

## ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ НЕСТАЦИОНАРНОЕ ОБТЕКАНИЕ ПРЕГРАД В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Л. И. ДУБРОВСКАЯ, Л. В. КОМАРОВСКИЙ

(Томск)

В последние годы большой интерес стали приобретать вопросы, связанные с взаимодействием газового потока с телом в пусковой трубе, и прежде всего высокоскоростное метание тел газовым потоком [1]. При больших скоростях неизбежно происходит частичное разрушение тела и образование между телом и пусковой трубой зазора, через который перетекает рабочий газ. В этом случае можно рассматривать метание свободного тела, которое в процессе своего ускорения не соприкасается со стенками пусковой трубы. Аналогичная задача возникает при транспортировке контейнеров в трубе под действием сжатого газа [2], а также при газодинамическом анализе поршневых установок с различными видами перетока газа через отверстия в движущихся или неподвижных поршнях. Для теоретического исследования всех этих задач необходимо знать взаимодействие газового потока с телом или преградой в пусковой трубе. Решение получено численным интегрированием уравнений нестационарной газодинамики по разностной схеме сквозного счета [3]. Найдены значения коэффициентов загроможденности для различных чисел Маха набегающего потока, при которых отраженная ударная волна отходит на бесконечность вверх по потоку. Дано сравнение с одномерной аппроксимацией, полученной в предположении, что обтекаемое тело заменяется двумя скачками сильного разрыва, на которых выполняются условия сохранения массы, импульса и энергии. Полученные результаты используются в задаче о метании свободного тела в пусковой трубе под действием неустановившегося течения газа.

1. Рассматривается нестационарное обтекание в осесимметричной трубе тел различной формы — кругового цилиндра, имеющего общую ось симметрии с трубой, кольцевого уступа с протоком у оси симметрии и сферы, центр которой располагается на оси симметрии трубы. Для рассматриваемого течения выбирается цилиндрическая система координат  $z, r, \varphi$ ; ось  $z$  направляется вдоль оси симметрии канала. Начало системы координат совмещается с левым концом трубы. Набегающий поток может создаваться как путем мгновенного разрыва диафрагмы, так и инициироваться поршнем, вдвигающимся с постоянной скоростью в канал, занятый газом. Используемый в работе метод Годунова позволяет найти распределение параметров в поле течения и определить величину сопротивления.

Принимая во внимание, что метод расчета рассматриваемого течения изложен в [3], ограничимся описанием разностной сетки и некоторых особенностей расчета. Конечно-разностные уравнения выводятся на основании системы уравнений, описывающей нестационарное осесимметричное течение невязкого нетеплопроводного газа

$$\frac{\partial \rho r}{\partial t} + \frac{\partial \rho u r}{\partial z} + \frac{\partial \rho v r}{\partial r} = 0$$

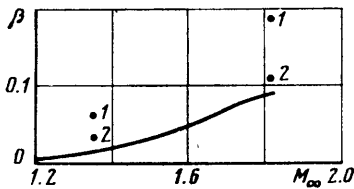
$$\frac{\partial \rho u r}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2) r}{\partial z} + \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial \rho v r}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v r}{\partial z} + \frac{\partial (p + \rho v^2) r}{\partial r} = p$$

$$\frac{\partial \rho r [e + 1/2(u^2 + v^2)]}{\partial t} + \frac{\partial \rho u r [e + p/\rho + 1/2(u^2 + v^2)]}{\partial z} +$$

$$+ \frac{\partial \rho v r [e + p/\rho + 1/2(u^2 + v^2)]}{\partial r} = 0$$

Рассчитываемая область ограничена осью симметрии, стенкой канала и поверхностью обтекаемого тела и представляет собой в общем случае комбинацию прямоугольной и неортогональной сетки, ориентированной по телу. Поскольку в численных схемах со сложной разностной сеткой форма представления граничных условий может оказывать существенное влияние на точность метода, то для определения «больших» величин на поверхности сферы в методе распада произвольного разрыва использовался двумерный метод характеристик [4]. Значения производных по пространственным координатам в дифференциальных отношениях на бихарактеристиках находились при этом по параметрам соседних ячеек на основании теоремы [5]



Фиг. 1

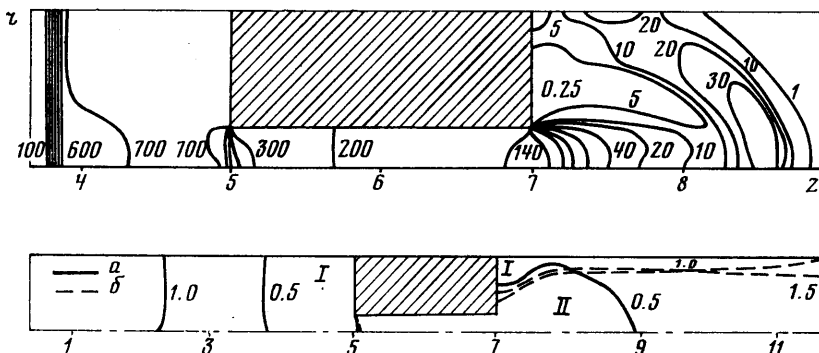
$$f_x(x_0, y_0) = \oint_{\partial s} f dy \left[ \oint_{\partial s} x dy \right]^{-1}$$

где  $\partial s$  — граница области  $s$ . В случае расходящегося итерационного процесса искомые параметры на контактной поверхности определялись в соответствующей области с помощью анализа состояний газа 1 и 2 на  $(u_n, p)$  — плоскости, где  $p$  — давление,  $u_n$  — соответствующая нормальная к грани составляющая вектора скорости. Все расчеты и анализ представленных результатов проводятся в безразмерных единицах, выбираемых из условий инвариантности системы уравнений, описывающей течение. Плотность и скорость газа относятся к соответствующим величинам плотности и скорости звука, определенным для покоящегося газа справа от диафрагмы; линейные размеры относятся к радиусу трубы  $r_0$ . За масштаб времени принята величина  $r_0/a_0$ , где  $a_0$  — скорость звука в покоящемся газе. На стенках трубы, поверхности обтекаемого тела и оси симметрии выполняется условие непротекания — нормальная составляющая вектора скорости равняется нулю, на левой и правой границах расчетной области — условие непрерывности течения.

2. Проведенные расчеты показали, что влияние стенок на характер обтекания тела существенно зависит от степени загроможденности канала и значения числа Маха набегающего потока. Для каждого фиксированного значения  $M_\infty$  набегающего потока существует такое критическое значение коэффициента загроможденности канала  $\beta_*$ , при превышении которого ударная волна отходит от тела на бесконечность вверх по потоку. Здесь  $\beta$  есть отношение площади миделевого сечения тела или преграды к площади поперечного сечения трубы. На фиг. 1 приводится кривая зависимости критического значения коэффициента загроможденности от числа Маха набегающего сверхзвукового потока для цилиндрического тела. Поскольку определение одной точки для такой кривой связано с прсчетом нескольких вариантов, что требует больших затрат машинного времени, то для сферы и кольцевого уступа на фиг. 1 приводятся критические значения коэффициента загроможденности, найденные для двух

значений  $M_\infty$ . Обозначения 1 соответствуют величине  $\beta_*$  для сферы, 2 — кольцевому уступу. Таким образом, для плохо обтекаемых тел величины  $\beta_*$  при одном и том же значении  $M_\infty$  ниже, чем у сферы.

В качестве иллюстрации развития течения на фиг. 2 приводятся поля давлений и скоростей в процессе обтекания кольцевого уступа для момента времени  $t=0.5$ . Цифры рядом с кривыми — значения давления, отнесенные к  $p_0$ . Коэффициент загроможденности для данного случая ( $\beta=0.9375$ ) значительно больше критического,



Фиг. 2

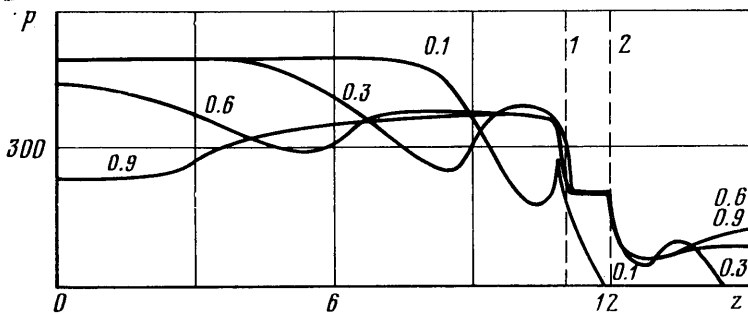
$M_\infty=1.817$ , перепад давления на фронте ударной волны равнялся 100. Во всех задачах рассматривался двухатомный газ с  $\gamma=1.4$ . В момент времени  $t=0.5$  обе ударные волны, отраженная и прошедшая, находятся еще в расчетной области. В моменты времени  $t=1$  и  $1.5$  прошедшая ударная волна выходит за пределы расчетной сетки и в донной области формируется вихревая зона. Одной из возможных причин образования таких зон в рамках модели идеального газа является наличие больших градиентов энтропии в донной области за дифрагированной ударной волной, а между завихренностью и производной энтропии существует определенная связь. Положение ударных волн определяется по градиенту давления, т. е. по месту наибольшего сгущения изобар. Перед обтекаемым телом изобары построены с интервалом в 100 единиц, в центрированной волне разрежения за телом — через 20. На нижнем рисунке фиг. 2 для трех моментов времени определены положения отраженной и прошедшей ударных волн (линии  $a$ ) и границы сверхзвуковой струи (линии  $b$ ), разделяющие зоны дозвукового (I) и сверхзвукового (II) течений.

Шаг по пространственным координатам нигде не превышал величины 0.1 при определении первоначального интервала значений поперечного размера обтекаемого тела, в котором возможна смена характера обтекания. Значение поперечного размера, соответствующее  $\beta_*$ , определяется из этого интервала на более мелкой сетке с точностью до второго знака после запятой с использованием переменного шага интегрирования по обоим направлениям и допустимого уменьшения размеров рассчитываемой области. Увеличение вдвое количества расчетных ячеек на модельном варианте не меняло качественного характера решения и не превышало 2% расхождения в определении средних по сечению значений давления и плотности в областях наибольшей неоднородности потока (в окрестности обтекаемого препятствия). Сравнение с методом «крупных частиц» [6] в задаче об истечении идеального газа из трубы в среду с заданным давлением дает расхождение в локальных характеристиках для небольших моментов времени не более 6% для осевой составляющей скорости и 5% для давления в области расширяющегося потока. Сравнение с работой [7] показало также неплохое совпадение численного расчета с экспериментальной кривой зависимости положения фронта ударной волны от времени.

На фиг. 3 приведены распределения давления вдоль прямой  $r=0.85$  в различные моменты времени при взаимодействии ударной волны с круговым цилиндром. Давление отнесено к величине  $p_0$ . В этом случае ударная волна возникает вследствие мгновенного разрыва в начальный момент времени диафрагмы, располагающейся на расстоянии  $r_0$  от обтекаемого тела.

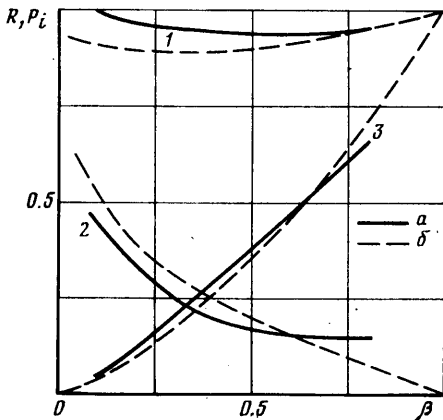
Слева труба перекрывалась неподвижным поршнем. Перепад давления и плотности на диафрагме равнялся соответственно 500 и 2, радиус цилиндра — 0.75, высота — 1. Линии 1, 2 на фиг. 3 ограничивают положение тела на оси симметрии. Большие градиенты на фиг. 3 у торцов цилиндра характерны как для осредненного давления, так и для других газодинамических параметров.

3. Если  $\beta > \beta_*$ , то установление течения газа при обтекании препятствия происходит очень быстро. При этом в минимальном зазоре при обтекании цилиндра или кольцевого уступа устанавливается критическая скорость течения газа. Если посмотреть распределение вдоль трубы газодинамических параметров (см., например, фиг. 3), то максимальные градиенты их будут находиться в сечениях, совпадающих с передней и задней



Фиг. 3

кромками обтекаемого тела. Отсюда следует, что обтекаемое препятствие при одномерной аппроксимации можно заменить двумя поверхностями сильного разрыва, на которых происходит скачок площади поперечного сечения и могут терпеть разрыв все газодинамические функции. Суммарное воздействие газового потока на преграду определится как разность давлений на передний и задний торцы обтекаемого препятствия.



Фиг. 4

и задний торец обтекаемого препятствия, которые могут быть определены из соответствующего численного решения осесимметричного обтекания преграды или данных эксперимента. В частности, при небольших коэффициентах загромаждения канала и для хорошо обтекаемых препятствий можно пренебречь скачком энтропии. В этом случае для каждой поверхности разрыва получаем замкнутую систему уравнений.

На фиг. 4 приведены некоторые результаты расчета осесимметричного обтекания сферы в цилиндрической трубе потоком газа, который устанавливается после взаимодействия падающей ударной волны с телом при  $\beta > \beta_*$ . Линии 1 и 2 дают зависимость среднего давления, отнесенного к давлению набегающего потока, на переднюю и заднюю поверхности сферы. Сила лобового сопротивления  $R$ , отнесенная к единице площади поперечного сечения трубы и к давлению набегающего потока, на фиг. 4 пред-

используя основные законы сохранения массы, импульса и энергии [8, 9], получим недоопределенную систему трех уравнений, связывающую скорость газа, давление, плотность на поверхности сильного разрыва и среднее давление на соответствующий торец. Чтобы эту систему уравнений для каждой поверхности разрыва замкнуть, нужно еще одно дополнительное условие, например знание величины скачка энтропии на поверхностях разрыва или среднего давления на передний

и задний торец обтекаемого препятствия, которые могут быть определены из соответствующего численного решения осесимметричного обтекания преграды или данных эксперимента. В частности, при небольших коэффициентах загромаждения канала и для хорошо обтекаемых препятствий можно пренебречь скачком энтропии. В этом случае для каждой поверхности разрыва получаем замкнутую систему уравнений.

ставлена линией 3. Линии *a* соответствуют численному решению по указанной схеме, линии *b* получены из одномерной теории путем замены обтекаемого препятствия двумя изэнтропическими поверхностями сильного разрыва с учетом того, что в минимальном зазоре между цилиндрической трубой и сферой устанавливается критическая скорость течения газа.

При газодинамическом расчете движения свободного тела или поршня с отверстием в цилиндрической трубе продольные размеры области течения газа, как правило, во много раз превышают поперечные размеры трубы, т. е. течение газа в целом можно рассматривать одномерным неустановившимся. Как показали расчеты осесимметричного обтекания препятствий, одномерность потока нарушается только в окрестности преграды. Моделируя препятствие двумя поверхностями разрыва, можно решить всю рассматриваемую задачу в рамках одномерной аппроксимации.

Следует заметить, что если поршень с отверстием имеет небольшую длину или свободное тело компактно (сфера, цилиндр с высотой порядка его диаметра и т. д.), то обе поверхности разрыва, которыми моделируется обтекаемое тело, помещаются в одном и том же сечении трубы. В предельном случае можно свободное тело заменить одной поверхностью разрыва. При этом общая сила лобового сопротивления, входящая в уравнение сохранения импульса, определяется из решения соответствующей осесимметричной задачи.

Интересно отметить, что при метании свободного тела сжатым газом в пусковой трубе зазор между трубой и телом, как правило, небольшой, а перепад давления, наоборот, значительный, т. е. суммарное противодавление газа составляет небольшую долю в общей силе взаимодействия газового потока с телом. Поэтому погрешность в определении величины противодавления практически слабо влияет на общую аэродинамическую силу взаимодействия, которая является единственной причиной ускорения свободного тела.

Таким образом, если  $\beta \leq \beta_*$ , то отошедшая ударная волна устанавливается перед препятствием. В этом случае характер взаимодействия ударной волны зависит существенным образом как от значения коэффициента загроможденности, так и от формы преграды и интенсивности падающей ударной волны. При  $\beta > \beta_*$  отраженная ударная волна отходит от препятствия и удаляется на бесконечность вверх по потоку. Перед преградой быстро устанавливается дозвуковое течение, а в зазоре с минимальной площадью поперечного сечения — критическое истечение газа. В этом случае характер взаимодействия газового потока с преградой существенно зависит от коэффициента загроможденности и слабо от формы препятствия. При этом с ростом  $\beta$  последняя зависимость быстро ослабевает и в пределе при  $\beta \rightarrow 1$  отсутствует.

Поступила 14 XII 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Златин Н. А., Красильщиков А. П., Мишин Г. И., Попов Н. Н. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. М., «Наука», 1974.
2. Sadakazu Kojo, Yoshinobu Kanata, Osamu Muramoto, Yoshihiro Miyai. An Experimental study of aerodynamics of capsules moving through long Tube. Bull. Univ. Osaka Prefect, 1971, vol. A 20, No. 1.
3. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
4. Masson B. S., Taylor T. D., Foster R. M. Application of Godunov's method to blunt-body calculations. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 4. (Применение метода Годунова для расчета обтекания загуженных тел. Ракетная техника и космонавтика, 1969, т. 7, № 4).

5. Вычислительные методы в гидродинамике. М., «Мир», 1967.
  6. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Нестационарный метод «крупных частиц» для газодинамических расчетов. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1971, т. 11, № 1.
  7. Старшинов А. И. Экспериментальное исследование начальной стадии образования струи. Вестн. ЛГУ, Сер. матем., механ. и астрон., 1964, № 13, вып. 3.
  8. Дулов В. Г. Распад произвольного разрыва параметров газа на скачке площади сечения. Вестн. ЛГУ, Сер. матем., механ. и астрон., 1958, № 19, вып. 4.
  9. Яушев И. К. Распад произвольного разрыва в канале со скачком площади сечения. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1967, № 8, вып. 2.
-