

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДВУХСТАДИЙНОГО ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ЗАТОПЛЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО

Г. С. РОМАНОВ, В. В. УРБАН

(Минск)

Работа содержит изложение результатов численного моделирования методом «крупных частиц» двухстадийного нестационарного течения недорасширенной струи в окружающее пространство. Проводится сравнение с результатами эксперимента.

1. Целью работы является изучение возможности численного моделирования газодинамики нестационарных недорасширенных сверхзвуковых струй, развитие которых протекает в несколько стадий и характерно для выхлопных систем. По исследованию нестационарного выхлопа имеется обширный экспериментальный материал. В [1-4] приводятся результаты изучения волновой картины течения в начальной стадии расширения, структуры недорасширенной сверхзвуковой струи за ударной волной, временные зависимости движения основных разрывов вдоль оси струи. Достаточно полные данные о развитии волновой картины сложного двухступенчатого течения во всем пространстве содержатся в [5], где оптическими методами исследовалось осесимметричное истечение из трубы постоянного сечения струи воздуха, выталкиваемого движущимся телом в пространство, которое заполнено воздухом при нормальных условиях (первичное течение), затем, после выхода тела за срез трубы, распространение струи рабочего газа по существующему полю первичного течения (вторичная струя). Приведенные результаты изучения движения фронтов ударных волн, контактных разрывов и дисков Маха вместе с исходными данными могут быть использованы для непосредственного численного моделирования наблюдавшихся процессов.

В работе [6] предложен приближенный численный метод расчета параметров этого течения в ударно-сжатой области между внешней ударной волной и маховским диском струи исходя из заданного закона распространения диска Маха и теории точечного взрыва со степенным выделением энергии, который позволил авторам достичь хорошего совпадения с экспериментом. Целесообразен однако прямой расчет всей волновой картины нестационарного выхлопа [5] при минимальном возможном количестве приближений и ограничений. Такой подход используется в настоящей работе.

Для моделирования течения приняты следующие допущения:

- а) на всех стадиях расширения газ предполагается невязким, сжимаемым, с постоянным отношением теплоемкостей  $\gamma=1.4$  для воздуха и 1.24 для рабочего газа,
- б) поскольку отсутствуют полные данные для расчета выталкивания столба воздуха из трубы, первичная струя принимается стационарной от момента начала расширения до выхода тела из трубы,
- в) пренебрегается влиянием тела на структуру струи после его выхода,
- г) вторичная струя рабочего газа предполагается изотермической с переменными во времени параметрами на срезе.

Расчеты проводились конечно-разностным методом «крупных частиц» [7], показавшим высокую экономичность, простоту в реализации и достаточную точность для расчетов разнообразных нестационарных течений [8-12].

2. Дивергентная система уравнений, описывающая осесимметричное течение невязкого сжимаемого газа, записывается в безразмерном виде

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{w}) &= 0, & \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \mathbf{w}) + \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \mathbf{w}) + \frac{\partial p}{\partial r} &= 0 \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E \mathbf{w}) + \operatorname{div}(p \mathbf{w}) &= 0, & p &= (\gamma - 1) \rho (E - w^2/2) \end{aligned}$$

Здесь  $r$  — радиальная,  $z$  — осевая координаты,  $t$  — время,  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $E$  — полная удельная энергия,  $\mathbf{w}$  — скорость газа,  $u$  — осевая и  $v$  — радиальная составляющие скорости.

Начальные и граничные условия задачи в соответствии со сказанным выше для первичной струи, для внешнего пространства и для вторичной струи следующие:

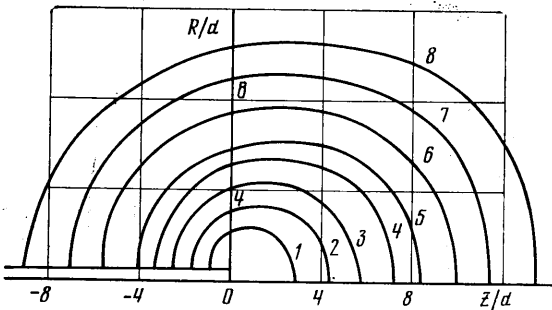
$$(2.2) \quad \begin{aligned} u(z, r, t) &= u_1, \quad v(z, r, t) = 0, \quad p(z, r, t) = p_1 \\ \rho(z, r, t) &= \rho_1 \quad (0 \leq t \leq t_1), \quad z=0 \quad (0 \leq r \leq 1/2) \\ u(z, r, t) &= v(z, r, t) = 0, \quad p(z, r, t) = p_0, \quad \rho(z, r, t) = \rho_0 \end{aligned}$$

$$(2.3) \quad t=0, \{z < 0, r > 1/2\}, \{z > 0, r \geq 0\}$$

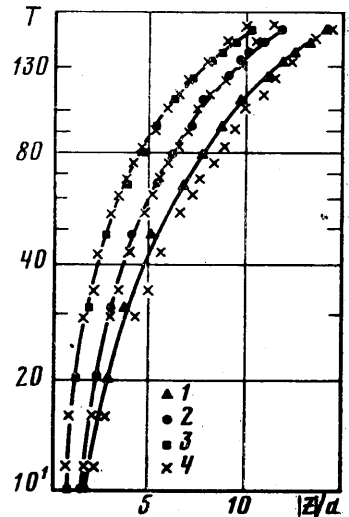
$$(2.4) \quad \begin{aligned} u(z, r, t) &= u_2, \quad v(z, r, t) = 0, \quad p(z, r, t) = p_2 - \alpha t - \beta t^2 \\ \rho(z, r, t) &= \rho_2 - \alpha t - \beta t^2 \quad (t_1 \leq t \leq t_2), \quad z=0 \quad (0 \leq r \leq 1/2) \end{aligned}$$

где  $\alpha=0.259244$  и  $\beta=0.000378$  – численные константы, позволяющие аппроксимировать данные [5] по давлению и плотности газа на срезе трубы. Безразмерные величины  $u_1=1.24$ ,  $p_1=1.0$ ,  $\rho_1=1.9944$ ,  $t_1=28.2$ ,  $p_0=0.06667$ ,  $\rho_0=0.86$ ,  $u_2=1.35$ ,  $p_2=40.0$ ,  $\rho_2=29.58$ ,  $t_2=64.75$  отвечают данным эксперимента [5] при следующих значениях характерных размерных величин:  $p_*=\rho_*u_*^2$ ,  $t_*=r_*/u_*$ ,  $p_*=15$  атм,  $\rho_*=1.5$  кг/м<sup>3</sup>,  $u_*=1000$  м/сек,  $d=5.56$  мм,  $r_*=3.475$  мм.

3. Система уравнений (2.1) с крайними условиями (2.2)–(2.4) рассчитывалась по конечно-разностной схеме первого порядка точности метода «крупных частиц» [7] на прямоугольной сетке  $(z, r)$  размером  $70 \times 40$ . На поверхности трубы вдоль и на оси симметрии  $r=0$ ,  $z > 0$  ставилось условие непротекания. При подходе возмущений к любой из границ расчетной сетки проводилось удвоение, т. е. увеличение линейных масштабов ячейки в 2 раза [10], что позволяло достаточно долго следить за развитием течения и, кроме того, увеличивало точность расчета начальной стадии за счет достаточно мелкой первоначальной сетки.



Фиг. 1



Фиг. 2

Слежение за контактной границей, разделяющей воздух и рабочий газ, проводилось с помощью маркеров [13], что позволяло с точностью до ячейки разделить среды с различными термодинамическими свойствами. Значительная диффузия массы через контактную границу, которая, как известно, наблюдается при использовании схемы первого порядка [7], в данном случае не имела места, так как перепады плотности здесь были невелики при достаточно развитом течении.

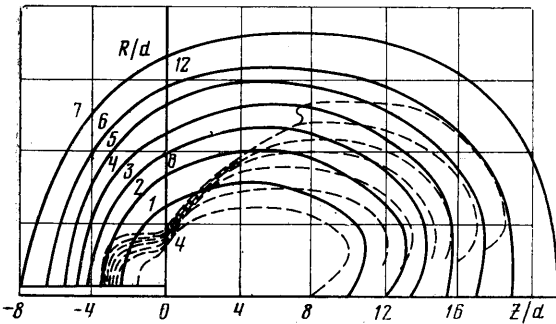
В целом вся ФОРТРАН-программа занимала ~26 тысяч ячеек машинной памяти. Расчетное время задачи (~1500 временных шагов), включая построение линий равных значений давления и плотности, а также печать, составило ~9 час на ЭВМ «Минск-32», что демонстрирует достаточно высокую экономичность конечно-разностного метода.

4. Рассмотрение полученных результатов начнем с первичного течения. В процессе движения тела в канале распространяющаяся перед ним волна сжатия образует в столбе ускоряемого воздуха ударную волну. Предполагая, что газ за ударной волной движется со скоростью, равной скорости выталкивающего тела, получаем статическое давление на срезе трубы 15 атм, число Маха  $M=1.48$  и скорость волны 1240 м/сек [5]. Недорасширенная сверхзвуковая струя первичного газа истекает в виде двумерного потока, сжимаемая окружающий воздух и образуя почти сферическую ударную волну. Рассчитанное перемещение ударной волны в воздухе в различные моменты времени  $T$ , мксек, показано на фиг. 1 (1 – 15.9, 2 – 29.0, 3 – 42.9, 4 – 59.8, 5 – 72.7, 6 – 99.9, 7 – 122.1, 8 – 149.8), где расстояния вдоль оси и по радиусу отнесены к диаметру трубы  $d$  ( $d=5.56$  мм). Сплошной линией в том же масштабе

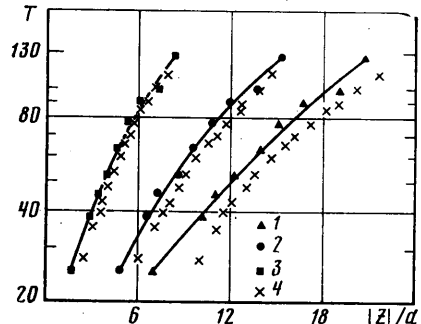
показана часть трубы. Для сравнения с экспериментом на фиг. 2 нанесены экспериментальные и расчетные траектории движения трех точек на фронте воздушной ударной волны: передней точки на оси (точки 1)  $z > 0$ ,  $r = 0$ ; точки, соответствующей максимальному радиусу волны (2), и задней точки фронта на поверхности трубы (3)  $z < 0$ ,  $r = 1/2$ . Экспериментальные данные (точки 1-3) соединены сплошными линиями, расчетные обозначены точками 4. Видно, что наибольшее расхождение расчетной траектории с измеренной получается для передней точки фронта и достигает  $\sim 10-15\%$ , что может быть обусловлено не совсем точным допущением стационарности параметров первичной струи на срезе, поскольку, как отмечалось в [5], нестационарное течение в сжатом слое между диском Маха и ударной волной сильно зависит от параметров струи. Частично величина полученного расхождения зависит от погрешности определения фронта скачка, вызванной его размазыванием, а также от ошибки измерений, которая в работе [5] не указана.

Амплитуда возмущения быстро затухает со временем, и наблюдается переход ударной волны в звуковую. Разность давлений  $\Delta P = P - P_0$  ( $P_0 = 1$  атм — давление в невозмущенной среде) для передней точки фронта составила  $\Delta P = 7.363$  атм при  $T = 11.7$  мксек, 1.72 атм при 72.7 мксек, 0.712 атм при 122.1 мксек, 0.504 атм при 166.1 мксек. Гораздо сильнее волна ослабевает в зоне обратного движения от среза  $z < 0$ . К моменту  $T = 72.7$  мксек превышает давления над фоном на поверхности трубы  $\sim 0.02$  атм и уменьшается до нескольких тысячных при  $T > 122$  мксек.

Стационарное течение в струе и появление диска Маха наблюдается примерно через 12 мксек после начала расширения, образуя сверхзвуковое скоростное ядро первичного течения, параметры которого не изменяются до момента выхода тела из трубы. Примерно через 100 мксек от начала расширения первичной струи начинается истечение рабочего газа, сопровождающееся распространением волны разрежения внутрь трубы, в результате чего на срезе устанавливается звуковое течение. Параметры сильно недорасширенной вторичной струи  $P = 600$  атм,  $U = 1295$  м/сек и  $\gamma = 1.24$  [5] обуславливают значительно большие размеры течения и угол расширения. Рас-



Фиг. 3



Фиг. 4

пространяясь во внешнее пространство, рабочий газ порождает сильную ударную волну в относительно медленном боковом поле первичного течения. Однако в направлении оси  $z > 0$  образованию ударной волны препятствует сверхзвуковое течение первичной струи, пока вторичная струя не начнет вытеснять диск Маха первичной. Время начала этого вытеснения в расчете 15-16 мксек, что отличается от экспериментального (25 мксек). Очевидно, это обусловлено влиянием движущегося тела, препятствующего свободному расширению рабочего газа вдоль оси и не учитываемого при расчете. Как отмечено в [5, 6], струя начинает свободно расширяться через 10 мксек после выхода тела за срез.

После прохождения сильно разреженной области перед диском Маха первичной струи вторичная струя интенсивно взаимодействует с нестационарной областью сжатого газа за диском. На фиг. 3 изображены положения фронта ударной волны вторичной струи (сплошные линии) и соответствующие положения контактной границы между рабочим газом и воздухом (кривые 1-7 соответственно) в моменты времени 27.2, 42.1, 52.7, 64.7, 77.0, 110.3 мксек (время отсчитывается от начала расширения вторичной струи). Как видно из фиг. 3, происходит искривление фронта ударной волны к оси для времен  $T < 80$  мксек. Выравнивание наступает в более поздние моменты времени, когда фронт ударной волны обгоняет идущую перед ней ударную волну первичного течения. Отметим, что вблизи оси  $z > 0$  при  $T > 27.2$  мксек положение контактной границы определяется неточно в силу вихревых движений за ней, обусловленных схемой вязкостью численного метода.

На фиг. 4 показаны траектории трех точек фронта вторичной ударной волны от времени  $T$  (мксек), обозначения и выбор точек такие же, как для фиг. 2. Отличи-

расчетных положений фронта от экспериментальных полностью объясняется упомянутым выше влиянием движущегося тела на время его формирования. Если допустить, что распространение ударной волны началось на 10 мксек позже, полученную численно траекторию каждой точки фронта на фиг. 4 следует сместить вверх по оси ординат на 10 единиц. Тогда расчетное положение фронта ударной волны совпадает с экспериментальными данными в пределах их разброса.

Таким образом, приведенные данные демонстрируют возможность удовлетворительного сквозного расчета двумерных нестационарных движений газа, протекающих поэтапно.

Поступила 30 VIII 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Старшинов А. И. Экспериментальное исследование начальной стадии образования струи. Вестн. ЛГУ. Сер. матем., механ., астрон., 1964, № 13, вып. 3.
2. Naboko I. M., Vazhenova T. V., Opava A. I., Belavin V. A. Formation of a jet of shock-heated gas outflowing into evacuated space. *Astronautica Acta*, 1972, vol. 17, No. 4-5.
3. Белавин В. А., Голуб В. В., Набоко И. М., Опара А. И. Исследование нестационарной структуры потока при истечении ударно-нагретого газа. ПМТФ, 1973, № 5.
4. Еремин А. В., Кочнев В. А., Набоко И. М. Исследование формирования струи газа при истечении в разреженное пространство. ПМТФ, 1975, № 2.
5. Schmidt E. M., Shear D. D. Optical measurements of muzzle blast. *AIAA Journal*, 1975, vol. 13, No. 8. (Рус. перев.: Оптические исследования дульного выхлопа. Ракетная техника и космонавтика, 1975, т. 13, № 8).
6. Erdos J. I., Del Guidice P. D. Calculation of muzzle blast flowfields. *AIAA Journal*, 1975, vol. 13, No. 8.
7. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Нестационарный метод крупных частиц для газодинамических расчетов. Ж. вычислит. матем и матем. физ., 1971, т. 11, № 1.
8. Гарнавский Г. А., Хоничев В. И., Яковлев В. И. Дифракция ударной волны на прямом угле и на выходе из плоского канала. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1974, № 8, вып. 2.
9. Давыдов Ю. М., Шевырев С. П. Расчет некоторых взрывных задач методом «крупных частиц». В сб.: «Аэродинамика», вып. 4 (7). Саратов, Саратовск. ун-т, 1975.
10. Романов Г. С., Тегерев А. В. Нестационарное осесимметричное движение газа при энергосыделении у его поверхности. Численное решение. Докл. АН БССР, 1976, т. 20, № 8, стр. 691-694.
11. Романов Г. С., Станкевич Ю. А. Расчет нестационарных осесимметричных плазменных факелов в режиме световой детонации. Докл. АН БССР, 1977, т. 21, № 6.
12. Романов Г. С., Станкевич Ю. А. Развитие световой детонации в факеле, возникающем при действии лазерного излучения на поглощающую преграду. В сб.: «Динамика сплошной среды», вып. 29. Новосибирск, 1977.
13. Harlow F. H., Welch J. E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Phys. Fluids*, 1968, vol. 8, No. 12.

УДК 533.6.011.55:533.6.078

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЗА СФЕРОЙ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ ПОЛЕТА В ВОЗДУХЕ ОТКРЫТЫМ СВЧ РЕЗОНАТОРОМ

Н. Н. БАУЛИН, А. К. ДМИТРИЕВ, Н. Н. ИВАНЧИНОВ-МАРИНСКИЙ, В. Е. ЛОПАТИН,  
Н. Н. ПИЛЮГИН, С. Ю. ЧЕРНЯВСКИЙ

(Москва)

Открытый СВЧ резонатор с плоскопараллельными зеркалами для диагностики плазмы впервые предложен в [1]. Резонатор со сферическими зеркалами, обеспечивающий наряду с высокой чувствительностью хорошее пространственное разрешение, использовался в [2, 3] для исследования течения за моделями, летящими в воздухе с гиперзвуковыми скоростями. Наличие свободных электронов в поле течения обусловлено при этом процессами ионизации за головным скачком и в пограничном