплах с явно выраженной неоднородностью скачки конденсации существенно искривлены и имеют разнообразную форму (косые, мостообразные и т. п.). Дисперсность образующейся конденсированной фазы неоднородна, и размеры капель значительно изменяются вдоль фронта конденсационного «скачка».

Теоретические исследования двумерных течений с неравновесной конденсацией проводились в [4-6] методом характеристик, эффективным лишь для относительно гладких сверхзвуковых стационарных течений.

Для смешанных течений, включающих до-, транс- и сверхзвуковые области, содержащих волновые структуры в виде газодинамических разрывов различного типа, методы, использованные в [4-6], практически неприменимы. В связи с этим возникает необходимость разработки методов сквозного счета. Для течений идеального газа такие методы интенсивно развивались в последнее время, причем одним из наиболее плодотворных оказался подход, предложенный в [7] и развитый в дальнейшем в работах [8, 9].

Теория и метод расчета нестационарных квазиодномерных течений с неравновесными фазовыми превращениями разработаны в [10, 11]. Предложенная методика, представляющая собой модификацию метода С. К. Годунова применительно к релаксирующим системам такого типа, оказалась эффективной при исследовании течений, сопровождающихся образованием ударных волн в трансзвуковых областях и нестационарным взаимодействием волновых структур различного типа (скачки конденсации, ударные волны, волны разрежения). В данной работе этот подход развивается для двумерных течений конденсирующихся и высокодисперсных двухфазных сред с неравновесными фазовыми превращениями.

1. Рассмотрим двумерное течение пересыщенной и двухфазной среды в рамках модели, приведенной в [10, 11]. При этом предполагается, что конденсированная фаза образуется в результате спонтанной гомогенной конденсации пересыщенного пара. Возникающие при этом капли малы по размеру ( $r_k < 10^{-6} M$ ), так что относительным скольжением (расхождением скоростей пара и капель) можно пренебречь. Рассматриваются

течения как с конденсацией, так и с испарением капель, т. е. имеет место температурное рассогласование. При этом в рамках модели Кнудсена предполагается (см., например, [1, 4]), что скорость изменения радиуса капля  $\dot{r} = dr/dt$  не зависит от их размера. Течение является внешне адиабатическим, т. е. отсутствует подвод тепла через границу исследуемой области.

В этом случае уравнения сохранения для среды в целом принимают вид, аналогичный виду законов сохранения для течения совершенного газа

$$(1.1) \quad \frac{\partial \mathbf{a} y^{\nu-1}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{b} y^{\nu-1}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{c} y^{\nu-1}}{\partial y} = f$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho(e + w^2/2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho u(e + p/\rho + w^2/2) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v^2 \\ p + \rho v^2 \\ \rho v(e + p/\rho + w^2/2) \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} 0 \\ p(\nu - 1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

При  $\nu=1$  система (1.1) описывает плоские, а при  $\nu=2$  — осесимметричные течения. Здесь  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность смеси;  $u, v$  — проекции вектора скорости  $w$  на оси  $x$  и  $y$ ;  $e = e_1\beta + e_2(1-\beta)$  — внутренняя энергия смеси;  $\beta$  — массовая концентрация паровой фазы. Для умеренных массовых концентраций конденсированной фазы  $(1-\beta) \leq 0.3$  и давлений, в термодинамическом смысле далеких от критического, можно с большой точностью принять  $\rho = \rho_1\beta^{-1}$

$$(1.2) \quad e_1 = \frac{1}{(\kappa-1)} \frac{p}{\rho_1} + \xi_1, \quad e_2 = C_2 T_s + \xi_2$$

где  $\xi_1$  и  $\xi_2$  — постоянные для фиксированного давления величины, значения которых определяются теплофизическими свойствами вещества и системой отсчета. Если термическое уравнение состояния паровой фазы может быть представлено в виде  $p = \rho_1 R T_1$ , то нетрудно показать

$$(1.3) \quad \kappa \xi_1 - \xi_2 \approx L - C_2 T_s - \frac{\kappa}{\kappa-1} R T_s$$

Здесь  $L$  — теплота фазовых превращений,  $C_2$  — теплоемкость конденсированной фазы,  $T_s$  — температура насыщения для давления  $p$ ,  $\kappa$  — показатель адиабаты для паровой фазы, индексы 1 и 2 относятся соответственно к пару и каплям,  $\xi_1$  и  $\xi_2$  для известного  $p$  можно определить из термодинамических таблиц состояния вещества.

Так для водяного пара при  $p = 0.1$  МПа  $\xi_1 = 1,493 \cdot 10^7$  Дж/кг,  $\xi_2 = -1,147 \cdot 10^7$  Дж/кг. Здесь и далее давлением «газа» частиц пренебрегаем. Система (1.1) дополняется системой уравнений кинетики, описывающих неравновесные фазовые превращения. После преобразований, аналогичных проведенным в [10, 11], эти уравнения принимают вид

$$(1.4) \quad \frac{\partial \beta \rho y^{\nu-1}}{\partial t} + \frac{\partial \beta \rho u y^{\nu-1}}{\partial x} + \frac{\partial \beta \rho v y^{\nu-1}}{\partial y} = -\rho \omega y^{\nu-1}$$

$$\frac{\partial \rho \Omega_i y^{v-1}}{\partial t} + \frac{\partial \rho \Omega_i u y^{v-1}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \Omega_i v y^{v-1}}{\partial y} = \rho \omega_i y^{v-1} \quad (i=0, 1, 2)$$

$$\omega_i = i r \Omega_{i-1} + \frac{J}{\rho} r_*^i, \quad \omega = 4\pi \rho_2 \left( r \Omega_2 + \frac{1}{3} \frac{J}{\rho} r_*^3 \right), \quad \Omega_i = \int_{r_*}^{\infty} r^i f(r) dr$$

Здесь  $J$  — скорость ядрообразования, определяемая по формуле Френкеля — Зельдовича, с поправкой  $\gamma_*$ , корректирующей образование новой фазы [12, 13].

2. Разностные уравнения для системы (1.1) по схеме С. К. Годунова выводятся аналогично [8, 9] и имеют тот же вид, что и для однофазной среды. При этом, однако, следует помнить, что плотность, энергия определяются для среды в целом на основании соотношений аддитивности, приведенных выше. Для системы кинетических уравнений разностные уравнения записываются в той же форме.

Разностная схема для квазиодномерной задачи приведена в [10]. Такая схема представляет основу для построения алгоритма решения при условии, что можно корректно определить значения параметров с целыми индексами (на границах ячеек). Для газа эти параметры определяются из решения задачи о распаде произвольного разрыва [8, 9].

При существовании релаксационных процессов межфазового обмена энергией, массой, импульсом решение задачи о распаде разрыва не является тривиальным. В общем случае возникающее течение не будет автомодельным. Однако в данном конкретном случае будем интересоваться решением, вырабатываемым в моменты времени, близкие к начальным ( $t \leq \tau$ ). В [14], где численно решалась задача о распаде произвольного разрыва в двухфазной среде при отсутствии межфазового массообмена, показано, что в начальной стадии распада присутствия частиц практически не ощущается. Образуется три волны (ударная, волна разрежения и контактный разрыв). При этом параметры за ударной волной таковы, как если бы частиц не было. Отметим, что аналогичные результаты были получены в [1] при исследовании структуры ударной волны во влажном паре, где показано, что фазовые превращения начинают влиять на характеристики ударной волны лишь на значительном расстоянии от ее фронта.

Оценим влияние межфазового теплообмена на параметры, вырабатываемые при распаде разрыва. Для этого обратимся к интегральным законам сохранения в одномерном потоке для среды в целом. Интегрируя по замкнутому контуру, охватывающему линию разрыва (фронт ударной волны), получим соотношения, связывающие параметры по обе стороны разрыва со скоростью его распространения. Для среды в целом они имеют вид, аналогичный случаю идеального газа [8, 9]. Используя затем соотношения аддитивности для  $e$  и  $\rho$  и преобразуя эти уравнения, получим следующие соотношения на ударной волне:

$$(2.1) \quad D_- = U_1 - a_m / \rho_1, \quad U_1 a_m + P_1 = U_k a_m + P_k$$

$$(2.2) \quad a_m \frac{U_1^2}{2} + P_1 U_1 + \frac{a_m}{\kappa - 1} \frac{P_1}{\rho_1} + A_1 a_m = \frac{U_k^2}{2} a_m + P_k U_k + \frac{a_m}{\kappa - 1} \frac{P_k}{\rho_k} + A_2 a_m$$

Здесь  $D_-$  — скорость движения разрыва влево, индексы 1, 2 относятся к параметрам перед и после ударной волны и к контактному разрыву,  $a_m$  — массовая скорость,  $A = \beta \xi_1 + (1 - \beta)(C_k T_k + \xi_2)$  — дополнительный по сравнению с однофазным случаем член, учитывающий двухфазность среды. Видно, что при отсутствии конденсированной фазы  $\beta = 1$ ,  $A_1 = A_2$  и (2.2) переходит в соотношения для ударной волны в идеальном газе [9].

Из (2.2) найдем  $a_m$ ,  $\rho_2$

$$(2.3) \quad a_m = \sqrt{\frac{(\kappa + 1)P_k + (\kappa + 1)P_1}{2(1 + N_w)}}, \quad \rho_2 = \frac{(\kappa + 1)P_k + (\kappa - 1)P_1}{(\kappa - 1)P_k + (\kappa + 1)P_1}$$

Здесь  $N_w$  — поправка на двухфазность, определяемая термодинамическими характеристиками вещества и величиной изменения концентрации  $\Delta\beta$  пара в ударной волне

$$(2.4) \quad N_w = \frac{(\kappa - 1)\rho_1}{\kappa P_1} \frac{\Phi}{P_k/P_1 - 1} \Delta\beta, \quad \Phi = L - \left[ \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_* + (\kappa - 1)C_k T_* \right]$$

Аналогично получаются соотношения и для случая распространения ударной волны вправо от границы ячейки. При этом для массовой скорости  $b_m$  и плотности за ударной волной  $\rho_3$  получим выражения, аналогичные (2.4), с заменой индекса 1 на 4 (индекс 4 относится к параметрам перед ударной волной, распространяющейся вправо). Имея эти соотношения, легко получить выражения для определения давления  $P_k$  и скорости  $U_k$  контактного разрыва.

Проанализируем влияние двухфазности на параметры, вырабатываемые при распаде разрыва, рассматривая (2.3) и (2.4). Анализ проведем для слабых ударных волн. (Расчетная сетка обычно выбирается такой, чтобы параметры в соседних ячейках не сильно различались).

Рассмотрим первый предельный случай, когда размеры ячейки столь велики, что за ударной волной успевает установиться равновесие. В этом случае все параметры за ударной волной и изменение  $\Delta\beta$  определяются из термодинамической теории скачков уплотнения в двухфазных средах (см. [1]). Оценим значение  $N_w$  для этого случая. На основании [1] для  $P_1=0.1$  МПа и  $\beta_1=0.8$  получим  $N_w \approx 1.9\Delta\beta (P_k/P_1)^{-1}$ .

Расчеты показывают, что в достаточно широком диапазоне интенсивности волн  $P_k/P_1$  даже в случае установления полного термодинамического равновесия  $N_w \ll 0.1$  (индекс охарактеризует равновесное состояние).

В действительности величина поправки  $N_w \ll N_w^\circ$  вследствие значительного времени релаксации фазовых переходов. Как показано в [1] при анализе кинетики неравновесного межфазового теплообмена в ударной волне, массовая концентрация конденсированной фазы достаточно слабо изменяется по сравнению с равновесным случаем на значительных расстояниях за ее фронтом. Так, для малых промежутков времени ( $\tau < 10^{-3}$  сек) истинное изменение  $\Delta\beta \approx 0.03-0.05(\Delta\beta)^\circ$  и соответственно  $(N_w)^\circ \leq 0.05$ . Следовательно, имея в виду первый порядок точности разностной схемы, этой поправкой можно пренебречь и принять  $N_w=0$ . Теоретически это соответствует  $\Delta\beta=0$ , т. е. предположению о «замороженности» фазовых превращений при переходе через разрыв при установлении равновесия по поступательным степеням свободы. В этом случае формулы для расчета распада разрыва совпадают с приведенными в [7, 8]. Однако здесь в отличие от идеального газа параметры записаны для среды в целом (так, плотность  $\rho = \rho_n \beta^{-1}$  и т. п.). Наряду с термогазодинамическими необходимо определить и кинетические параметры  $\beta$ ,  $\Omega_i$  на границах ячеек. При одинаковых знаках скоростей движения разрывов  $D_-$  и  $D_+$  параметрам  $\beta$  и  $\Omega_i$  присваиваются индексы той ячейки, в которую попадает граница. В случае разных знаков  $D_-$  и  $D_+$  определение  $\beta_m$ ,  $(\Omega_i)_m$  также проводится на основании гипотезы о «замороженности» фазовых переходов в ударной волне. Тогда

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \beta_m &= \beta_{m-1/2}, & (\Omega_n)_m &= (\Omega_n)_{m-1/2}, & \rho_m &= \rho_{II} & (U_{mk} \geq 0) \\ \beta_m &= \beta_{m+1/2}, & (\Omega_n)_m &= (\Omega_n)_{m+1/2}, & \rho_m &= \rho_{III} & (U_{mk} < 0) \end{aligned}$$

Отметим, что похожие условия были использованы в [15] при решении задачи о течении релаксирующей среды с учетом колебательной неравновесности.

Одной из основных характеристик дисперсных потоков являются размеры частиц. В рассматриваемом случае функция распределения частиц по размерам может быть определена по готовому решению независимо от способа решения задачи [2]. Для этого необходимо иметь распределения  $J$ ,  $\rho$ ,  $r_*$ ,  $U$  и  $r$  вдоль линий тока. (Эти параметры вычисляются в ходе решения задачи.) Тогда в соответствии с [2] в искомом сечении легко найти значение  $f[r(x_n), \xi_0]$ , соответствующее радиусу капли  $r(x_n)$ , по формулам

$$(2.6) \quad f[r(x_n), \xi_0] \approx \frac{J(\xi_0)}{\rho(\xi_0) \dot{r}(\xi_0)}, \quad r(x_n) = I_1 - I_2 + r_*(\xi_0)$$

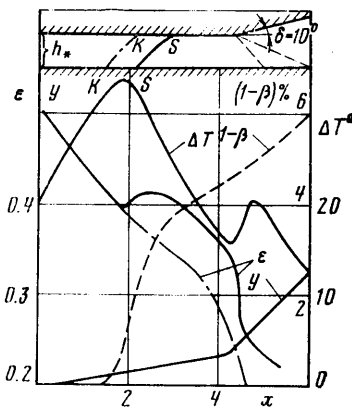
$$I_1 = \int_{x_s}^{x_n} \frac{\dot{r}}{u} d\xi, \quad I_2 = \int_{x_s}^{\xi_0} \frac{\dot{r}}{u} d\xi, \quad x_s \leq \xi_0 \leq x_n$$

Здесь  $f[r(x_n), \xi_0]$  — значение  $f(x_n, r)$  для радиуса той капли, которая образовалась в сечении  $\xi_0$  и выросла на интервале  $(\xi_0, x_n)$  до значения  $r(x_n)$ ;  $r_*(\xi_0)$  — критический размер капли, образовавшейся в сечении  $\xi_0$ ;  $x_s$  — сечение, соответствующее пересечению линии насыщения в процессе расширения.

3. Разработанный метод был использован для численного исследования течений спонтанно-конденсирующегося водяного пара в плоских сверхзвуковых соплах с гладким контуром расширяющейся части, в соп-

лах с изломами, а также течений в соплах с клином и диффузорным участком.

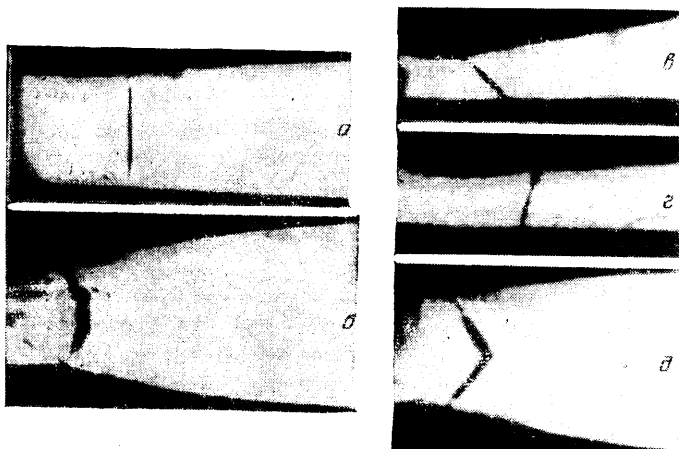
На фиг. 1 приводится картина течения конденсирующегося водяного пара в несимметричном плоском сверхзвуковом сопле с высотой горла  $h_* = 15$  мм. Профиль расширяющегося участка сопла описывается кривой  $\Delta y / h_*$  ( $x = x_* = 0$  соответствует горлу сопла,  $\Delta y = y - h_*$ ). Линия  $ss$  изображает «скачок» конденсации. На входе в сопло  $P_0 = 0.1$  МПа,  $T_0 = 380.6^\circ$  К, на выходе  $P = 0.02$  МПа. Представлены графики распределения статического давления  $\epsilon = P/P_0$ , переохлаждения потока  $\Delta T = T_s - T$  и массовой концентрации конденсированной фазы  $(1-\beta)$  для этого случая, а также схема волновой структуры в сопле. Пунктирные линии соответствуют параметрам в слое ячеек вблизи нижней стенки, сплошные — параметрам у верхней стенки, а штрихпунктирные — течению без конденсации. Видно, что в сопле образуется криволинейный скачок конденсации. Отметим, что такие формы конденсационных скачков наблюдались как при решении задачи методом характеристик, так и в опытах (фиг. 2).



Фиг. 1

Характерные волновые спектры течения со скачками конденсаций в соплах Лавала с различными геометрическими характеристиками, полученные с помощью теневого прибора ИАБ-451, приведены на фиг. 2. Течение слева направо.

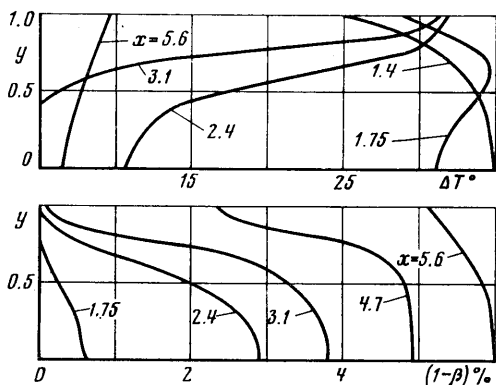
Анализ результатов расчета позволяет проследить формирование волновой структуры в зоне спонтанной конденсации. Возмущение возникает вначале вблизи нижней стенки, где максимальное переохлаждение  $\Delta T_k$ ,



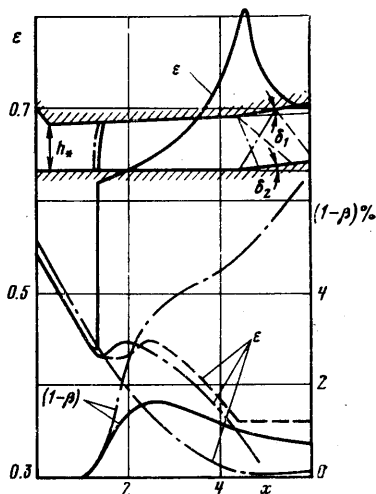
Фиг. 2

соответствующее возникновению интенсивной спонтанной конденсации, достигается раньше ( $\Delta T_k \approx 35^\circ$ , пунктир, фиг. 1). Затем это возмущение распространяется к верхней стенке. Повышение давления, обусловленное этим возмущением вблизи верхней стенки несколько снижает переохлаждение, вследствие чего интенсивное образование конденсированной фазы

в этой зоне смещается по потоку. Это, в свою очередь, приводит к сильной неравномерности в распределении переохлаждения и концентрации капель в поперечном сечении сопла. В области излома верхней стенки наблюдается некоторое «замораживание» процесса конденсации и повторный рост переохлаждения. Это обусловлено резким возрастанием скорости расширения в области формирования центрированной волны разрежения.



Фиг. 3



Фиг. 4

Графики распределения  $\Delta T$  и  $(1-\beta)$  в различных сечениях сопла представлены на фиг. 3. Видно, что в области вблизи верхней стенки концентрация жидкой фазы существенно ниже, чем на нижней стенке. Переохлаждение поперек сопла также сильно изменяется. Так, например, в сечении  $x=3$  вблизи верхней стенки конденсации еще практически нет и  $\Delta T=31.5^\circ$ , в то время как вблизи нижней стенки уже произошел переход из неравновесного состояния переохлажденного пара в состояние влажного пара, близкое к термодинамическому равновесию, и переохлаждение  $\Delta T_k=3^\circ$ . В рассмотренном случае течение оставалось стационарным и «гладким» (в смысле отсутствия газодинамических разрывов).

Более интересной и принципиально отличной от рассмотренной выше является картина течения конденсирующегося и влажного пара, когда формирующаяся волновая структура включает в себя газодинамические разрывы типа ударных волн.

Рассмотрим течение в том же сопле, но с дополнительным нижним изломом стенки в сечении  $x=x_{i1}=x_{i2}=4.3$ , образующим вогнутый угол  $\delta_2=\delta_1=10^\circ$ , так что за сечением  $ii$  — канал постоянного сечения (фиг. 4). При течении перегретого пара (нет конденсации) в месте нижнего излома образуется присоединенный косой скачок уплотнения. Вблизи нижней стенки перед изломом  $M=1.45$ .

При уменьшении начальной температуры и возникновении скачка конденсации картина резко изменяется (фиг. 4). Вследствие уменьшения числа Маха перед клином до значений  $M_{i2} < M_{i2}^*$  (где  $M_{i2}^*$  — предельное число Маха, когда косой скачок уплотнения при данном  $\delta_2$  остается еще присоединенным) происходит перестройка волновой структуры. Здесь  $P_0=0.1$  МПа,  $T_0=378^\circ\text{K}$ ,  $P_0=0.02$  МПа. Скачок уплотнения смещается далеко против потока в зону спонтанной конденсации, и образуется новое формирование — скачок уплотнения — конденсации. Скорости потока за ним дозвуковые. Степень влажности  $(1-\beta)$  в сходственных точках сопла по сравнению с течением без нижнего излома при прочих равных услови-

ях значительно уменьшается, а потери энергии возрастают. Очевидно, что для анализа таких течений ни метод характеристик, ни одномерная схема неприемлемы, так как последняя дает в принципе неверные результаты, не выявляя скачков уплотнения при обтекании внутреннего угла (штрихпунктирные кривые на фиг. 4). Так, например, в сечении  $x=4$  имеем на нижней стенке  $M \approx 0.74$ , на верхней —  $M=0.73$ , а при расчете по одномерной схеме получаем  $M=1.42$ .

В рассмотренном выше случае после перестройки волнового спектра, обусловленной неравновесной конденсацией, течение оставалось стационарным. Однако при уменьшении температуры на входе до насыщения может возникнуть пульсирующий режим течения вследствие периодического образования нестационарных ударных волн в трансзвуковой области сопла (их процесс образования подробно описан в [10]).

Численные эксперименты, результаты которых представлены выше, проводились на ЭВМ БЭСМ-6. При числе ячеек порядка 550 время счета стационарного течения с неравновесными фазовыми превращениями составляло 1 час 40 мин.

Поступила 14 VII 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Салтанов Г. А. Сверхзвуковые двухфазные течения. Минск, «Высшая школа», 1972.
2. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М., «Машиностроение», 1974.
3. Смит. Экспериментальное исследование расширения влажного воздуха при обтекании угла. Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 10.
4. Ткаленко Р. А. О спонтанной конденсации при обтекании сверхзвуковым потоком выпуклого угла. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 5.
5. Куршаков А. В., Салтанов Г. А., Ткаленко Р. А. Теоретическое и экспериментальное исследование конденсации в центрированной волне разрежения. ПМТФ, 1971, № 5.
6. Давыдов Л. М. Исследование неравновесной конденсации в сверхзвуковых соплах и струях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.
7. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47, № 3.
8. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6.
9. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
10. Салтанов Г. А. Нестационарные течения перегретого и конденсирующегося пара. 3 Konferencja Gdansk, 1974. Prace Inst. Maszyn Przeplywowych, 1976, No. 70-72.
11. Салтанов Г. А., Ткаленко Р. А. Исследование трансзвукового нестационарного течения при наличии фазовых превращений. ПМТФ, 1975, № 6.
12. Салтанов Г. А., Анисимова М. П., Кукушкин А. Н., Колосков А. И. Исследование и расчет течения конденсирующегося водяного пара при высоких давлениях. Тр. МЭИ, 1974, вып. 203.
13. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1945.
14. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматуллин Р. И. Некоторые результаты численного исследования нестационарных волн в газовзвесах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 5.
15. Левин В. А., Туник Ю. В. Движение релаксирующей смеси газов в двумерных плоских соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 1.