

НЕКОТОРЫЕ ЭФФЕКТЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ НА УЧАСТКЕ ПОВЕРХНОСТИ

Ю. Г. ГУРЕВИЧ, Е. Ю. ШАЛЬМАН

(Москва)

Рассмотрим пограничный слой на пластине с установленным на ней круговым цилиндром. При исследовании этой задачи численными методами [1-3] решение удавалось найти лишь вне некоторой области, положение которой зависело от выбора системы координат, шагов разностной сетки [4] и, возможно, метода расчета. Поэтому возникает вопрос: нельзя ли, модифицировав алгоритм, решить задачу в более широкой области, иными словами, какова максимальная область, где решение уравнений пограничного слоя можно найти, если течение в зоне отрыва перед препятствием неизвестно? Применение принципа влияния позволило в настоящей работе ответить на этот вопрос.

В [4] изучено влияние охлаждения участка поверхности на характеристики пограничного слоя при параболических линиях тока внешнего потока. В настоящей работе численно исследуется влияние охлаждения полос вблизи плоскости симметрии на отрыв трехмерного пограничного слоя. Представлены результаты экспериментов, качественно подтверждающие выявленные при расчете особенности течения в пограничном слое при управлении им на участке поверхности.

1. Распространение возмущений в трехмерном пограничном слое исследовано в [5]. Показано, что по нормали к обтекаемой поверхности возмущения передаются мгновенно, а в направлении, параллельном поверхности, переносятся частицами жидкости вдоль линий тока. Поэтому считалось, что в данную точку M возмущения приходят лишь из цилиндрической области $O_1(M)$, основанием которой является часть обтекаемой поверхности вверх по потоку от M , занятая спроектированными на нее линиями тока, проходящими над точкой M . Однако в некоторых случаях может оказаться, что возмущения в M приходят из более широкой, чем $O_1(M)$, области.

Действительно, пусть N — любая точка из $O_1(M)$. Объединение $O_1(N)$ для всех точек области $O_1(M)$ есть некоторая область $O_2(M)$, которая может быть шире, чем $O_1(M)$. Продолжим этот процесс пока не получим, что $O_{i+1}(M) = O_i(M)$. Получившуюся в результате область обозначим $O(M)$ и назовем областью зависимости точки M . Аналогично можно определить и область влияния.

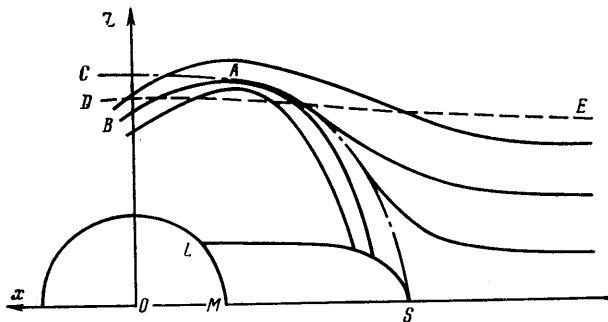
Принцип влияния можно сформулировать так: в данную точку возмущения приходят из ее области зависимости $O(M)$, а из самой точки M возмущения распространяются лишь на ее область влияния.

Рассмотрим течение, возникающее в пограничном слое на плоской пластине с установленным на ней цилиндром. На фиг. 1 нанесены пристеночные линии тока. ED — линия тока внешнего потока. Область SLM занята отрывом. Решение можно найти лишь вне области влияния отрыва, ограниченной линией SAC , которую назовем границей влияния отрыва. На участке SA она совпадает с линией раздела пристеночных потоков SAB , а вниз по потоку от точки A идет вдоль самой правой линии тока, выходящей из A . Покажем это. Точки области SAB принадлежат области влияния отрыва, так как в них приходят пристеночные линии тока, вы-

ходящие из *SLM*. Рассмотрим теперь точку *D*, лежащую в области *BAC*. Так как проходящая через нее линия тока внешнего потока *ED* проходит над областью *SAB*, то точка *D* действительно принадлежит области влияния отрыва.

Так как распределение параметров вне границы влияния отрыва не чувствительно к происходящему в области влияния отрыва, то при численном интегрировании уравнений пограничного слоя реальное течение в последней может быть заменено фиктивным. Как будет показано ниже, это позволяет существенно упростить расчет течений с отрывными зонами.

2. Выберем следующую систему координат: ось *x* направим вдоль линии симметрии, ось *y* — по нормали к обтекаемой поверхности, ось *z* —



Фиг. 1

параллельно передней кромке пластины. Тогда уравнения трехмерного ламинарного пограничного слоя запишутся в виде

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \\
 (2.1) \quad & \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = \rho_e \left(u_e \frac{\partial u_e}{\partial x} + w_e \frac{\partial u_e}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
 & \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = \rho_e \left(u_e \frac{\partial w_e}{\partial x} + w_e \frac{\partial w_e}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\
 & \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} + \rho w \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \\
 & + \frac{\sigma - 1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2 + w^2}{2} \right) \right)
 \end{aligned}$$

Здесь u, v, w — составляющие вектора скорости, ρ — плотность, H — полная энтальпия, μ — коэффициент вязкости, σ — число Прандтля, индексом e обозначены значения параметров во внешнем потоке. Для замыкания системы (2.1) необходимо задать уравнение состояния и соотношения, определяющие коэффициенты переноса. В дальнейшем предполагалось, что газ совершенный, $\sigma = 0.7$, $\mu \sim h^{0.75}$ (h — статическая энтальпия). Граничные условия для (2.1) имеют вид

$$\begin{aligned}
 (2.2) \quad & u = v = 0, \quad H = H_w \quad \text{или} \quad \frac{\partial H}{\partial y} = 0 (y = 0); \quad u \rightarrow u_e, \\
 & w \rightarrow w_e, \quad H \rightarrow H_e (y \rightarrow \infty)
 \end{aligned}$$

Начальные условия для рассматриваемой задачи задаются на передней кромке пластины и в плоскости симметрии. Последние определяются

из решения специальных уравнений, получающихся из (2.1) в предположении $w=0$, $\partial w/\partial z \neq 0$.

В физических переменных толщина пограничного слоя резко меняется с ростом x . Кроме того, при сильном охлаждении обтекаемой поверхности сильно меняется по толщине пограничного слоя коэффициент перед старшей производной по y . Все это создает определенные трудности при численном интегрировании уравнений трехмерного пограничного слоя. Поэтому перейдем к новым независимым переменным и искомым функциям по формулам

$$d\xi = dx, \quad d\zeta = dz, \quad d\eta = \sqrt{\frac{\rho_e \mu_e u_e}{\xi \delta}} \frac{dy}{\mu}, \quad f = \frac{u}{u_e},$$

$$\varphi = \frac{w}{w_e}, \quad g = \frac{H}{H_e}$$

Величину δ выберем так, чтобы $f=0.99$ при $\eta=2/3$. Исключим еще компоненту скорости v , проинтегрировав уравнение неразрывности. В результате получим из (2.1) следующую систему интегродифференциальных уравнений в частных производных:

$$(2.3) \quad \begin{aligned} f'' + Vf' + N \left[\beta_1 \left(\frac{\rho_e}{\rho} - f^2 \right) + \beta_2 \left(\frac{\rho_e}{\rho} - f\varphi \right) \right] &= N\delta\xi \left(f \frac{\partial f}{\partial \xi} + \frac{w_e}{u_e} \varphi \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) \\ \varphi'' + V\varphi' + N \left[\beta_3 \left(\frac{\rho_e}{\rho} - f\varphi \right) + \beta_4 \left(\frac{\rho_e}{\rho} - \varphi^2 \right) \right] &= N\delta\xi \left(f \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{w_e}{u_e} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \right) \\ \frac{1}{\sigma} g'' + Vg' + 2 \frac{\sigma-1}{\sigma} U \left(ff' + \left(\frac{w_e}{u_e} \right)^2 \varphi\varphi' \right)' &= N\delta\xi \left(f \frac{\partial g}{\partial \xi} + \frac{w_e}{u_e} \varphi \frac{\partial g}{\partial \zeta} \right) \\ F = \int_0^\eta Nfd\eta, \quad \Phi = \int_0^\eta N\varphi d\eta, \quad N = \frac{\rho\mu}{\rho_e\mu_e}, \quad \beta_1 = \frac{\xi}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial \xi} \\ \beta_2 = \frac{w_e}{u_e} \frac{\xi}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial \zeta}, \quad \beta_3 = \frac{\xi}{w_e} \frac{\partial w_e}{\partial \xi}, \quad \beta_4 = \frac{\xi}{u_e} \frac{\partial w_e}{\partial \zeta}, \quad U = \frac{u_e^2}{2H_e} \\ \beta_5 = \frac{\xi}{2\rho_e\mu_e u_e} \frac{\partial \rho_e\mu_e u_e}{\partial \xi}, \quad \beta_6 = \frac{w_e}{u_e} \frac{\xi}{2\rho_e\mu_e u_e} \frac{\partial \rho_e\mu_e u_e}{\partial \zeta} \\ V = \left(\beta_5\delta + 0.5 \frac{\partial(\xi\delta)}{\partial \xi} \right) F + \left((\beta_6 + \beta_4 - \beta_2)\delta + 0.5 \frac{w_e}{u_e} \xi \frac{\partial \delta}{\partial \zeta} \right) \Phi + \\ + \xi\delta N \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{w_e}{u_e} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \right) \end{aligned}$$

Штрихом обозначено дифференцирование по переменной η . Решение уравнений (2.3) при $\xi=0$ позволяет найти начальные условия на передней кромке пластины. При $\zeta=0$ система (2.3) переходит в уравнения для плоскости симметрии. Поэтому задача определения начальных условий может быть включена в общий алгоритм решения. Граничные условия (2.2) в новых переменных принимают вид

$$(2.4) \quad f = \varphi = 0, \quad g = g_w \quad \text{или} \quad g' = 0 \quad (\eta=0); \quad f \rightarrow 1, \quad \varphi \rightarrow 1, \quad g \rightarrow 1 \quad (\eta \rightarrow \infty)$$

Уравнения (2.3) с граничными условиями (2.4) решались конечно-разностным методом по схеме «зигзаг» (см., например, [6]), явной по ξ и ζ и неявной по η . Схема второго порядка точности по всем переменным. Подстановка конечно-разностных аппроксимаций производных в (2.3) приводит к системе нелинейных алгебраических уравнений, которые линеаризуются. Получившиеся линейные уравнения решаются прогонкой, а нелинейные члены учитываются методом итераций.

Используемая разностная схема устойчива при $(w_e \varphi \Delta \xi) / (u_e f \Delta \zeta) \geq -1$ ($\Delta \xi$, $\Delta \zeta$ — шаги разностной сетки). Отсюда легко заключить, что расчет невозможен в области возвратного течения $f < 0$ при $\eta > 0$. Тогда непосредственно из принципа влияния следует, что расчет возможен лишь вне области влияния возвратного течения, ограниченной линией, которую назовем линией обратных токов. Очевидно, что положение этой линии зависит от выбора системы координат. В общем случае она не обязательно совпадает с границей влияния отрыва.

В узлах разностной сетки, прилежащих к линии обратных токов, схема зигзаг неприменима, и приходится использовать схему первого порядка точности по ξ и ζ , устойчивую при $|w_e \varphi \Delta \xi / (u_e f \Delta \zeta)| \leq 1$. Это приводит к необходимости уменьшения шага по ξ вблизи линии обратных токов и, следовательно, к увеличению времени счета. Поэтому целесообразно, используя принцип влияния, так заменить течение на участке поверхности за линией обратных токов, чтобы во всей рассматриваемой области расчет был возможен по схеме зигзаг. В настоящей работе это делается следующим образом: в точку, где число итераций оказывалось больше 50, сносились профили скорости и полной энтальпии из предшествующей по ξ точки. Даже внутренняя часть цилиндра заполнялась таким фиктивным течением.

При проведении расчетов распределение параметров внешнего потока определялось из решения задачи о бесциркуляционном обтекании кругового цилиндра потоком несжимаемой жидкости. Сжимаемость газа учитывалась за счет зависимости плотности и вязкости от температуры.

Построенные по результатам расчета пристеночные линии тока изображены на фиг. 2. Все размеры отнесены к радиусу цилиндра. Линии 1 соответствуют охлаждаемой поверхности ($g_w = 0.5$), линии 2 — теплоизолированной стенке; $S_1 C_1$ и SC — линии обратных токов. Так как в рассматриваемом случае передняя часть линии обратных токов является линией сгущения пристеночных линий тока, то граница влияния отрыва и линия обратных токов совпадают. Итак, решение найдено всюду вне области влияния отрыва. На фиг. 2 показано поведение пристеночных линий тока на некотором участке поверхности за линией обратных токов. Как уже отмечалось выше, эти результаты зависят от выбора фиктивного течения. Но так как рассматриваемая область расположена далеко от области фиктивного течения, то можно предположить, что полученные результаты качественно правильно описывают реальное течение.

Анализ результатов расчета показал, что для рассматриваемого течения толщина вытеснения достигает максимума на границе влияния отрыва. Это связано с тем, что передняя часть границы влияния отрыва является линией сгущения пристеночных линий тока, т. е. к ней подтекает масса вблизи стенки. Это приводит к утолщению пограничного слоя и росту толщины вытеснения. Наросшая на этом участке толщина пограничного слоя сносится его внешней частью вдоль границы влияния отрыва.

3. Рассмотрим поведение пограничного слоя при охлаждении полос $|\zeta| < a$ вблизи линии симметрии. Изучены случаи, когда $a = 0.3, 0.6, 0.8$ радиуса цилиндра, при $|\zeta| > a$ стенка теплоизолированная. Пристеночные линии тока при $a = 0.6$ изображены на фиг. 2 при $\xi < 0$; $S_1 C_2$ — граница влияния отрыва. Видим, что в потоке образуются две линии сгущения пристеночных линий тока.

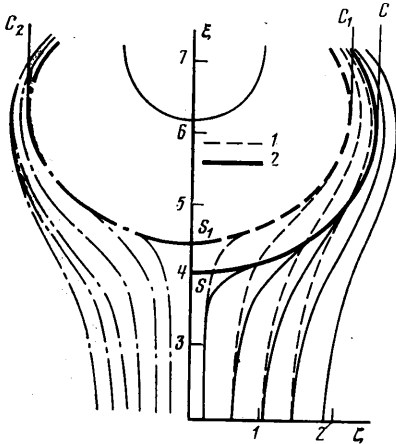
Покажем, что аналогичный результат может получиться и при другом способе управления пограничным слоем на участке поверхности. Действительно, непосредственно из принципа влияния следует, что пограничный слой в точках, область зависимости которых целиком лежит в охлаждаемой полосе (на участке поверхности, на котором происходит управление пограничным слоем) «не знают», что остальная часть поверхности не охлаждается, и сгущаются к линии, являющейся границей влияния отрыва для полностью охлаждаемой поверхности. Решение же в точках, область зависимости которых не включает охлаждаемой полосы (участка поверхности, на котором происходит управление пограничным слоем) «не знают», что где-то происходит управление пограничным слоем, и сгущаются

к линии, являвшейся границей влияния отрыва для теплоизолированной стенки. Пристеночные линии тока, выходящие из охлаждаемой полосы до достижения границы влияния отрыва, идут где-то между двумя указанными линиями сгущения.

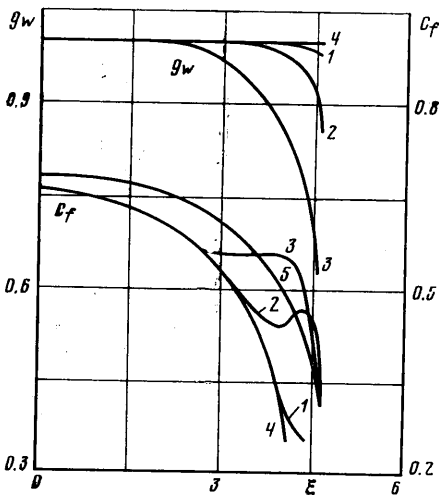
Рассмотрим теперь влияние охлаждения на характеристики пограничного слоя. На фиг. 3 изображено поведение величин c_f и g_w при $\zeta=1.0$

$$c_f = \frac{2\mu \frac{du}{dy}|_{y=0}}{\rho_e u_e^2} \sqrt{\frac{\rho_e u_e x}{\mu_e}}$$

Кривые 1-3 соответствуют $a=0.3, 0.6, 0.8$, кривые 4 — теплоизолированной, а 5 — охлаждаемой поверхности ($g_w=0.5$). Как видно из кривых 2 и 3, коэффициент трения в точках, температура стенки в которых почти такая же, как при обтекании теплоизолированной поверхности, может стать больше, чем при $g_w=0.5$. Анализ результатов расчета показывает, что это связано с тем, что профиль температуры уже полностью перестроился к новому граничному условию, тогда как профиль скорости вблизи стенки почти не отличается от того, каким он был при $g_w=0.5$. Поэтому коэффициент вязкости у стенки оказывается существенно больше, чем при $g_w=0.5$, а du/dy почти такое же, как на холодной стенке. При $a=0.3$ охлаждаемая полоса находится слишком далеко от рассматриваемого сечения, и ее влияние сказывается лишь непосредственно вблизи границы влияния отрыва.

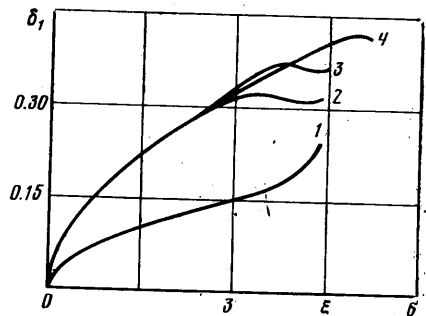


Фиг. 2



Фиг. 3

Кривые 2 и 3, коэффициент трения в точках, температура стенки в которых почти такая же, как при обтекании теплоизолированной поверхности, может стать больше, чем при $g_w=0.5$. Анализ результатов расчета показывает, что это связано с тем, что профиль температуры уже полностью перестроился к новому граничному условию, тогда как профиль скорости вблизи стенки почти не отличается от того, каким он был при $g_w=0.5$. Поэтому коэффициент вязкости у стенки оказывается существенно больше, чем при $g_w=0.5$, а du/dy почти такое же, как на холодной стенке. При $a=0.3$ охлаждаемая полоса находится слишком далеко от рассматриваемого сечения, и ее влияние сказывается лишь непосредственно вблизи границы влияния отрыва.



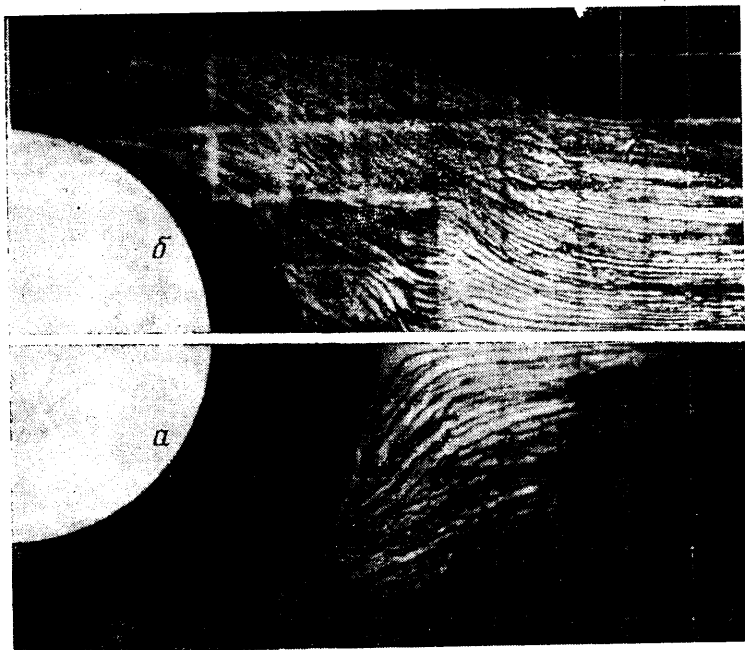
Фиг. 4

Поведение величины δ_1 показано для $a=0.6$ на фиг. 4. $\delta_1 = \delta^*/r\sqrt{(\rho_e u_e r)/\mu_e}$, где r — радиус цилиндра, δ^* — толщина вытеснения по модулю скорости. Кривая 1 — $\zeta=0.5$, 2 — $\zeta=1.0$, 3 — $\zeta=1.5$, 4 — $\zeta=2.0$. Кривые 2 и 3 имеют два максимума, связанных с наличием в потоке двух линий сгущения.

ния пристеночных линий тока. Отсутствие второго максимума у кривой 4 связано с тем, что в рассматриваемом сечении граница влияния отрыва линией сгущения уже не является.

4. Результаты предыдущего раздела показывают, что при охлаждении участка поверхности толщина вытеснения резко меняется на границе охлаждаемой области. Поэтому возникает вопрос: а не может ли происходящее из-за этого изменение параметров внешнего потока привести к рассасыванию одной из линий сгущения? Чтобы ответить на него, необходимо провести экспериментальные исследования. При этом, как было отмечено выше, способ управления пограничным слоем может быть любым.

Эксперимент проводился следующим образом: в поток, скорость которого вдалеке от модели равнялась 20 м/сек, помещалась пластина с установленным на ней круговым цилиндром. На него надевалась «шляпка» шириной 2 г и длиной 1.3 S_0 , где S_0 —



Фиг. 5

расстояние от точки отрыва в плоскости симметрии до цилиндра. Шляпка помещалась над пластиной на расстоянии порядка толщины пограничного слоя. В этом случае под ней существенно затягивался отрыв пограничного слоя. Поэтому качественно ситуация такая же, как и при охлаждении участка поверхности.

Визуализация пристеночных линий тока проводилась следующим образом: перед экспериментом на поверхность пластины наносилась специально подобранная краска. После этого труба запускалась, краска протягивалась, а на пластине оставалась четкая картина пристеночных линий тока, которая фотографировалась. Результаты эксперимента при отсутствии шляпки показаны на фиг. 5, а. Фотография пристеночных линий тока при одетой шляпке представлена на фиг. 5, б. Хорошо видно наличие в потоке двух линий сгущения пристеночных линий тока. Полученные результаты качественно хорошо согласуются с результатами расчетов.

В заключение авторы благодарят Г. М. Бам-Зеликовича и Н. М. Белянина за внимание к работе и обсуждение результатов.

Поступила 3 I 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Дуайер. Решение задачи о трехмерном пограничном слое при наличии отрыва. Ракетная техника и космонавтика, 1968, т. 6, № 7.
2. Филло, Барбэнк. Расчет пространственного ламинарного пограничного слоя. Ракетная техника и космонавтика, 1972, т. 10, № 3.
3. Себечи. Расчет трехмерных пограничных слоев. 2. Трехмерные течения в декартовых координатах. Ракетная техника и космонавтика, 1975, т. 13, № 8.
4. Краузе Э., Хиршель Э. Г. Точные решения для трехмерных пограничных слоев. В сб. Численные методы в механике жидкости. М., «Мир», 1973.
5. Wang K. C. On the determination of the zones of influence and dependence for three-dimensional boundary-layer equations. J. Fluid Mech., 1971, vol. 48, No 2.
6. Карбелас, Хэнретти. Расчет конечно-разностным методом пространственных пограничных слоев с интенсивными положительными и отрицательными вторичными потоками. Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 8.