

УДК 533.6.011.72

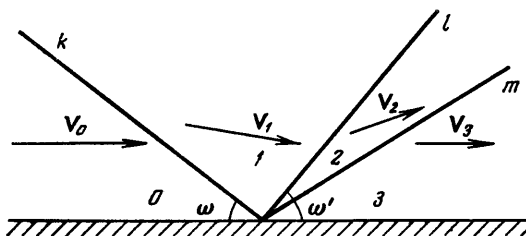
О РЕГУЛЯРНОМ ОТРАЖЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОТ ТВЕРДОЙ СТЕНКИ В ПОТОКЕ ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ

В. А. ВАСИЛЬЕВ

(Москва)

Рассматривается двумерная стационарная задача о регулярном отражении от плоской твердой стенки ударной волны в горючей смеси газов в случае, когда в точке пересечения падающей волны со стенкой смесь поджигается и за отраженной ударной волной образуется фронт пламени. Ударные волны и фронт пламени рассматриваются как плоские поверхности разрыва. Горючая смесь и продукты реакции считаются совершенными невязкими и нетеплопроводными газами.

На фиг. 1, изображающей картину течения, k — падающая ударная волна, l — отраженная ударная волна, m — фронт пламени, $0-3$ — области, на которые течение



Фиг. 1

разбивается поверхностями разрыва, V_i ($i=0, 1, 2, 3$) — скорости газа в этих областях, ω — угол падения, ω' — угол отражения.

Параметры течения в областях $0-3$ постоянны. На поверхностях разрыва k, l, m выполняются законы сохранения массы, импульса и энергии, которые в системе координат, связанной со стенкой, записываются в виде

$$\begin{aligned} \rho_i u_{ij} &= \rho_j u_{ji}, & p_i + \rho_i u_{ij}^2 &= p_j + \rho_j u_{ji}^2, & v_{ij} &= v_{ji} \\ \frac{u_{ij}^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_i}{\rho_i} + q_i &= \frac{u_{ji}^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_j}{\rho_j} \end{aligned}$$

Здесь $i=0, 1, 2, j=i+1$; ρ_s и p_s — плотность и давление в s -й области; u_{st} и v_{st} — нормальная и касательная составляющие скорости в s -й области на t -й поверхности разрыва (k, l и m соответствуют индексам 1, 2 и 3); γ — отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении к удельной теплоемкости при постоянном объеме (γ принимается постоянным и одним и тем же во всех областях); $q_0=q_1=0, q_2$ — тепловыделение при переходе единицы массы смеси через фронт пламени, u_{23} — скорость распространения пламени по газу (q_2 и u_{23} — физико-химические постоянные).

Законы сохранения позволяют после несложных, но громоздких преобразований получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{(\gamma-1)M_1^2+2}{(\gamma+1)M_1^2} [\cos \omega \sin(\omega+\omega') - A \sin \omega \cos(\omega+\omega')] \\ v_2 &= \cos \omega \cos(\omega+\omega') + A \sin \omega \sin(\omega+\omega') \\ M_1^2 &= \frac{[\cos \omega \sin(\omega+\omega') - A \sin \omega \cos(\omega+\omega')]^2}{\sin^2 \omega} \frac{(\gamma-1)\xi + (\gamma+1)}{2\gamma A} \\ a_2^2 &= \sin^2 \omega \frac{2\gamma A}{(\gamma-1)\xi + (\gamma+1)} \frac{(\gamma-1)M_1^2+2}{(\gamma+1)M_1^2} \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \\ &= \frac{2(\gamma-1)qf}{a_2^2 - f^2 + \gamma(a_2^2 - f^2)^2 - 2(\gamma^2-1)qf^2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$= \frac{(u_2^2 + v_2^2)(v_2 \sin \omega' - u_2 \cos \omega')}{f(u_2 \cos \omega' - v_2 \sin \omega') + \sqrt{u_2^2 + v_2^2 - f^2}(v_2 \cos \omega' + u_2 \sin \omega')}$$

$$A = \frac{(\gamma+1)\xi + (\gamma-1)}{(\gamma-1)\xi + (\gamma+1)}$$

где $u_2 = u_{22}/|V_0|$, $v_2 = v_{22}/|V_0|$, $q = q_2/V_0^2$, $f = u_{23}/|V_0|$, a_2 — отнесенная к $|V_0|$ скорость звука в области 2, M_1 — число Маха отраженной волны, $\xi = p_1/p_2$ — амплитуда падающей ударной волны.

Соотношения (1) определяют неявную зависимость ω' от ω , ξ , γ , f и q , которая изучалась численно. В расчетах определялся угол отражения ω' при фиксированных значениях угла падения ω и параметров ξ , γ , q и f .

Диапазоны изменения угла падения и параметров выбирались следующими: $0 < \omega < 90^\circ$, $0 < \xi \leq 1$, $\gamma = 1.4$, $10 < q < 10^2$, $10^{-3} < f < 10^{-2}$. Учитывалось, что скорость распространения пламени по частицам для многих смесей не превышает 10 м/сек, а тепловыделение при сгорании 1 г смеси не превышает 10^8 м²/сек² (например, для смеси 6% СН₄ и 94% воздуха $u_{23} \sim 0.05$ м/сек и $q_2 \sim 3.3 \cdot 10^8$ м²/сек², а для смеси 33.3% О₂ и 66.7% Н₂ $u_{23} \sim 10$ м/сек и $q_2 \sim 1.6 \cdot 10^7$ м²/сек²), и предполагалось, что скорость набегающего потока имеет порядок $10^2 - 10^3$ м/сек.

Расчеты показали, что семейства кривых $\omega' = \omega'(\omega)$ зависят практически только от двух параметров (ξ и $F = qf$). Так, изменения параметров q и f при постоянных ξ и F приводят к изменениям ω' для фиксированного ω (на участках, где производная $\partial\omega'/\partial\omega$ не очень велика) или к изменениям ω для фиксированного ω' (вблизи предельных значений ω (см. ниже)), не превышающим $1 - 2^\circ$.

На фиг 2, 3 и 4, а представлены графики зависимости $\omega' = \omega'(\omega)$ для некоторых значений параметров ξ и F . В частном случае, когда $F = 0$, они совпадают с известными кривыми зависимости угла отражения от угла падения для регулярьеого отражения ударной волны от твердой стенки в отсутствие химической реакции (см., например, [1]).

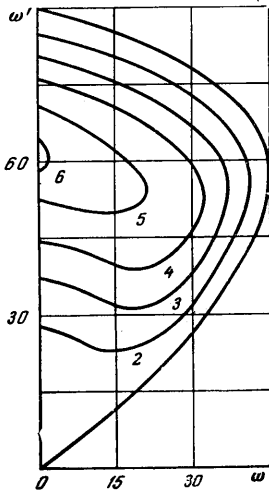
Достаточно малые изменения параметров F приводят к малым изменениям кривой $\omega' = \omega'(\omega, \xi, F)$. В тех случаях, когда заданным значениям аргументов ω , ξ и F соответствуют два угла ω' , это позволяет считать реализующимся в потоке меньший из них, так как в свободном потоке без химических реакций на опыте всегда реализуется меньший угол.

Система соотношений (1) имеет решения относительно ω' не для всех наборов значений ω , ξ и F . При заданных параметрах ξ и F существуют предельные углы ω_* , ограничивающие множество углов падения, при которых возможно регулярное отражение.

Пусть ξ меньше некоторого ξ_* ($0.7 < \xi_* < 0.75$). Тогда для всех F , меньших некоторого F^* ($0.18 < F^* < 0.19$), существует один предельный угол падения ω_* , который уменьшается с увеличением параметра F . Регулярное отражение возможно для углов падения $0 < \omega \leq \omega_*$. При фиксированном ξ $\omega_* \rightarrow 0$ при $F \rightarrow F^*$. Для $F \geq F^*$ регулярное отражение невозможно. На фиг. 2 приведены графики $\omega' = \omega'(\omega, \xi, F)$ для $\xi = 0.6$. Здесь и в дальнейшем кривые 1-6 соответствуют $F = 0, 0.04, 0.08, 0.12, 0.16, 0.18$.

При $\xi > \xi_*$ для F , меньших некоторого $F_*(\xi) \leq F^*$, также имеется один предельный угол ω_* , который уменьшается с уменьшением ξ и с увеличением F . С увеличением F при переходе через значение F_* происходит распадение кривой $\omega' = \omega'(\omega, \xi, F)$ на две ветви. Образуются три предельных угла (ω_{*1} , ω_{*2} и ω_{*3}). Регулярное отражение возможно только для $0 < \omega \leq \omega_{*1}$ и $\omega_{*2} \leq \omega \leq \omega_{*3}$. Предельный угол ω_{*1} с увеличением F в интервале $F_* < F < F^*$ стремится к нулю. При $F \geq F^*$, но меньших некоторого $F_M(\xi)$, существуют два предельных угла (ω_{*2} и ω_{*3}). Регулярное отражение возможно для $\omega_{*2} \leq \omega \leq \omega_{*3}$. С увеличением F в рассматриваемом интервале ω_{*2} и ω_{*3} сближаются и при $F = F_M$ сливаются. При $F > F_M$ регулярное отражение невозможно.

На фиг. 3 представлены графики зависимости $\omega'(\omega)$ при $\xi = 0.8$ для различных F . Кривые 7 и 8 соответствуют $F = 0.1813$ и 0.19 . Для $F \leq 0.18$ имеется один предельный угол ω_* . С увеличением параметра F в интервале $0.1800 < F < 0.1813$ кривая

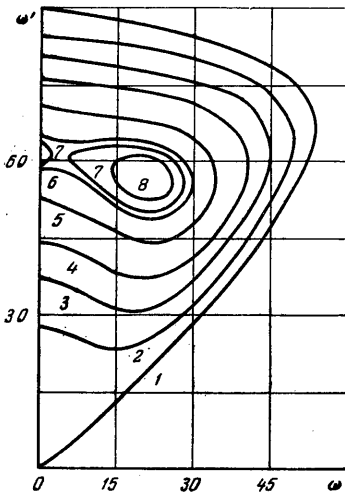


Фиг. 2

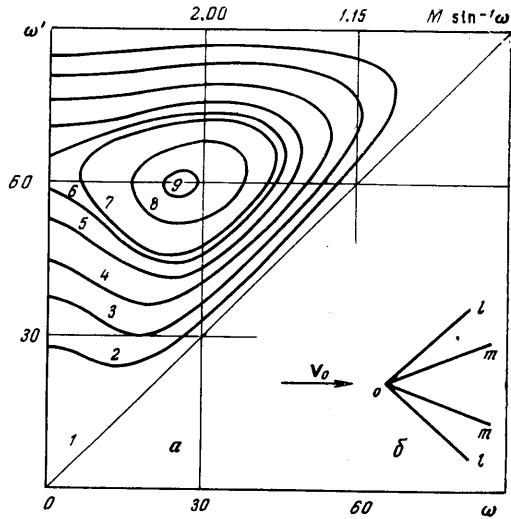
$\omega' = \omega'(\omega)$ распадается на две ветви. Следовательно, $0.1800 < F_* < 0.1813$ (при $\xi = 0.75$, $F_* < 0.18$). Предельный угол ω_{*1} быстро стремится к нулю с увеличением F . Уже при $F = 0.1826$ $\omega_{*1} = 0$ с точностью до 0.01 ($\sim 0.6^\circ$). Поскольку, как отмечалось, функция $\omega'(\omega)$ при $F = \text{const}$ все же слабо зависит от q и f и поскольку в окрестности F_* очень малые изменения параметра F приводят к качественному изменению зависимости $\omega'(\omega)$, необходимо указать, что на фиг 3 кривая 7 построена для $q = 49$ и $f = 0.037$. При $F = 0.19$ существуют два предельных угла (ω_{*2} и ω_{*3}). При $F = 0.2$ регулярное отражение невозможно ($0.19 < F_M < 0.20$).

В случае $\xi = 1$ (см. фиг. 4, а) кривые 7-9 построены для значений $F = 0.19, 0.22$ и 0.24 . Так же как и в случае $\xi = 0.8$, при $F \leq 0.18$ имеется один предельный угол ω_* . При распадении кривой $\omega' = \omega'(\omega, \xi, F)$, $\omega_{*1} = 0$ с точностью до 0.01 , т. е. $F_* \cong F^*$. Для $0.19 \leq F \leq 0.24$ существуют два предельных угла. При $F > F_M$ ($0.240 < F_M < 0.243$) регулярное отражение невозможно.

Случай $\xi = 1$ представляет особый интерес. Он соответствует следующей газодинамической задаче. На линейный поджигающий источник набегает сверхзвуковой



Фиг. 3



Фиг. 4

поток с числом Маха $M = 1/\sin \omega$. Характер течения определяется значениями числа Маха и параметра F . Для M и F , соответствующих регулярному отражению, в потоке образуется имеющий форму клина фронт пламени, перед которым возникает ударная волна, также имеющая форму клина. Картина такого течения показана на фиг. 4, б, где O — линейный поджигающий источник, l — ударная волна, m — фронт пламени, V_0 — скорость набегающего потока.

Поступила 4 X 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Fundamentals of gas dynamics. Ed. Howard W. Emmons. Princeton, New Jersey, Princeton Univ. Press., 1958. (Рус. перев.: Основы газовой динамики. М., Изд-во иностр. лит., 1963).