

**ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ АН СССР  
СЕМИНАРЫ**

**Семинар по численным методам в задачах тепло- и массообмена под руководством В. И. Полежаева и Л. А. Чудова**

17 I 1977. В. М. Ентов, Ф. Д. Турецкая, Л. А. Чудов (Москва). *Численное решение двумерных нестационарных задач нелинейной фильтрации.*

Рассматриваются двумерные нестационарные течения при нелинейном законе фильтрации (кусочно-линейном и законе фильтрации с предельным градиентом). Предложена конечно-разностная методика и рассчитан ряд вариантов, относящихся к нестационарным процессам в системе скважин (пятиточечная площадная система разработки) и к взаимодействию одиночной скважины с основным плоско-параллельным потоком.

24 I 1977. Е. Л. Тарунин (Пермь). *Определение оптимальных параметров релаксации вихря скорости для решения стационарных и нестационарных задач гидродинамики.*

Использование релаксации (усреднения) вихря скорости на твердой границе позволяет организовать сходящиеся процедуры при решении стационарных и нестационарных задач с любыми шагами по времени.

Рассматривается вопрос об определении оптимального параметра релаксации  $\omega^*$  при решении бигармонического уравнения в области прямоугольного сечения для различных аппроксимационных формул вихря скорости, обсуждается работоспособность аппроксимационных формул.

Для нестационарной задачи при малых числах Рейнольдса предложена и решена спектральная задача по определению  $\omega^*$ . Найденные зависимости проверены численным экспериментом (нестационарная задача при  $Re \leq 15$ ).

7 II 1977. В. А. Смирнов, Ю. Ф. Щелкин (Москва). *Исследование процессов тепло- и массопереноса при выращивании объемных монокристаллов из расплавов.*

Рассматриваются постановка задачи, системы уравнений и граничные условия для описания процесса роста объемных кристаллов. Дан анализ распределений температур при выращивании монокристаллов методами Чохральского, направленной кристаллизации, бестигельной зонной плавки. Дана постановка задачи о термоупругих напряжениях в процессах выращивания монокристаллов. Приведены некоторые результаты решений уравнений термоупругости применительно к процессам выращивания монокристаллов методами Чохральского и бестигельной зонной плавки.

Изложены результаты численного моделирования на ЭВМ полей скоростей при выращивании монокристаллов методом Чохральского.

21 II 1977. М. А. Филиппов (Москва). *Колебания температуры расплава и однородность монокристаллов (метод Чохральского).*

Дается обзор современных взглядов на причины неоднородности монокристаллов, выращиваемых различными методами.

Экспериментально исследуются колебания температуры в расплавах при выращивании монокристаллов методом Чохральского и выясняется взаимосвязь этих колебаний с неоднородностью распределения электрофизических свойств (удельное электросопротивление, оптическое пропускание, фотолюминесценция).

28 II 1977. В. Я. Ривкинд (Ленинград). *Решение уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости в переменных скорости, давление.*

Рассматриваются следующие четыре направления численных методов решения динамики вязкой несжимаемой жидкости: неявные схемы и схемы метода конечных элементов (МКЭ); схемы с регуляризацией уравнения неразрывности; схемы расщепления и проектирования на подпространство соленоидальных функций; представление скоростей в виде  $u = \text{rot } \xi + \text{grad } \phi$ . Рассматриваются методы решения алгебраических систем для неявных разностных схем и схем МКЭ. Исследуются различные возможности регуляризации уравнения неразрывности. Даны примеры численных экспериментов. Предлагаются различные варианты схем расщепления. Обсуждаются трудности, возникающие при численной реализации четвертого направления.

14 III 1977. Ю. Д. Шевелев (Москва). *Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя.*

Рассматриваются вопросы расчета сопротивления трения и теплообмена движущихся тел сложной формы.

Предлагается приближенный аналитический метод расчета трехмерного пограничного слоя в несжимаемой жидкости и сжимаемом газе, основанный на методе последовательных приближений. Приводится решение задачи о трехмерном пограничном слое в локально-автомодельном случае и в случае «осесимметрической» аналогии. Исследуются модели «отрывных» течений. Рассматривается конечно-разностный метод расчета задач трехмерного пограничного слоя. Дается сравнение результатов, полученных конечно-разностным и приближенно-аналитическим методами.

Приводится решение задач о трехмерном пограничном слое в частично ионизованной смеси газов в «равновесной» и «замороженной» смесях газов.

28 III 1977. А. А. Пыроженко (Таллин). *Математическое моделирование процесса роста эпитаксиальной пленки в горизонтальном реакторе.*

Представлены решения некоторых задач свободной и смешанной конвекции, возникающих при моделировании процесса осаждения в горизонтальном эпитаксиальном реакторе. На основе теории пограничного слоя построена математическая модель процессов тепло- и массообмена в продольном сечении реактора. Для выявления причин неоднородности роста пленки в поперечном сечении реактора методом сеток решена задача свободной конвекции смеси газов в замкнутой области.

11 IV 1977. В. Л. Грязнов, В. И. Полежаев (Москва). *Численное решение нестационарных уравнений Навье – Стокса для турбулентного режима естественной конвекции.*

Излагается подход к численному моделированию турбулентных режимов естественной конвекции на основе двумерных нестационарных уравнений Навье – Стокса без использования дополнительной эмпирической информации. Приведены результаты расчета ламинарного и турбулентного режимов естественной конвекции в длинных вертикальных слоях.

Сопоставляются с опытными данными картины течения, осредненные во времени характеристики полей температуры и скорости. Изучается влияние длины интервала осреднения и ряда сеточных параметров. Приводятся результаты расчетов турбулентных потоков тепла, напряжений турбулентного трения, местных потоков тепла, суммарной теплопередачи.

25 IV 1977. В. М. Ентов (Москва). *Математические модели процессов извлечения нефти.*

Математические модели извлечения нефти развиваются по пути все более полного учета сложного комплекса процессов, имеющих место в реальной системе. В докладе описана последовательно усложняющаяся система моделей процессов вытеснения нефти водой из однородных и слоисто-неоднородных сред, проанализированы эффекты неравновесности и их физические механизмы. Приведены уравнения процессов изотермического и неизотермического вытеснения нефти раствором активной примеси, соответствующие автомодельные (аналитические) решения и решения, полученные численными методами.

10 V 1977. Л. Г. Генин, С. И. Ковалев (Москва). *Применение гармонического анализа для моделирования течения в плоском канале.*

Метод гармонического анализа применен для описания двумерного течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале. Чтобы удовлетворить произвольным граничным условиям, предлагается разбивать функцию тока на две составляющие: «гладкую» функцию тока, удовлетворяющую периодическим граничным условиям, и кусочно-полиномиальную, учитывающую реальные граничные условия. Исходя из уравнения вихря получена нелинейная система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка для фурье-амплитуд «гладкой» функции тока.

30 V 1977. А. Г. Дайковский, В. И. Полежаев, А. И. Федосеев (Москва). *Некоторые результаты численного решения уравнений Навье – Стокса для турбулентного режима конвекции.*

Развивается подход к численному моделированию турбулентного режима конвекции, начатый в работах В. Л. Грязнова и В. И. Полежаева. Приводятся результаты численных экспериментов, выполненных по основной методике.

Описаны модификации основной методики, связанные с расчетом граничного условия для вихря в нестационарном режиме и решением уравнения для функции тока прямым методом (быстрое преобразование Фурье).

Обсуждаются результаты уточненного расчета численной реализации турбулентного режима конвекции в вертикальном слое при  $Ra_H = 5.25 \cdot 10^{11}$ ,  $Pr = 15$ ,  $H/L = 11.2$ .

6 VI 1977. А. Г. Дайковский, В. И. Полежаев, А. И. Федосеев (Москва). *Исследование структуры переходного и турбулентного режимов конвекции в вертикальном слое с помощью дисплея.*

С помощью кинофильма изучается эволюция во времени поля изолиний функции тока, полученных путем численного решения нестационарных уравнений Навье — Стокса при  $Ra_H = 5.25 \cdot 10^{11}$ ,  $Pr = 15$ ,  $H/L = 11.2$ .

В первой части фильма рассматривается крупномасштабная структура конвекции: развитие и потеря устойчивости подъемно-опускного движения, образование ячейковой структуры и ее разрушение, полная перестройка течения и образование мелкомасштабной вихревой структуры у стенок. Во второй части изучается тонкая структура турбулентного движения у стенки. На границе вязкого подслоя перемещаются вихри, в которых жидкость движется вдоль или против потока жидкости в вязком подслое. Сдвиговые напряжения в последнем случае приводят к периодическим выбросам жидкости во внешнюю область.

30 X 1977. Ю. А. Сергеев (Москва). *Некоторые задачи механики и межфазного массообмена в дисперсных системах.*

Рассматривается движение пузырей и их массообмен с непрерывной фазой взвешенного слоя при больших и малых числах Пекле. Изучается влияние объемной химической реакции на нестационарный массообмен пузыря.

Получено решение ряда задач массообмена отдельных частиц дисперсной фазы с потоком. Рассмотрена конвективная диффузия к деформированному пузырю в жидкости и к твердой частице.

Рассматривается конвективная неустойчивость в дисперсных средах (возникновение свободной конвекции под действием химической реакции в зернистом слое)

14 XI 1977. В. Д. Котелкин (Москва). *Неоднородности течения в химических реакторах с неподвижным слоем катализатора.*

Рассматриваются схемы промышленной и опытной установок со стационарным зернистым слоем и характеристики слоя.

Сделана оценка влияния геометрии реактора, входного и выходного потоков, наличия тонкого слоя с повышенной проницаемостью на течение в основной части слоя.

Рассматривается модель, описывающая малые деформации слоя при его усадке под действием градиента давления и силы тяжести и вызванное деформациями изменение течения внутри слоя.

28 XI 1977. Е. Л. Тарунин (Пермь). *Об использовании аппроксимационных формул для вихря скорости на твердой границе при решении задач динамики вязкой жидкости двухполюсовым методом.*

Изучается влияние аппроксимационной формулы  $\varphi|_r$  на сходимость вычислительных процедур двухполюсового метода при решении стационарных и нестационарных задач. Показано, что кроме аппроксимационных свойств каждая формула имеет важную характеристику, сигнализирующую о «рассогласовании» скоростей на твердой границе. Выяснена «эквивалентность» процедуры, предложенной А. А. Дородницыным и Н. А. Меллер, обычной релаксационной (сглаживающей) процедуре. Показано, что для оптимизации неявных схем необходимы внутренние итерации с использованием нижней релаксации для вихря скорости на границе. Построены и решены спектральные задачи, определяющие оптимальные значения параметров релаксации для различных аппроксимационных формул. Выяснены положительные свойства процедуры, предложенной В. Л. Грязновым, В. И. Полежаевым, и построено обобщение этой процедуры.

28 XI 1977. Е. Ф. Ноготов, А. К. Синицын (Минск). *Метод расчета нестационарных задач конвекции.*

Для решения нестационарных уравнений конвекции в переменных вихрь — функция тока строится вычислительный алгоритм, основанный на монотонной консервативной разностной схеме второго порядка точности с использованием метода переменных направлений. Алгоритм включает в себя два итерационных цикла: внутренний (для определения функции тока) и внешний (для уточнения значений температуры и вихря на верхнем временном слое). Для ускорения сходимости внешних итераций используется релаксация граничных условий для вихря. Оптимальная величина временного шага выбирается автоматически в процессе счета в зависимости от числа итераций внешнего цикла.

Возможности метода иллюстрируются на примере задачи о внутренних термоконвективных волнах в неустойчиво стратифицированной среде.

12 XII 1977. В. Е. Фертман (Минск). *Магнитные жидкости — конвективные процессы и гидростатика.*

Рассматриваются физические свойства магнитных жидкостей, методы их приготовления и особенности различных моделей реальных магнитных коллоидов. Обсуждаются границы применимости модели изотропной и однородной среды. Выведены безразмерные критерии, характеризующие конвективные процессы в магнитной жидкости. Получены критериальные соотношения для переноса тепла при различных значениях режимных параметров. Сопоставляются численные и экспериментальные результаты. Анализируются силы, действующие на магнитные и немагнит-

ные тела в магнитной жидкости, находящейся в механическом равновесии. Обсуждаются различные применения магнитных жидкостей, в том числе в условиях невесомости.

26 XII 1977 В. М. Дубовик, В. Б. Таранчук (Минск). *Исследование разностных схем для расчета насыщенности и давления в задачах вытеснения неньютоновских жидкостей.*

Приведены результаты методических исследований некоторых конечно-разностных схем для расчета насыщенности и давления в задачах фильтрации вязкопластических жидкостей.

Для решения получаемой системы применяется метод, основанный на раздельном определении на каждом временном слое давления и насыщенности. Пригодность различных схем первого и второго порядка аппроксимации для расчета разрывных распределений насыщенности изучается в одномерном случае. Для определения давления применяется метод установления; приведены результаты, иллюстрирующие сходимость итерационных процессов при расчете давления с помощью явной и неявной схем и схемы В. К. Саульева, когда рассматриваются различные режимы вытеснения.

УДК 531/534:0.61.3

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР  
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
им. М. В. ЛОМОНОSOVA

СЕМИНАРЫ

Семинар по численным методам решения задач аэрогидродинамики под руководством Г. И. Петрова, Л. А. Чудова, Г. Ф. Теленина, Г. С. Рослякова

3 II 1977. А. Т. Федорченко (Москва). *Численное исследование некоторых двумерных нестационарных течений вязкого сжимаемого газа.*

Изложен метод решения полной двумерной нестационарной системы уравнений Навье - Стокса для сжимаемого газа. Метод основан на явной пересчетной схеме с центрированными разностями, имеющей второй порядок аппроксимации. Приведены результаты исследования основных свойств предложенной разностной схемы.

С помощью данной схемы рассчитано плоское нестационарное течение вязкого теплопроводного газа в области с прямоугольной каверной в стенке ( $Re=100, 500, 5000, M=0.5$ ). При  $Re=5000$  наблюдается явление акустического резонанса в области каверны. Решена задача о нестационарном течении в цилиндрическом канале при монотонном росте расхода газа через торец канала. Исследуются нелинейные акустические эффекты при  $Re=20, 200, 2000$  ( $M=0.2$ ).

17 II 1977. Г. Е. Думнов, Г. Ф. Теленин (Москва). *Нелинейные волновые явления в закрытых трубах.*

Рассматривается нестационарное движение газа в резонансной трубе, индуцируемое синусоидально-колеблющимся поршнем. Задача в рамках модели невязкого газа и в одномерной постановке решалась численно при помощи разностной схемы третьего порядка точности.

В небольшой области частот вблизи частоты линейного резонанса системы обнаружено появление ударных волн, разогревающих газ. По мере разогрева система постепенно переходит от разрывных характеристик к гладким.

При малых амплитудах колебаний поршня аналитически получено выражение, позволяющее определить изменение полной энтропии системы, а следовательно и средних параметров, по мере выхода из области существования ударных волн. Аналогичные зависимости получены численно при больших амплитудах колебания поршня.

Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными показало различие в амплитуде колебаний давления в районе частоты линейного резонанса, достигавшее 20% на этой частоте. Это различие объясняется эффектами вязкости в реальных течениях.

3 III 1977. Ю. Г. Малама (Москва). *Применение метода Годунова для моделирования высокоскоростного удара по полубесконечной мишени.*

Метод С. К. Годунова (оба семейства линий тока подвижны) применен к решению двумерной задачи о высокоскоростном ударе в интервале скоростей 7-40 км/сек. Прочностные свойства материала (алюминий) не учитывались. Основные результаты расчетов сводятся к следующему: подтвержден вывод зарубежных авторов об эквивалентности течений с одинаковыми значениями параметра подобия, зависящего от размера и скорости снаряда. При скорости удара ~16 км/сек начинается процесс испарения материала снаряда, однако количественно определить долю испаривше-