

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
СТРУКТУРЫ СЛЕДА ЗА СФЕРОЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ
ПОТОКЕ ГАЗА ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

А. А. АРУТЮНЯН, В. М. ЗАЙКИН, В. В. КРИКУНОВ,
Ю. М. ЛИПНИЦКИЙ

(Москва)

Изучению сверхзвукового обтекания сферы вязким газом посвящено сравнительно много работ [1-7]. Однако в большинстве из них исследовалось поведение газодинамических функций на наветренной части сферы. Здесь основное внимание уделено анализу структуры следа за телом в сверхзвуковом потоке газа при малых числах Рейнольдса. Среди экспериментальных работ в этом направлении можно отметить [7], а в теоретическом плане расчет течения в следе проводится, например, в [4, 6]. Ниже представлены результаты совместного теоретического и экспериментального исследования, анализ которых позволяет сделать выводы о мере соответствия между решением полной системы уравнений Навье - Стокса и реальным сверхзвуковым течением при $Re_{\infty} \sim 10^2$.

Теоретическое исследование обтекания сферы вязким газом проведено с помощью численного решения полной системы уравнений Навье - Стокса в ортогональной системе координат S, n , где n - расстояние по нормали к поверхности, а S - расстояние вдоль поверхности, измеренное от точки торможения

$$(1) \quad \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial S} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \xi} + \mathbf{H} = \frac{1}{Re_{\infty}} \mathbf{Q}$$

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho(e + 1/2 V^2) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{f}), \quad \mathbf{G} = \mathbf{G}(\mathbf{f}), \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{f})$$

$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(\mathbf{f}, \mu, \lambda)$ - диссипативные члены; $\xi = n/\varepsilon(S)$ - введенная независимая переменная; $\varepsilon = \varepsilon(S)$ - нормирующий множитель, характеризующий изменение расчетной области по S ; u, v - проекции вектора скорости; $e = (\gamma - 1)^{-1} P/\rho$ - внутренняя энергия; $\mu = \mu(T)$, $\lambda = \lambda(T)$ - коэффициенты вязкости и теплопроводности; P - давление; ρ - плотность; $\gamma = C_p/C_v$ - отношение удельных теплоемкостей. В уравнениях (1) используются безразмерные переменные, линейные размеры отнесены к радиусу затупления, компоненты вектора скорости u, v - к V_{∞} , плотность ρ - к ρ_{∞} , давление P - к $\rho_{\infty} V_{\infty}^2$, внутренняя энергия e - к V_{∞}^2 . Решение уравнений (1) ищется в области $0 \leq S \leq l$, $0 \leq \xi \leq \xi_*$ ($\xi_* \geq 1$) при следующих граничных условиях.

На поверхности тела $u=v=0$, и задается значение внутренней энергии $e=e_w$. При $S=0$ и $S=\pi$ из условия симметрии течения

$$u(0, \xi) = 0, \quad \frac{\partial v(0, \xi)}{\partial S} = \frac{\partial \rho(0, \xi)}{\partial S} = \frac{\partial P(0, \xi)}{\partial S} = 0$$

$$u(\pi, \xi) = 0, \quad \frac{\partial v(\pi, \xi)}{\partial S} = \frac{\partial \rho(\pi, \xi)}{\partial S} = \frac{\partial P(\pi, \xi)}{\partial S} = 0$$

Для исследуемых чисел M_∞ и чисел Re_∞ условия стационарности и симметрии следа реализуются [4].

Вдали от тела ($\xi=\xi_k$) на наветренной стороне сферы при $0 \leq S \leq \pi/2$ поток газа считается невозмущенным с параметрами $u=u_\infty$, $v=v_\infty$, $\rho=1$, $e=(\gamma-1)^{-1}\gamma M_\infty^2$, на подветренной стороне при $\pi/2 \leq S \leq \pi$ ставятся условия «свободного вытекания» — $\partial f/\partial \xi=0$. Возможность постановки таких условий проверялась специальными методическими расчетами, в которых положение внешней границы существенно изменялось. Так, при $S=\pi$ расстояние от тела до внешней границы варьировалось от 6 до 30 радиусов сферы. При этом изменение искомого функций наблюдалось лишь на 4–5 (из 80) ближайших к границе слоев.

Определение стационарного решения системы (1) с указанными граничными условиями осуществляется интегрированием ее по времени до установления $|1-f^n/f^{n+k}| < 10^{-3}$, $k=10 \div 50$, где n , $n+k$ — номера временных слоев.

Следует подчеркнуть одну особенность реализации численного метода. В связи с необходимостью сгущения сеточных точек в окрестности передней критической точки, где размер ударного слоя минимален, нормирующий множитель $\varepsilon(S)$ изменяется вдоль поверхности тела на порядок. Тогда целесообразно при решении задачи методом установления поделить временные производные на $\varepsilon(S)$ и провести соответствующее сокращение на $1/\varepsilon(S)$ системы уравнений. Такая процедура эквивалентна введению переменного по области шага интегрирования по временной координате, что обеспечивает равномерное приближение к стационарным значениям газодинамических функций в ударном слое и позволяет существенно уменьшить время счета.

Решение полной системы уравнений Навье — Стокса проводилось на основе разностной схемы, имеющей третий порядок точности аппроксимации по невязкому оператору [8]. При интегрировании уравнений Навье — Стокса вязкие члены, рассчитанные по газодинамическим функциям на предыдущем слое, прибавляются на последнем подшаге.

Расчеты проводились для $M_\infty=3.8$, $Re_{\infty R}=100$ и $M_\infty=7.7$, $Re_{\infty R}=50$. При этих значениях параметров подобия пограничный слой занимает около трех четвертей ударного слоя и идеальное ядро практически отсутствует. Модель сжатого слоя, состоящая из бесконечно тонкой ударной волны, тонкого пограничного слоя и разделяющей их области невязкого течения не реализуется. Обтекание сферы происходит без образования отрывных зон, которые, как показали результаты численного решения уравнений (1) при различных $Re_{\infty R}$, возникают при $Re_{\infty R} \geq 540$. Это согласуется с [5]. Отметим, что в отличие от работы [5], где расчетное поле представляло собой прямоугольник с высотой $0.75R$ по всему полю, в данной работе координата поперек ударного слоя менялась от передней критической точки до задней критической точки более чем в 20 раз. Это позволило рассчитать параметры поля течения в дальнем следе и провести сравнение с экспериментом.

Экспериментальные исследования проводились в сверхзвуковой аэродинамической трубе. В качестве рабочего газа был взят воздух. С помощью двух профилированных сопел формировались два режима рабочего потока с числами Маха и Рейнольдса, равными $M_\infty=3.8$, $Re_\infty=100$ и $M_\infty=7.7$, $Re_\infty=50$. В экспериментах с $M_\infty=3.8$ температура воздуха в ресивере T_0 равнялась 293°K , а в случае $M_\infty=7.7$ — 720°K .

Для экспериментального исследования структуры следа за сферой с диаметром 5 мм определялись поля плотности и поля полного давления торможения за прямым скачком.

Поля плотности определялись при помощи метода электронного пучка [9]. В рабочем диапазоне исследования энергия электронов в пучке, который создавался электронной пушкой, не превышала 13.5 кэВ. Контроль ослабления луча, который проводился путем сравнения интенсивности свечения на входе и выходе из исследуемой области, показал, что изменение тока луча было незначительным. Величина измеряемой плотности ρ была такова ($\rho \leq 1.8 \cdot 10^{-7}$ г/см³), что интенсивность свечения линейно зависела от плотности. Электронная пушка была присоединена к координатно-передвижному устройству и могла перемещаться так, что электронный луч пересекал след последовательно в различных поперечных сечениях. Пространственное разрешение электронного луча составляло ~1.5 мм. Результаты обработки окончательно представлялись в виде $\rho' = \rho/\rho_\infty$, где ρ — плотность в следе, ρ_∞ — плотность невозмущенного потока. Погрешность измерения плотности составляла 8%.

Давление торможения за прямым скачком в следе измерялось с помощью насадка полного напора и теплового датчика МТ-6. Чтобы влияние гажения на измеряемое давление было минимальным, дренажный тракт подвергался длительной дегазации (более 10 час) в условиях достаточного вакуума, после чего проводились основные эксперименты. С помощью координатно-передвижного устройства можно было перемещать насадок как вдоль оси следа, так и перпендикулярно оси. В результате измерения насадком полного напора вносились поправки, обусловленные влиянием разреженности газа [10]. Влиянием температурного градиента вдоль дренажного тракта [11] для условий наших экспериментов можно было пренебречь.

Поскольку насадок находился в градиентном потоке, важное значение приобрела локальность измерений, особенно в области головной ударной волны, идущей от модели. Методические измерения, проведенные с насадками различных диаметров, показали, что изменение диаметра насадка от 3 до 2 мм практически не отражалось на результатах измерений. В основных измерениях применялся насадок с диаметром 2 мм.

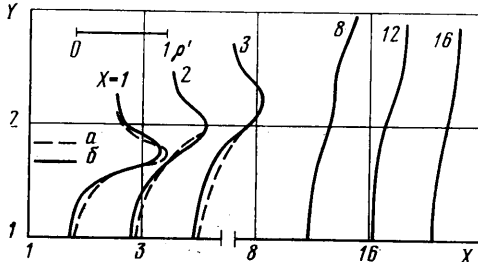
Угол отклонения потока не мог оказать сколько-нибудь заметного влияния на показания насадка, так как, согласно специальным исследованиям [12], было установлено, что при значении угла наклона потока 15° изменение давления составляет лишь 1% и только при угле 25° оно достигает 4%. Погрешность измерений насадком полного напора достигала 6%.

Сфера крепилась на проволочных растяжках, присоединенных посредством пружинок к прямоугольной раме. Особое внимание было уделено выяснению влияния поддерживающих модель устройств на течение в следе. Методические измерения в следе за сферой, закрепленной на растяжках различного диаметра, показали, что при замене проволочных растяжек с диаметром 0.1 мм на 0.05 мм результаты измерений не различались между собой. В основных экспериментах использовались растяжки с диаметром 0.05 мм. Эти растяжки были изготовлены из хромели и копели и были присоединены к сфере и раме так, что представляли собой термопару для определения температуры модели. Измеренная температура модели

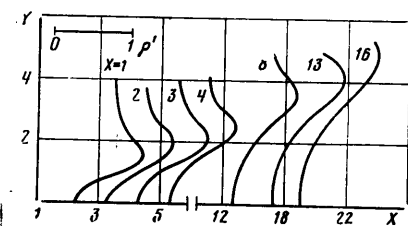
примерно равнялась температуре торможения, и, следовательно, моделировали условия обтекания теплоизолированного тела.

Подробные измерения полей плотности и полного напора невозмущенного потока позволили выявить продольные и поперечные размеры изэнтропического ядра потока, γ приемлемые для проведения измерений в следе. В результате значения $X=x/D$ (x — продольная координата, отсчитываемая от тела) исследованного следа достигали 20 калибров, а значения $Y=y/D$ (y — координата, перпендикулярная направлению x) — от шести до восьми калибров.

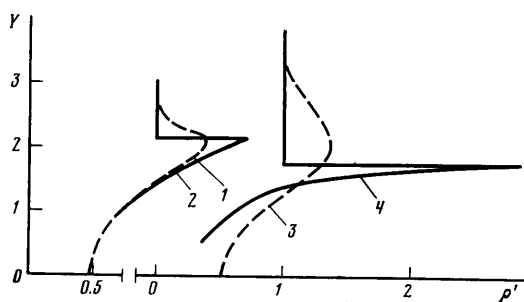
Насадок полного напора и электронный луч перемещались в



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

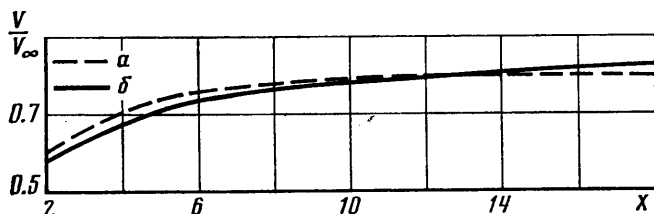
продольном направлении с шагом 5 мм. В поперечном направлении насадок перемещался с шагом 2.5 мм. Полученная плотность экспериментальных точек позволяла достаточно детально изучить структуру следа и, кроме того, исключить возможные случайные ошибки измерений.

Результаты измерений распределения плотности газа в поперечных сечениях $x=\text{const}$ для случаев $M_\infty=3.8$, $Re_\infty=100$ и $M_\infty=7.7$, $Re_\infty=50$ представлены соответственно на фиг. 1, 2. Расчетные значения плотности приведены кривыми a . Вид профилей показывает, что в направлении вниз по потоку распространяется зона повышенной плотности, характерная для ударной волны. В случае $M_\infty=3.8$, $Re_\infty=100$ (фиг. 1) область сжатия, образованная ударной волной, по мере удаления от модели заметно расширяется, а интенсивность ударной волны уменьшается. Уже на расстоянии от модели свыше примерно десяти калибров влиянием головной ударной волны можно пренебречь. Свыше указанного расстояния вниз по потоку развивается лишь вязкий след. Примерная граница вязкого следа при $X \gg 10$ может быть определена по положениям имеющихся у профилей плотности перегибов. Видно, что вязкий дальний след имеет на границе параметры, близкие к параметрам невозмущенного потока. Образование хвостового скачка не наблюдается.

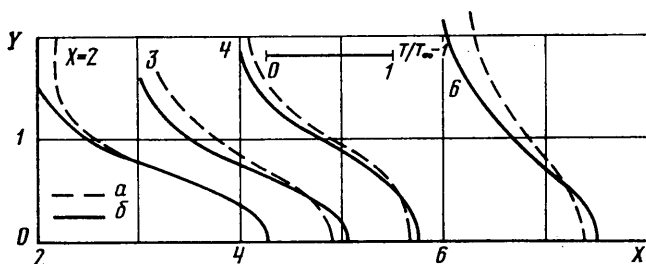
В случае $M_\infty=7.7$, $Re_\infty=50$ головная ударная волна хорошо фиксируется во всей исследованной области следа. Эта ударная волна вызывает заметные градиенты параметров вплоть до $X=20$. Образование хвостового скачка, как и в случае $M_\infty=3.8$, $Re_\infty=100$, не наблюдается.

Сравнение результатов, полученных для вязкого газа, с данными расчета обтекания идеальным потоком (кривые 2, 4) затупленного по сфере

цилиндра [13] (выше пологой разрывной характеристики это решение совпадает с решением для сферы) для $M_\infty=3.8$ и 7.7 при $X=2$ приведено на фиг. 3. Видно, что для идеального газа с ростом M_∞ возрастает перепад плотности на ударной волне (при $M_\infty \rightarrow \infty$, $\rho_2/\rho_1 \rightarrow (\gamma+1)/(\gamma-1)$). Однако вследствие распространения волн разрежения, возникающих при развороте потока по сфере, давление и плотность в ударном слое резко падают по мере удаления от скачка уплотнения к оси следа. Область повышенной плотности в окрестности ударной волны становится уже, чем ширина ударной волны в вязком газе, что свидетельствует о больших градиентах



Фиг. 4



Фиг. 5

газодинамических функций, при которых влияние вязких эффектов на параметры потока становится определяющим. В результате происходит осреднение профиля плотности (и других газодинамических функций) поперек ударного слоя и максимальные значения плотности не достигают величин, определяемых соотношением Гюгонио. С увеличением числа M_∞ этот эффект проявляется сильнее, так как одновременно растет максимум плотности в идеальном газе и увеличиваются сглаживающие свойства вязких членов.

По измеренным величинам плотности и полного напора и в предположении изоэнергетичности течения в следе (поскольку модель предполагалась теплоизолированной) можно рассчитать остальные газодинамические величины.

На фиг. 4, 5 кривыми б приведены рассчитанные по измеренным плотности и полному напору скорость вдоль следа и профили статической температуры поперек следа для $M_\infty=3.8$, $Re_\infty=100$. На этих же фигурах кривыми а нанесены результаты расчета на основе решения полных уравнений Навье — Стокса, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В заключение авторы благодарят В. В. Лулева за полезные обсуждения полученных результатов.

Поступила 12 X 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов Б. М. Численное исследование сверхзвукового обтекания затупленных тел потоком вязкого газа. В сб. «Некоторые применения метода сеток в газовой динамике», вып. 4, М., Изд-во МГУ, 1971.
2. Громов В. Г., Кессель В. Л. Метод численного исследования обтекания затупленных тел сверхзвуковым потоком вязкого газа. Науч. тр. Ин-та механ. МГУ, 1970, № 1.
3. Толстых А. И. О разностных схемах повышенной точности для численного решения некоторых задач аэродинамики. Уч. зап. ЦАГИ, 1973, т. 4, № 2.
4. Белошицкий А. Б., Крикунов В. В., Липницкий Ю. М., Лялов В. Н. Исследование различных газодинамических течений с помощью явных разностных схем сквозного счета. Науч. тр. Ин-та механ. МГУ, 1973, № 30.
5. Бабаков А. В., Белоцерковский О. М., Северинов Л. И. Численное исследование течения вязкого теплопроводного газа у тупого тела конечных размеров. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 3.
6. Емельянова З. М., Илющенкова А. А., Кокошинская Н. С., Павлов Б. М., Пасконов В. М., Петрова Л. И., Полянский В. А. Численное исследование течений реального газа около тел конечного размера и в следах за ними. Сб. работ науч.-исслед. ВЦ МГУ 1974, т. 23.
7. Goudeville H., Viviani H., Raffin M., Brun E. A. An experimental study of wakes of cylinders at Mach 20 in rarefied gas flows. In: rarefied Gas Dynamics, vol. 1. New York — London, Acad. Press., 1969.
8. Еремич В. В., Липницкий Ю. М. О построении многомерных разностных схем третьего порядка точности. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1974, т. 14, № 2.
9. Muntz E. P., Marsden D. J. Electron excitation applied to the experimental investigation of rarefied gas flows. In: Rarefied Gas Dynamics, vol. 2, New York — London, Acad. Press., 1963.
10. Сухнев В. А. Об определении поправок к показаниям насадков полного напора в сверхзвуковом потоке разреженного газа. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
11. Kinslow M., Arney G. D. Corrections for thermomolecular pressures in tubes and at orifices. In: Rarefied Gas Dynamics, vol. 1. New York — London, Acad. Press., 1969.
12. McCarthy J. F., Kubota T. A study of wakes behind a circular cylinder at M-5,7. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 4.
13. Дьяконов Ю. Н., Пчелкина Л. В., Сандомирская И. Д. Сверхзвуковое обтекание затупленных тел. М., Изд-во МГУ, 1971.